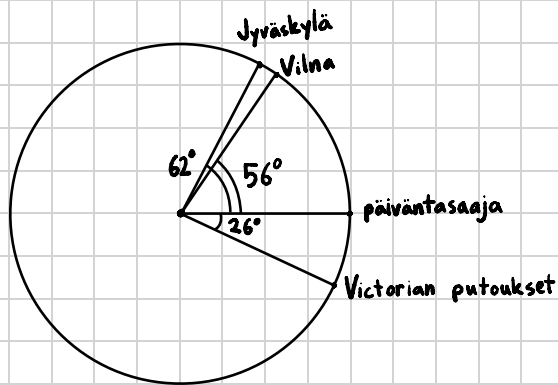


16.1



- a) Jyväskylän ja Vilnan välinen lyhin etäisyys maan pintaa pitkin mitattuna on isoymyrän kaaren pituus b . Lasketaan Jyväskylän ja Vilnan välisen kaaren keskuskulma:

$$\alpha = 62^\circ - 56^\circ = 6^\circ$$

Lasketaan kaaren b pituus:

$$b = \frac{\alpha}{360^\circ} 2\pi r$$

$$b = \frac{6^\circ}{360^\circ} 40\,000$$

$$b = \frac{40\,000}{60}$$

$$b = 666,666\dots$$

$$b \approx 670 \text{ km}$$

Vastaus: 670 km

- b) Vilnan ja Victorian putousten välinen lyhin etäisyys maan pintaa pitkin mitattuna on isoymyrän kaaren pituus b . Lasketaan Vilnan ja Victorian putousten välisen kaaren keskuskulma:

$$\beta = 56^\circ + 26^\circ = 82^\circ$$

Lasketaan kaaren pituus:

$$b = \frac{82^\circ}{360^\circ} \cdot 40\,000$$

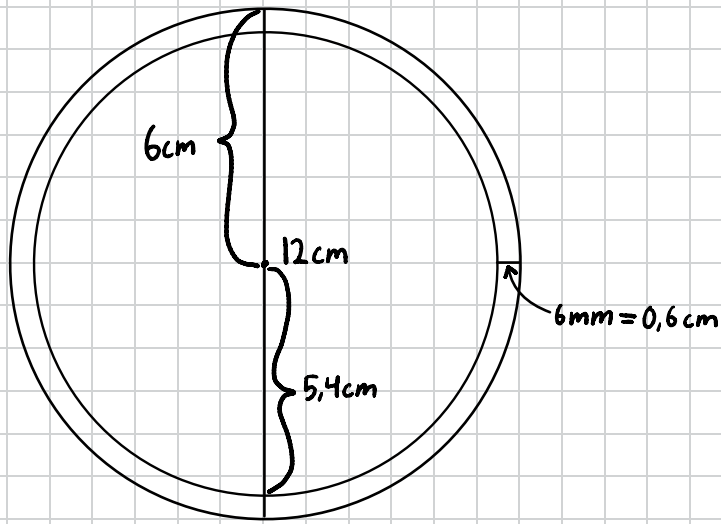
$$b = \frac{41}{180} \cdot 40\,000$$

$$b = 9\,111,111\dots$$

$$b \approx 9100 \text{ km}$$

Vastaus: 9100 km

16.5



Pallon tilavuus: $V = \frac{4}{3} \pi r^3$

Lasketaan kuorimattoman appelsiinin tilavuus:

$$V_1 = \frac{4}{3} \pi \cdot 6^3 = 288\pi$$

Lasketaan kuoritun appelsiinin tilavuus:

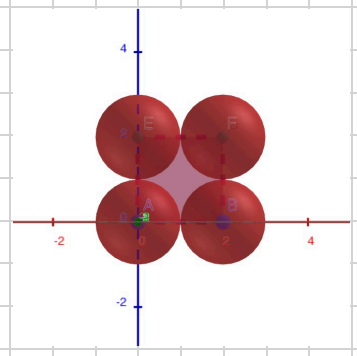
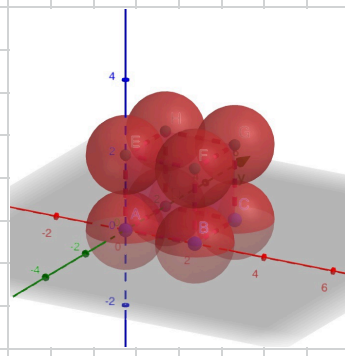
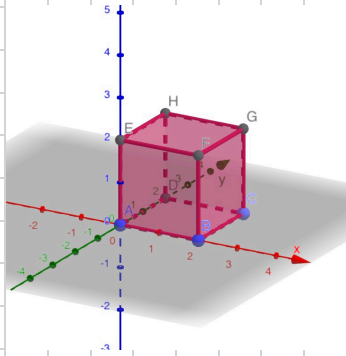
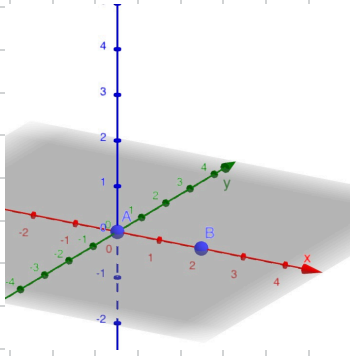
$$V_2 = \frac{4}{3} \pi \cdot 5,4^3 = 209,952\pi$$

Lasketaan kuoritun appelsiinin tilavuuden osuus koko appelsiinin tilavuudesta:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{209,952\pi}{288\pi} = 0,729$$

Lasketaan kuoren tilavuuden osuus koko appelsiinin tilavuudesta:

$$\frac{V_k}{V_1} = 1 - 0,729 = 0,271 \approx 27\%$$



Ohjeet GeoGebrassa piirtämiseen:

1. Lisää kaksi pistettä, joiden etäisyys toisistaan on 2 (esim. $(0,0,0)$ ja $(2,0,0)$). Pistet voi lisätä syöttämällä koordinaatit syöttökenttään tai valitsemalla Uusi piste -toiminnon.
2. Kuutio \rightarrow valitse kaksi pistettä
3. Pallo: keskipiste ja säde \rightarrow valitse jokin kuution kärkipisteistä ja syötä säteeksi 1. Toista tämä kuution kaikille kärkipisteille.
4. Tarkastele kuvaa eri kuvakulmista Siirrä-toiminnon avulla ja tee havaintoja.

Mallikuvaa tarkastellessa huomataan, että jokaisen pallon tilavuudesta $1/8$ on kuution sisällä. Koska palloja on 8, on kuution sisällä olevien pallon osien tilavuus on yhtä suuri kuin yhden pallon tilavuus.

Pallojen väliin jäävä tilavuus V on yhtä suuri kuin kuution tilavuuden V_k ja yhden pallon tilavuuden V_p erotus. Lasketaan tilavuus V :

$$V = V_k - V_p$$

$$V = 2^3 - \frac{4}{3}\pi \cdot 1^3$$

$$V = 8 - \frac{4}{3}\pi$$

Vastaus: $8 - \frac{4}{3}\pi$