

Tehtäviä analyyttisestä geometriasta

- Suora  $L$  on suoran  $3x + 4y = 5$  suuntainen ja kulkee pisteen  $(3, -2)$  kautta. Missä pisteessä  $L$  leikkaa  $x$ -akselin? (K74,1)
- a) Suoran suuntavektori on  $\vec{s} = 5\vec{i} + \vec{j}$ . Suora kulkee pisteen  $(3, 5)$  kautta. Määritä suoran yhtälö.  
b) Määritä suoran  $y = \frac{2}{3}x + \frac{7}{4}$  jokin suunta- ja normaalivektori.
- Määritä se  $x$ -akselin piste, jonka etäisyys pisteiden  $(1, 4)$  ja  $(-2, 1)$  kautta kulkevasta suorasta on  $3\sqrt{2}$ .
- Määritä sen suoran yhtälö, joka puolittaa  $x$ -akselin ja suoran  $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1$  välisen terävän kulman. (K81,4)
- Määritelmän mukaan paraabeli on niiden pisteiden joukko, jotka ovat yhtä etäällä johtosuorasta ja polttopisteestä. Määritä paraabelin yhtälö, kun sen polttopiste on  $(4, 3)$  ja johtosuora  $x = -5$ .
- Paraabelin huippu on origossa ja paraabeli kulkee pisteen  $(1, -2)$  kautta. Määritä paraabelin yhtälö, kun paraabeli aukeaa a) alaspäin b) oikealle.
- Määritä paraabelin  $y = 2x^2 + bx + 3$  huippu ja totea, että se kertoimen  $b$  arvosta riippumatta sijaitsee paraabelilla  $y = -2x^2 + 3$ . (K05,5)
- Määritä vakio  $a$  niin, että paraabeli  $y = x^2 - (a + 2)x + 3a + 1$  sivuaa  $x$ -akselia.
- Määritä parametri  $k$  niin, että suora  $y = kx - 2$  on paraabelin  $y = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2}$  tangentti.
- Määritä ympyrän yhtälö, kun sen keskipiste on  $(-2, 5)$  ja ympyrä kulkee pisteen  $(3, -7)$  kautta. V:  $x^2 + y^2 + 4x - 10y - 140 = 0$ ,  $(x + 2)^2 + (y - 5)^2 = 13^2$ .
- Muodosta sen ympyrän yhtälö, joka kulkee pisteiden  $(-6, 6)$ ,  $(-2, -2)$  ja  $(-5, -1)$  kautta. V:  $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 5^2$
- Määritä ympyrän  $x^2 + y^2 + 3y - 4 = 0$  keskipiste ja säde sekä pisteen  $(6, 1)$  etäisyys ympyrästä. V:  $(0, -1\frac{1}{2})$ ,  $r = 2\frac{1}{2}$ ,  $d = 4$ .
- Ympyrän  $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 3 = 0$  keskipiste on  $A$ , ja ympyrä leikkaa  $x$ -akselin pisteissä  $B$  ja  $C$ . Laske kulma  $BAC$ . (S87,3b) V:  $120^\circ$
- a) Millä parametrin  $a$  arvoilla yhtälö
 
$$x^2 + y^2 - 2x - 4ay + 5a^2 + 2a = 0$$
 esittää ympyrää?  
b) Mikä on tällöin ympyrän alan suurin mahdollinen arvo? (K04,8) V:  $-1 - \sqrt{2} < a < -1 + \sqrt{2}$ ,  $2\pi$
- Millä vakion  $t$  arvoilla suora  $tx + y - 2 + t = 0$  on ympyrän  $x^2 + y^2 = 4$  tangentti? V:  $t = 0$  tai  $t = -\frac{4}{3}$
- Osoita, että tasossa on piste, joka on yhteinen kaikille ( $a$ :n ja  $b$ :n eri arvopareja vastaaville) ympyröille
 
$$x^2 + y^2 - ax - by + 2a + b - 5 = 0.$$
 (S74,10a) V:  $(2, 1)$

17. Määritä ympyrän  $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 25$  pisteeseen  $(-1, 1)$  piirretyn tangentin yhtälö. V:  
 $y = \frac{4}{3}x + \frac{7}{3}$
18. Määritä ne ympyrän  $(x + 1)^2 + (y + 5)^2 = 25$  tangentit, jotka kulkevat pisteen  $(-8, -4)$  kautta.  
V:  $3x - 4y + 8 = 0$ ,  $4x + 3y + 44 = 0$