

Tehtävä 1.

3. Murtolausekkeen integraali 12 p.

Jokaisesta osatehtävästä voi saada 4 pistettä.

1. Osoita, että yhtälö

$$\frac{4}{4-x^2} = \frac{1}{2+x} + \frac{1}{2-x}$$

on voimassa kaikilla $x \neq \pm 2$.

2. Laske integraali

$$\int_{-1}^1 \frac{1}{2+x} dx.$$

3. Laske integraali

$$\int_{-1}^1 \frac{1}{4-x^2} dx.$$

Tehtävä 2.

4. Polynomit 12 p.

Polynomien $f(x) = (x-2)(x+2)(x-1)$ ja $g(x) = -2(x-2)(x+2)(x+1)$ kuvaajat leikkaavat toisensa kolmessa pisteessä $(2, 0)$, $(-2, 0)$ ja (x_0, y_0) , missä $-2 < x_0 < 0$.

1. Määritä leikkauspiste (x_0, y_0) . (4 p.)
2. Laske polynomien kuvaajien väliin jäävän alueen pinta-ala välillä $[0, 2]$. (8 p.)

Tehtävä 3.

4. Integraali 12 p.

Funktion $f: [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ arvo $f(x)$ on luvun x kokonaislukuosa. Esimerkiksi $f(1) = 1$, $f(\frac{11}{5}) = 2$ ja $f(\pi) = 3$. Laske

$$\int_0^{10} f(x) dx.$$