

Geogebra-tutkimus: kolmion merkilliset pisteet

1. Piirrä haluamasi kolmio.
2. Etsi **Kulmanpuolittaja**-komento piirtoalueen yläreunan komentopainikkeista ja piirrä **kulmanpuolittaja** kolmiosi jokaiselle kulmalle.
 - Kulmanpuolittaja jakaa kulman kahteen yhtä suureen osaan.
 - Kulmanpuolittaja määrittää puolisuorana, jonka päätepiste on kulman kärjessä ja joka kulkee kulman sisällä.
 - Lause: *Kulmanpuolittajan jokainen piste on yhtä etäällä kulman molemmista kyljistä.*
3. Etsi seuraavaksi **Leikkauspiste**-komento ja piirrä **kulmanpuolittajien leikkauspiste** sekä **jonkin kulmanpuolittajan ja kolmion sivun leikkauspiste**.
4. Etsi **Ympyrä: Keskipiste ja kehän piste** -komento ja piirrä ympyrä, jonka keskipisteenä on **kulmanpuolittajien leikkauspiste** ja kehän pisteenä **kulmanpuolittajan sekä kolmion sivun leikkauspiste**. Mitä havaitset? Kirjoita havaintosi.

Täydennä seuraava lause: *Kolmion kulmanpuolittajat leikkaavat pisteessä, joka on kolmion _____ piirretyn ympyrän _____.*

5. Jätä näkyviin yksi kulmanpuolittaja sekä sen **leikkauspiste kolmion sivun kanssa** ja piilota muut kulmanpuolittajat, leikkauspisteet sekä ympyrä Geogebbran Algebra-ikkunan vasemman reunan värillisistä ympyröistä.
6. **Kulmanpuolittajan sekä sivun leikkauspiste** jakaa sivun kahteen osaan. Hyödynnä **Etäisyys tai pituus** -komentoa ja laske näiden osien pituuksien suhde ja vertaa sitä kolmion kahden muun sivun pituuksien suhteeseen (etäisyyksien pyöristystarkkuutta voit muuttaa asetuksista). Mitä havaitset? Kirjoita havaintosi.

Täydennä seuraava kulmanpuolittajalause: *Kulmanpuolittaja jakaa vastaisen sivun _____ suhteessa.*

7. Piilota kulmanpuolittaja, **leikkauspiste** ja etäisyydet.
8. Piirrä kolmiosi jokaiselle sivulle **keskipiste** sekä keskipisteen kautta kulkeva normaali sopivilla komendoilla. Voisiko vastaavan tehdä yhdellä komennolla?
 - Janan **keskinormaali** kulkee janan keskipisteen kautta ja on kohtisuorassa janaa vastaan.
 - Lause: *Keskinormaalien jokainen piste on yhtä etäällä janan molemmista päätepisteistä.*
9. Piirrä kolmion kärkipisteiden kautta kulkeva ympyrä sopivalla komennolla. Mitä havaitset ja voitko todentaa havaintosi joillain komendoilla? Kirjoita havaintosi

Täydennä seuraava lause: *Kolmion sivujen keskinormaalit leikkaavat pisteessä, joka on kolmion _____ piirretyn ympyrän _____.*

10. Piilota keskinormaalit, ympyrä sekä niihin liittyvät pisteet paitsi kolmion kärkipisteet ja **sivujen keskipisteet**.
11. Yhdistä kolmion kärkipiste vastakkaisen sivun **keskipisteeseen** ja tee näin jokaiselle kärkipisteelle. Saat aikaan kolmion **keskijanat eli mediaanit**.
12. Määritä keskijanojen leikkauspiste (kolmion painopiste).

Täydennä seuraava lause: *Keskijanojen leikkauspiste jakaa jokaisen keskijanan suhteessa _____ kärjestä lukien.*

Onneksi olkoon! Olet suorittanut tutkimuksen ja määrittänyt **kulmanpuolittajien leikkauspisteen, keskinormaalien leikkauspisteen ja keskijanojen leikkauspisteen** eli **kolmion merkilliset pisteet!**