<u>Kappale 1. Kulmia ja suoria</u>

Erilaisia kulmia

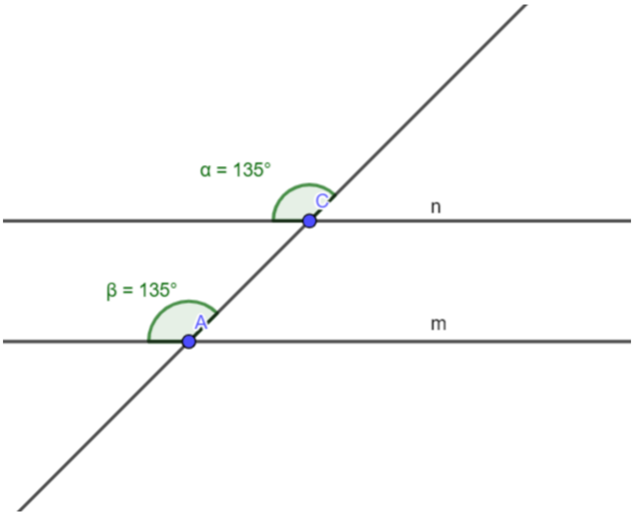
- Nollakulma
- Suora kulma
- Oikokulma
- Täysikulma
- Kovera kulma $0° < \alpha < 180°$
  - Terävä kulma $0° < \alpha < 90°$
  - Tylppä kulma $90° < \alpha < 180°$
- Kupera kulma $180° < \alpha < 360°$

- Vieruskulmat
- Ristikulmat

<u>Yhdensuuntaisuuslause</u>

Samankohtaiset kulmat ovat yhtä suuret täsmälleen silloin, kun leikatut suorat ovat yhdensuuntaiset.

$\alpha = \beta \Leftrightarrow n \parallel m$



Kappale 2. Monikulmioita

- *Säännöllisen monikulmion* kaikki sivut ovat yhtä pitkiä ja kulmat yhtä suuria.
- *Kolmio*

$$A = \frac{1}{2}ah$$

  - *Suorakulmainen kolmio (Yksi kolmion kulmista on $90°$)*
  - *Tasasivuinen kolmio (Kolmion kaikki sivut ovat yhtä pitkiä)*
  - *Tasakylkinen kolmio (Kolmion kaksi sivua ovat yhtä pitkiä)*

- *Nelikulmio*
  - *Suunnikas* $A = ah$
  - *Puolisuunnikas* $A = \frac{1}{2}(a+b)h$
  - *Suorakulmio* $A = ah$

Monikulmion kulmien summa

n kärkeä sisältävän monikulmion kulmien summa on $(n-2) \cdot 180°$.

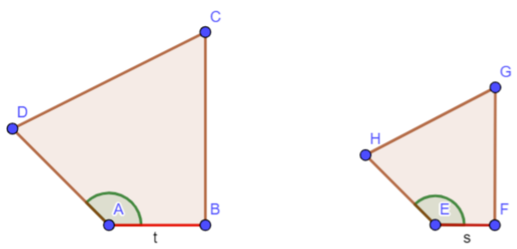
Kappale 3. Mittakaava

Mittakaava on yhdenmuotoisuussuhde.

Yhdenmuotoisissa kuvioissa **vastinkulmat ja vastinpituuksien suhteet** ovat yhtä suuret.

Yhdenmuotoisten kuvioiden mittakaava on vastinpituuksien suhde

$\frac{s}{t} = s : t$



Kolmioiden yhdenmuotoisuuslause (kk-lause)

Jos kolmion kahdelle kulmalle löytyy yhtä suuret vastinkulmat toisesta kolmiosta, ovat kolmiot yhdenmuotoiset.

Kappale 4. Pinta-alojen ja tilavuuksien suhde

Yhdenmuotoisten kuvioiden pinta-ala

Yhdenmuotoisten kuvioiden pinta-alojen suhde on yhtä suuri kuin mittakaavan neliö.

$$\frac{A_2}{A_1} = \left(\frac{s}{t}\right)^2$$

Yhdenmuotoisten kappaleiden tilavuus

Yhdenmuotoisten kappaleiden tilavuuksien suhde on yhtä suuri kuin mittakaavan kuutio.

$$\frac{V_2}{V_1} = \left(\frac{s}{t}\right)^3$$

Kappale 5. Suorakulmainen kolmio

Suorakulmaisessa kolmiossa sini, kosini ja tangentti

- Kulman α sini on vastaisen kateetin pituuden suhde hypotenuusan pituuteen.

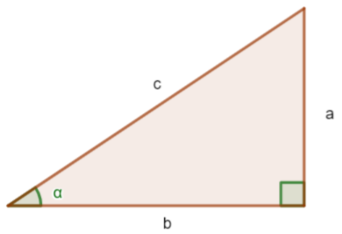
$$\sin\alpha = \frac{a}{c}$$

  - Kulman α kosini on viereisen kateetin pituuden suhde hypotenuusan pituuteen.

$$\cos\alpha = \frac{b}{c}$$

- Kulman α tangentti on vastaisen kateetin pituuden suhde viereisen kateetin pituuteen.

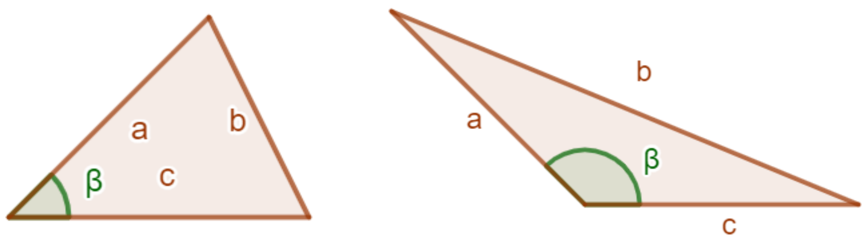
$$\tan\alpha = \frac{a}{b}$$



Lisäksi Pythagoraan lause $a^2 + b^2 = c^2$.

Kappale 6. Sinilause

Kolmion pinta-alan sinikaava

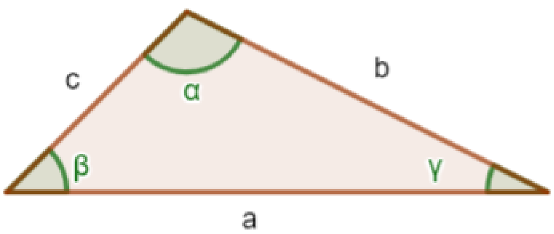


Jos a ja c ovat kolmion kaksi sivua ja β niiden välinen kulma, niin kolmion pinta-ala on

$$A = \frac{1}{2}ac\sin\beta$$

Sinilause

Kolmion sivun pituuden ja sen vastaisen kulman sinin suhde on vakio.

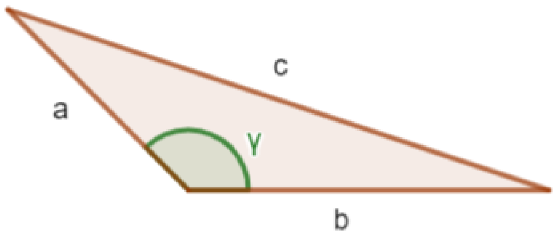


$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$$

7 Kappale. Kosinilause

Kosinilause

Jos kolmion sivut ovat a, b ja c sekä sivun c vastainen kulma γ , niin



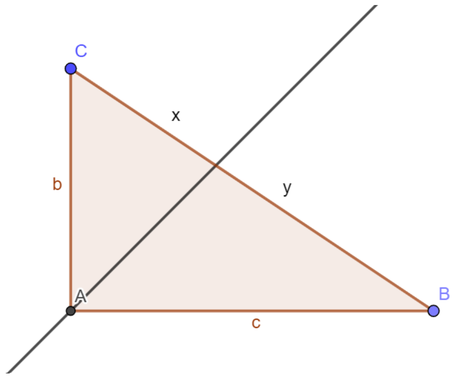
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$$

8 Kappale. Kolmion merkilliset pisteet

Kulmanpuolittajalause

Kolmion kulman puolittaja jakaa vastaisen sivun viereisten sivujen suhteessa.

$$\frac{x}{y} = \frac{b}{c}$$



Kulmanpuolittajien leikkauspiste

Kolmion kulmanpuolittajat leikkaavat pisteessä, joka on kolmion sisään piirretyn ympyrän keskipiste.

Keskinormaalien leikkauspiste

Kolmion sivujen keskinormaalit leikkaavat pisteessä, joka on kolmion ympäri piirretyn ympyrän keskipiste.

Keskijanojen eli mediaanien leikkauspiste

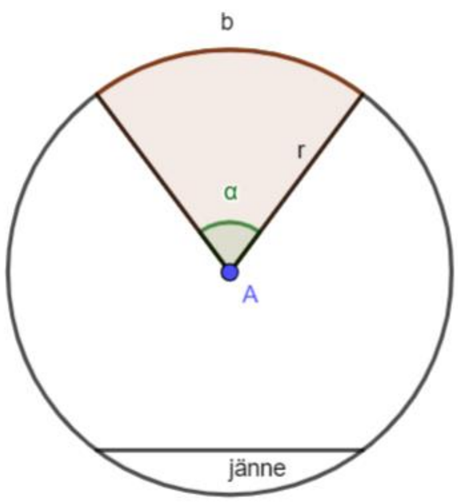
Keskijanojen leikkauspiste jakaa keskijanat suhteessa 2:1 kärjestä lukien.

Keskijanojen leikkauspiste on kolmion painopiste.

Kappale 9. Ympyrän piiri ja pinta-ala

Kappale 10. Ympyrän sektori ja segmentti

Ympyrä muodostuu niistä **tason** pisteistä, jotka ovat samalla etäisyydellä kiinteästä pisteestä. Kyseistä etäisyyttä kutsutaan ympyrän säteeksi ja kiinteää pistettä ympyrän keskipisteeksi.



Ympyrän kehän pituus $p = \pi d = 2\pi r$

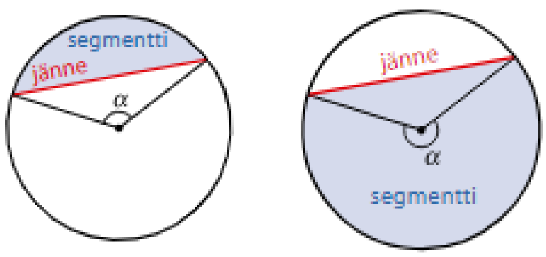
Ympyrän pinta-ala $A = \pi r^2$

Sektorin pinta-ala $A_s = \frac{\alpha}{360°} \cdot \pi r^2$

Sektorin kaaren pituus $b = \frac{\alpha}{360°} \cdot 2\pi r$

Jänne jakaa ympyrän kahteen segmenttiin.

Pienemmän segmentin pinta-ala saadaan vähentämällä sektorin pinta-alasta säteiden ja jänteen rajaaman tasakylkisen kolmion pinta-ala.



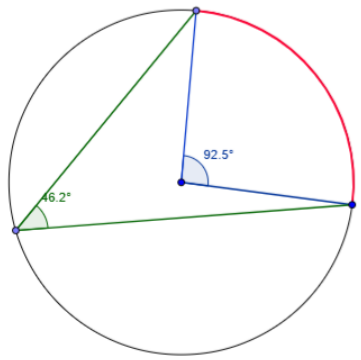
Isomman segmentin pinta-ala saadaan lisäämällä sektorin pinta-alaan säteiden ja jänteen rajaaman tasakylkisen kolmion pinta-ala.

Kappale 11. Ympyrän kehäkulma ja keskuskulma

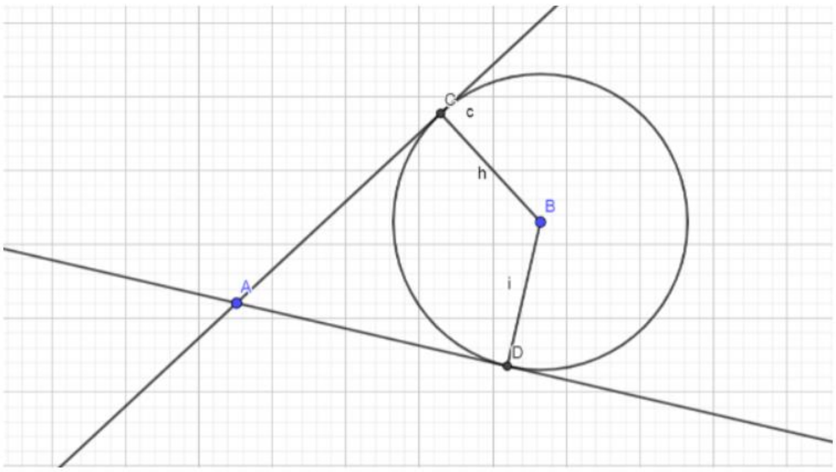
Kehäkulmalause

Kehäkulma on puolet samaa kaarta vastaavasta keskuskulmasta.

$$\beta = \frac{1}{2}\alpha$$



Kappale 12. Ympyrän tangentti



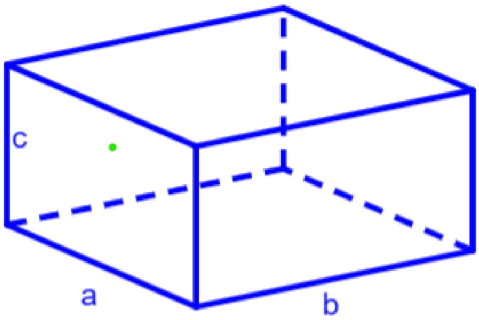
Ympyrän tangentti on kohtisuorassa sädettä vastaan.

Tangenttien välistä kulmaa, joka sisältää ympyrän, kutsutaan tangenttikulmaksi (kuvassa kulma DAC).

Tangenttikulmalause

Tangenttikulman ja sitä vastaavan keskuskulman summa on aina $180°$. (Esim. kuvassa $DAC + CBD = 180°$)

Kappale 13. Suorakulmainen särmiö

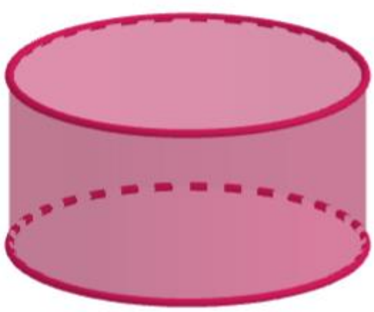


- Särmä
- Tahko
- Kärki
- Pohjatahkon lävistäjä
- Avaruuslävistäjä

Suorakulmaisen särmiön tilavuus $V = abc$

Pythagoraan lause avaruudessa $d^2 = a^2 + b^2 + c^2$

Kappale 14. Lieriö



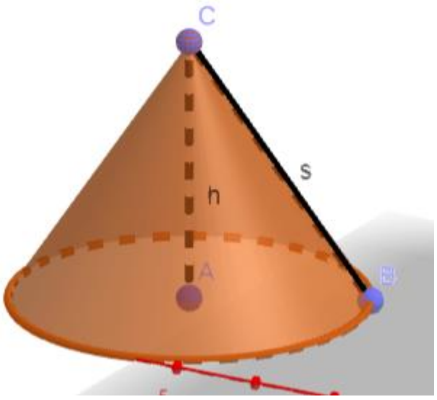
Lieriön tilavuus on pohjan pinta-alan ja korkeuden tulo

$V = A_p \cdot h$

Suoran lieriön vaipan pinta-ala on lieriön pohjan piirin ja lieriön korkeuden tulo.

$$A_v = ph$$

Kappale 15. Kartio



- Huippu
- Vaippa
- Pohja
- Sivujana

Kartion tilavuus on kolmasosa pohjan pinta-alan ja korkeuden tulosta.

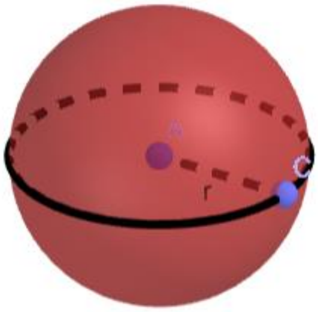
$$V = \frac{1}{3}A_p h$$

Suoran ympyräkartion vaipan pinta-ala

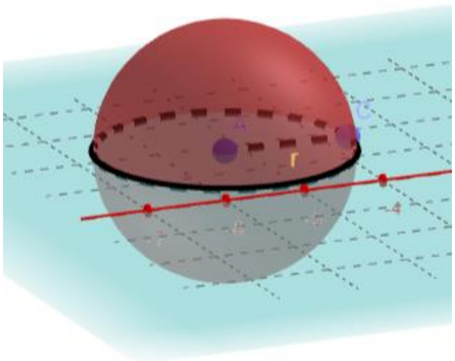
$$A_v = \pi r s$$

<u>Kappale 16. Pallo</u>

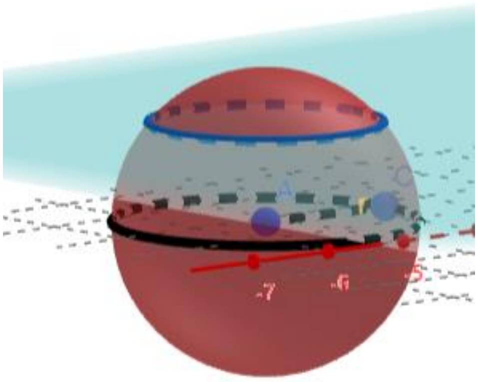
Pallo muodostuu niistä **avaruuden pisteistä**, jotka ovat samalla etäisyydellä kiinteästä pisteestä. Kyseistä kiinteää pistettä kutsutaan pallon keskipisteeksi ja etäisyyttä pallon säteeksi.



Tason ja pallon leikkauskuvio on ympyrä. Jos taso kulkee pallon keskipisteen kautta, muodostuu isoympyrä.



Muut ympyrät ovat pikkuympyröitä ja niiden säde on pienempi kuin pallon säde.



- Pallon pinnalla lyhin reitti pisteestä toiseen kulkee pitkin pisteiden kautta kulkevaa isoympyrää.

Maapallon **leveyspiirejä** ovat päiväntasaaja ja sen kanssa yhdensuuntaiset pikkuympyrät.

Maapallon **pituuspiirejä** ovat isoympyrän puolikkaat, jotka kulkevat pohjoisnavan ja etelänavan kautta.

Pallon tilavuus

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

Pallon pinta-ala

$$A = 4\pi r^2$$

<u>Pallon osien tilavuuksia ja pinta-aloja</u>

Pallosegmentin tilavuus

$$V = \pi h^2\left(r - \frac{h}{3}\right)$$

Kalotin ja vyöhykkeen pinta-ala

$A = 2\pi rh$ *, missä r on pallon säde ja h on segmentin, kalotin tai vyöhykkeen korkeus.*