

Raja-arvo, jatkuvuus ja derivaatta

1. Määritä

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2} - 1}{x}. \quad (\text{S79,4})$$

2. Määritä

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{2 - x}.$$

3. Määritä vakio a niin, että raja-arvo

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + a}{x^2 - x - 2}.$$

on olemassa. Laske kyseinen raja-arvo.

4. Millä vakion a arvoilla funktio $f(x) = \begin{cases} x^2 - a, & x < 3 \\ 2ax + 2, & x \geq 3 \end{cases}$ on jatkuva?

5. Määritä funktion $f(x) = x^2$ derivaatta kohdassa $x = 3$ erotusosamäärän raja-arvon avulla.

6. Määritä funktion $f(x) = x^3 - 5$ derivaatta kohdassa 1. Käytä erotusosamäärän raja-arvon muotoa

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}.$$

7. Määritä $f'(x)$ derivaatan määritelmän avulla, kun $f(x) = \frac{1}{x}$. Tee määrittäminen käyttäen molempia erotusosamäärän raja-arvon muotoja.

8. Missä pisteessä käyrät $y = x^3 - 3x^2 + 1$ ja $y = 3x^2 - 9x + 1$ sivuavat toisiaan?

9. Määritä perustellen funktion

$$f(x) = \frac{\ln x - 1}{x^2}$$

suurin ja pienin arvo välillä $1 \leq x \leq 10$.

10. Tasapaksusta peltilevystä on valmistettava litran vetoinen, suoran ympyrälieriön muotoinen kanneton ja mahdollisimman kevyt muki. Mitkä ovat sen mitat? (S91,7b)

11. Puoliympyrän säde on 1. Puoliympyrän sisään on piirretty suorakulmio, jonka yksi sivu on puoliympyrän halkaisijalla. Määritä pinta-alaltaan suurimman suorakulmion mitat.

