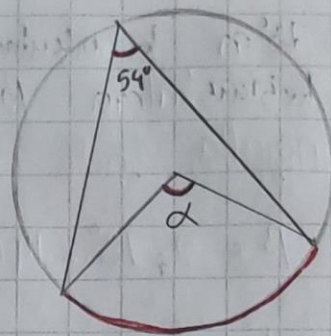


Laske kulman  $\alpha$  suuruus

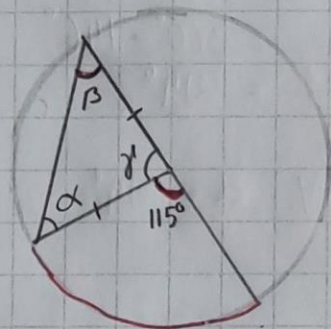
- a) Keskuskulma  $\alpha$  vastaa samaa kaarta kuin  $54^\circ$ :n kehäkulma, joten kehäkulmalauseen nojalla.



$$\alpha = 2 \cdot 54^\circ = 108^\circ$$

V.  $\alpha = 108^\circ$

- b) Kehäkulma  $\beta$  vastaa samaa kaarta kuin  $115^\circ$ :n keskuskulma, joten kehäkulmalauseen nojalla.



$$\beta = \frac{1}{2} \cdot 115^\circ = 57,5^\circ$$

Tapa 1

$115^\circ$ :n kulma ja kulma  $\gamma$  ovat vieruskulmia, joten

$$\gamma = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$$

Täten

$$\begin{aligned} \alpha &= 180^\circ - \beta - \gamma \\ &= 180^\circ - 57,5^\circ - 65^\circ \\ &= 57,5^\circ \end{aligned}$$

Tapa 2

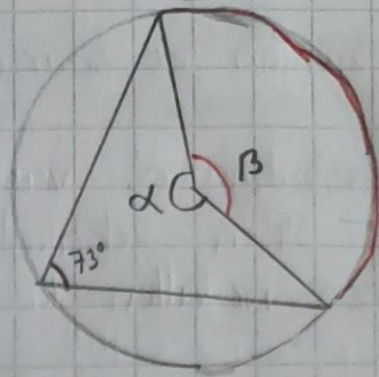
Kelmio tasakylkinen (kyljet ympyrän säteitä), joten kantakulmat  $\alpha$  ja  $\beta$  ovat yhtä suuret:

$$\alpha = \beta = 57,5^\circ$$

V.  $\alpha = 57,5^\circ$

c)  $73^\circ$ :n kehäkulmaa vastaa  
keskuskulma  $\beta$ . Kehäkulmalauseen  
nojalla

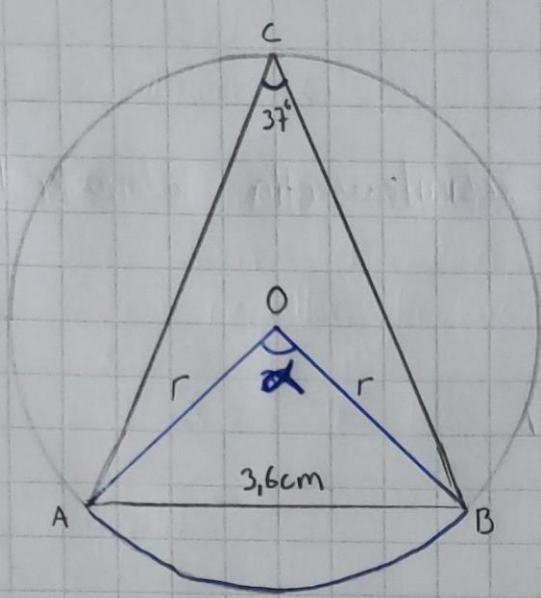
$$\beta = 2 \cdot 73^\circ = 146^\circ$$



Kulman  $\alpha$  suuruus saadaan täyskulman  
avulla:

$$\begin{aligned}\alpha &= 360^\circ - \beta \\ &= 360^\circ - 146^\circ \\ &= 214^\circ\end{aligned}$$

V.  $\alpha = 214^\circ$



11.5  
 Kolmion ABC sivun AB pituus on 3,6cm ja kulman C suuruus  $37^\circ$ .  
 Laske kolmion ympäri piirretyn ympyrän säde.

Ratk.

Piirretään keskuskulma  $\alpha$ , jonka kyljet päättyvät kolmion kärkiin A ja B.

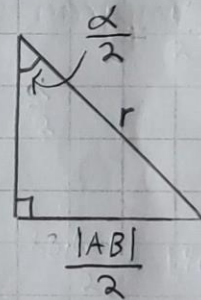
Keskuskulma  $\alpha$  vastaa samaa kaarta kuin kehäkulma  $37^\circ$ , joten kehäkulmalauseen nojalla

$$\alpha = 2 \cdot 37^\circ = 74^\circ$$

Ympyrän säde  $r$  voidaan ratkaista kolmiosta ABO.

Tapa 1

kolmio ABO on tasakylkinen kolmio, joka muodostuu kahdesta yhtenevästä suorakulmaisesta kolmiosta. Tästä kolmiosta voidaan ratkaista sivun  $r$  pituus (ympyrän säde).



$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{\frac{1}{2} |AB|}{r}$$

$$\sin \frac{74^\circ}{2} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 3,6 \text{ cm}}{r}$$

$$\sin 37^\circ = \frac{1,8 \text{ cm}}{r} \quad || \cdot r$$

$$r \cdot \sin 37^\circ = 1,8 \text{ cm} \quad || : \sin 37^\circ$$

$$r = \frac{1,8 \text{ cm}}{\sin 37^\circ}$$

$$= 2,99095 \dots (\text{cm})$$

$$\approx 3,0 (\text{cm})$$

V. Ympyrän säde on 3,0 cm

## Tapa 2

Ympyrän säde voidaan ratkaista kosinilauseella kolmiosta ABO.

$$3,6^2 = r^2 + r^2 - 2 \cdot r \cdot r \cdot \cos 74^\circ$$

$$3,6^2 = 2r^2 - 2r^2 \cdot \cos 74^\circ$$

$$3,6^2 = r^2(2 - 2 \cdot \cos 74^\circ) \quad || : (2 - 2 \cdot \cos 74^\circ)$$

$$r^2 = \frac{3,6^2}{2 - 2 \cos 74^\circ}$$

$$r = \pm \sqrt{\frac{3,6^2}{2 - 2 \cos 74^\circ}}$$

$$r = \pm 2,99095... \text{ (cm)}$$

Pituus positiivinen luku, joten  $r \approx 3,0 \text{ cm}$

V. Ympyrän säde on 3,0 cm.