

Tuntisuunnitelma

Tunnin teema: Analyyttinen geometria

Oppimistavoitteet:

- Harjoitellaan analyyttiseen geometriaan liittyviä tehtäviä, yhteyksiä geometrinen ja algebrallisten käsitteiden välille.
- Harjoitellaan tehtäviä, jossa käytetään ohjelmistoja käyrien ja vektoreiden tutkimisessa sekä niihin liittyvissä sovelluksissa.

Tunnin aloitus:

Lue tehtävänanto huolellisesti.

Opiskelijoita on hyvä muistuttaa, että ratkaisujen pitää olla hyvin ymmärrettävissä, vaadittavat välivaiheet ja selitykset.

Tehtävissä on suositeltavaa käyttää ohjelmistoja.

Jos tehtävä on ratkaistu ohjelmistoilla, niin perusteluiksi riittää kuvakaappaukset tai selitykset, joista ilmenee mitä on tehty.

B-osion tehtäviä.

Yleisiä havaintoja teeman tehtävistä:

- Käyttäkää ohjelmistoja, ne auttavat havainnollistamaan asioita paremmin.
- Lukekaa tehtävänannot huolellisesti sekä antakaa lopputulos halutussa muodossa.

Tehtävä 1: Kevät 2024

6. Piste hukassa (12 p.)

Tason pisteen C etäisyys pisteestä $A = (5, 4)$ on $\sqrt{20}$ ja etäisyys pisteestä $B = (8, -2)$ on $\sqrt{65}$. Lisäksi pisteen C etäisyys pisteen B kautta kulkevasta, vektorin $5\vec{i} + 2\vec{j}$ suuntaisesta suorasta s on alle 7. Määritä pisteen C koordinaatit sekä pisteen C tarkka etäisyys suorasta s .

- mitä pitää ottaa ratkaisemisessa huomioon
 - Palauttaa mieleen kuinka lasketaan kahden pisteen etäisyys toisistaan, suoran yhtälö sekä kuinka laskettiin pisteen etäisyys suorasta.
 - Lopullisen vastauksen saa sijoittamalla yhtälöön ja huomata että sen pitää olla alle 7.
- minkälaisia ja kuinka tarkkoja perusteluja vaaditaan (ks. HVP)
 - Selkeät välivaiheet
 - Perustelu miksi pistepari on oikea
 - Ilman perusteluita, kokeilemalla Max 10p
 - Ohjelmistolla tehdyssä ratkaisussa komennot tai sanalliset selitykset näkyviin
- onko erilaisia ratkaisutapoja?
 - Piirtämällä tai algebrallisesti laskemalla
 - Suoran yhtälön voi määrittää ainakin kahdella tavalla
 - **Ohjelmistolla tehdyssä ratkaisussa pisteet on ajateltu ympyröiden keskipisteinä**
- onko jostain ohjelmistosta hyötyä
 - Geogebra
 - CAS-ohjelma
- tavallisimpia virheitä ja vaaranpaikkoja
 - Väärin muodostettu suoran yhtälö
 - Ympyrän säteet likiarvoina
 - Löydetty vain yksi piste
- miten tehtäviä voisi tunnilla neuvoa
 - Maolista kaavat
 - Muodostaa yhtälö pisteparien A ja B avulla

Tehtävä 2: Kevät 2022

6. Ympyrä kohtaa paraabelin 12 p.

Tämän tehtävän voi ratkaista likimääräisesti ohjelmistolla. Tällöin perusteluiksi riittävät kuvakaappaukset tai selitykset, joista ilmenee, mitä on tehty. Tehtävän voi myös ratkaista algebrallisesti laskemalla.

Olkoon $r > 0$. Paraabeli $y = x^2$ ja ympyrä $x^2 + (y - 2)^2 = r^2$ sivuavat toisiaan kahdessa pisteessä. Määritä paraabelin ja ympyrän väliin jäävän alueen pinta-ala. Anna vastaus kahden merkitsevän numeron tarkkuudella.

- mitä pitää ottaa ratkaisemisessa huomioon
 - Ohjelmistolla tehdyssä ratkaisussa kelpaa likimääräisesti saatu vastaus
 - Tiettyjen muuttujien arvot voi ratkaista CAS-ohjelmalla, kertomalla siitä sanallisesti
 - Vastaus kahden merkitsevän numeron tarkkuudella
- minkälaisia ja kuinka tarkkoja perusteluja vaaditaan (ks. HVP)
 - Ratkaisussa pitää olla selkeät välivaiheet
 - Yksittäisistä välivaiheista saa helposti pisteitä
- onko erilaisia ratkaisutapoja?
 - Ohjelmistolla tai laskemalla
 - x , y ja r arvot voi ratkaista eri tavoilla
 - Pinta-alan voi laskea integraalin avulla
- onko jostain ohjelmistosta hyötyä
 - Geogebra
 - CAS-ohjelma
- tavallisimpia virheitä ja vaaranpaikkoja
 - Sivumispisteiden etsimisessä
 - Integrointi väärällä välillä
 - Integraalissa väärinpäin yhtälöt
- miten tehtäviä voisi tunnilla neuvoa
 - Piirrä kuva

Tehtävä 3: Kevät 2023

6. Raketin nokkakartio (12 p.)

Erään raketin kärki, eli niin sanottu nokkakartio, saadaan, kun alaspäin aukeava paraabeli pyörähtää symmetria-akselinsa ympäri. Kärjen korkeus on 4,5 metriä, ja sen halkaisija pohjan tasolla on 3,3 metriä. Määritä kärjen tilavuus.

- mitä pitää ottaa ratkaisemisessa huomioon
 - Tehtävän ratkaisemiseen ei saa käyttää suoraa tilavuuden kaavaa
 - YO-kokeessa kannattaa kuitenkin aina tarkistaa, voisiko MAOLista löytyä apua
 - Pyörähdyskappaleen paraabelia muodostuva funktio
 - Jos tehtävässä saa käyttää suoraa kaavaa niin on tärkeä löytää oikea kaava
 - Paraabelin voi muodostaa koordinaatistoon eri tavoin
- minkälaisia ja kuinka tarkkoja perusteluja vaaditaan (ks. HVP)
 - Selkeät lasku välivaiheet
 - Komennot tai sanalliset selitykset näkyviin
 - Jos jotain ratkaistaan CAS-laskimella niin vaaditaan sanallinen selitys, miten tietty arvo on ratkaistu.
- onko erilaisia ratkaisutapoja?
 - Paraabelin yhtälön voi muodostaa eri tavoin
- onko jostain ohjelmistosta hyötyä
 - Geogebra
 - CAS-ohjelma
- tavallisimpia virheitä ja vaaranpaikkoja
 - Paraabeli yhtälön muodostaminen
 - Integroinnissa
 - Integraalin rajat voivat olla väärin tai minkä suhteen integroidaan
 - Integraalin edestä puuttuu π , ei ymmärrä, että kuvaaja pyörähtää y-akselin ympäri
- miten tehtäviä voisi tunnilla neuvoa
 - Piirtää ensiksi kuva

