

Sivu 4.12. klo 11:10

Vieta: Analyttinen ratkaiseminen

Descartes
Fermat

Paraabelin polttopiste on $(2,1)$ ja johtosuora $y = -1$. Mikä on paraabelin yhtälö?

Olkoon (x,y) paraabelin mielivaltainen piste. Tällöin

$$\sqrt{(x-2)^2 + (y-1)^2} = |y - (-1)| \quad | \quad ()^2$$

$$(x-2)^2 + (y-1)^2 = (y+1)^2$$

$$x^2 - 4x + 4 + y^2 - 2y + 1 = y^2 + 2y + 1 \quad | +2y$$

$$x^2 - 4x + 4 = 4y \quad | :4$$

$$y = \frac{1}{4}x^2 - x + 1$$

Paraabelin yhtälö

1) Akseli on y-akselin suuntainen (johtosuora on x-akselin suuntainen)

huippumuoto $y - y_0 = a(x - x_0)^2$

ratkaistu muoto $y = ax^2 + bx + c$

2) Akseli on x-akselin suuntainen (johtosuora on y-akselin suuntainen)
Tällöin x ja y vaihtavat paikkaa

Suoran yhtälö

Kulmakerroin $k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$$y - y_0 = k(x - x_0)$$

$$y = kx + b$$

$$Ax + By + C = 0$$

Ympyrä

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$$

$$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$$

Esimerkki

Onko $x^2 + y^2 - 4x + 3y - 8 = 0$ ympyrän yhtälö?

Ratkaisu:

$$x^2 - 4x + 4 + y^2 + 3y + \frac{9}{4} = 8 + 4 + \frac{9}{4}$$

$$(x-2)^2 + \left(y + \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{57}{4}$$

VASTAUS: On ympyrän yhtälö. Ympyrän keskipiste on $\left(2, -\frac{3}{2}\right)$ ja säde on $\frac{\sqrt{57}}{2}$