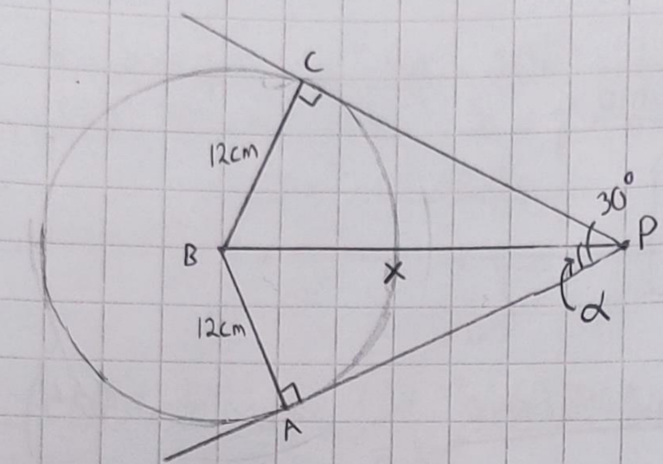
12.3

Ympyrä, jonka säde on 12cm näkyy pisteestä P katsottuna 30 asteen kulmassa. Määritä pisteen P etäisyys ympyrän keskipisteestä.

Ratk.

Mallikuva



Jana BP puolittaa 30° kulman, joten

$$\alpha = \frac{30^\circ}{2} = 15^\circ$$

Suorakulmaisesta kolmiosta APB

$$\sin 15^\circ = \frac{12}{x} \quad || \cdot x$$

$$x \cdot \sin 15^\circ = 12 \quad || : \sin 15^\circ$$

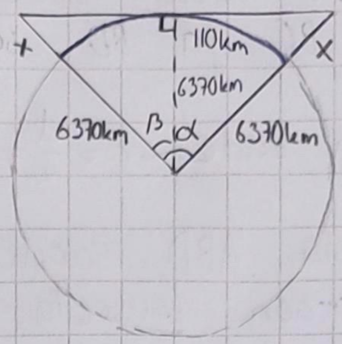
$$x = \frac{12}{\sin 15^\circ}$$

$$x = 46{,}3644\ldots \text{ (cm)}$$

$$x \approx 46 \text{ (cm)}$$

V. Pisteen P etäisyys ympyrän keskipisteestä on 46cm.

Mallikuva



Selvitetään keskuskulman α suuruus

$$b = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2\pi r$$

$$110 = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2\pi \cdot 6370 \quad || \cdot 360^\circ$$

$$39600^\circ = \alpha \cdot 2\pi \cdot 6370 \quad || : (2\pi \cdot 6370)$$

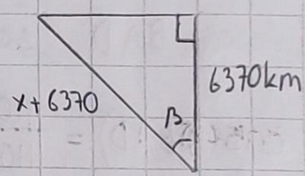
$$\alpha = \frac{39600^\circ}{2\pi \cdot 6370}$$

$$\alpha = 0{,}98940...^\circ$$

Kulman β suuruus on puolet kulman α suuruudesta

$$\beta = \frac{\alpha}{2} = \frac{0{,}98940...^\circ}{2} = 0{,}49470...^\circ$$

Linkkitornin korkeus x saadaan ratkaistua suorakulmaisesta kolmiosta



$$\cos\beta = \frac{6370}{x + 6370}$$

$$\cos 0{,}49470^\circ = \frac{6370}{x+6370} \quad || \cdot (x+6370)$$

$$x \cdot \cos 0{,}49470^\circ + 6370 \cdot \cos 0{,}49470^\circ = 6370 \quad || - 6370 \cdot \cos 0{,}49470^\circ \quad || : \cos 0{,}49470^\circ$$

$$x = \frac{6370 - 6370 \cdot \cos 0{,}49470^\circ}{\cos 0{,}49470^\circ}$$

$$x = 0{,}23744... \text{ (km)}$$
$$\approx 0{,}240 \text{ (km)}$$

V. Tornit tulee rakentaa vähintään 240 m:n korkuisiksi.

12.6 Otso on alussa pisteessä B. Lyhin reitti lammen ympäri kulkee janoja BC ja BD sekä ympyrän pisintä kaarea CD pitkin.

Lammen säde $r = \frac{d}{2} = \frac{220m}{2} = 110m$

Kolmiosta ABD saadaan ratkaistua janan BD pituus Pythagoraan lauseella.

$$BD^2 + 110^2 = (65+110)^2 \quad || -110^2$$

$$BD^2 = (65+110)^2 - 110^2$$

$$BD = \pm\sqrt{(65+110)^2 - 110^2}$$

$$BD = \pm 136{,}10657\ldots \text{ (m)}$$

Pituus positiivista, joten $BD = 136{,}10657\ldots$ m.

Janan BC pituus on myös $136{,}10657\ldots$ m.

Kulma BAD saadaan ratkaistua kolmiosta ABD

$$\cos(\sphericalangle BAD) = \frac{110}{110+65}$$

$$\sphericalangle BAD = \cos^{-1}\left(\frac{110}{175}\right)$$

$$\sphericalangle BAD = 51{,}05519\ldots^\circ$$

Jana BA puolittaa kulman CAD, joten

$$\sphericalangle CAD = 2 \cdot \sphericalangle BAD$$
$$= 2 \cdot 51{,}05519\ldots^\circ$$
$$= 102{,}11039\ldots^\circ$$

Täten kulman DAC suuruus on

$$\sphericalangle DAC = 360^\circ - \sphericalangle CAD$$
$$= 360^\circ - 102{,}11039\ldots^\circ$$
$$= 257{,}88961\ldots^\circ$$

Kulmaa DAC vastaavan kaaren pituus on

$$b = \frac{\measuredangle DAC}{360^\circ} \cdot 2\pi r$$

$$= \frac{257{,}88961^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi \cdot 110\,m$$

$$= 495{,}1115\ldots\,m$$

Lyhimmän mahdollisen kävelyreitin pituus on

$$495{,}1115\ldots\,m + 2 \cdot 136{,}10657\ldots\,m = 767{,}32464\ldots\,m$$
$$\approx 770\,m$$

V. Lyhin mahdollinen kävelyreitti on pituudeltaan 770m.