

## Todennäköisyys – tunti 4

### Tehtävä 1: S22/7

#### 7. Pienet ja suuret kuutiot (12 p.)

Keskenään samankokoisista 99 pienestä punaisesta kuutiosta kootaan kolme suurta kuutiota, joissa on 8, 27 ja 64 osaa. Näiden kolmen suuren kuution sivut maalataan sinisiksi. Maalaamisen jälkeen suuret kuutiot puretaan takaisin 99 kuutioksi.

1. Valitaan umpimähkään yksi pieni kuutio. Millä todennäköisyydellä valitun kuution kaikki sivut ovat punaisia? (6 p.)
2. Valitaan umpimähkään kolme pientä kuutiota. Millä todennäköisyydellä ainakin yhden valitun kuution kaikki sivut ovat punaisia? (6 p.)

### Tehtävä 2: S23/7

#### 7. Ken Guru hyppii (12 p.)

Ken Guru on  $3 \times 3$ -ruudukon vasemman yläkulman ruudussa A, ja sen on päästävä hyppimällä oikean alakulman ruutuun B. Yksittäinen hyppy on mahdollinen vain naapuriruutuun joko suoraan oikealle tai suoraan alas, muttei vinottain tai ruudukon ulkopuolelle. Jos mahdollisia vaihtoehtoja on kaksi, niin Ken hyppää niistä kumpaan tahansa todennäköisyydellä 0,5. Muuten se hyppää ainoaan mahdolliseen ruutuun.

1. Määritä jokaisen mahdollisen reitin todennäköisyys. (8 p.)
2. Ken palaa ruudusta B takaisin ruutuun A hyppimällä muuten samalla periaatteella, mutta nyt hyppyt ovat mahdollisia vain suoraan vasemmalle tai suoraan ylös. Kuinka suurella todennäköisyydellä Ken palaa takaisin samaa reittiä (mutta vastakkaiseen suuntaan) kuin menomatalla? (4 p.)

## Lisätehtävä 1: K22/7

### 7. Makeismatematiikkaa (12 p.)

1. Makeispussissa on 22 salmiakkimakeista ja 19 hedelmämakeista. Eeri ottaa pussista kolme makeista. Millä todennäköisyydellä kaikki kolme ovat hedelmämakeisia? (6 p.)
2. Kaikki Eerin ottamat makeiset olivat hedelmämakeisia, jolloin makeispussissa on jäljellä 22 salmiakkimakeista ja 16 hedelmämakeista. Kuura ottaa nyt pussista viisi makeista. Millä todennäköisyydellä näiden viiden makeisen joukossa on vähintään yksi salmiakkimakeinen ja vähintään yksi hedelmämakeinen? (6 p.)

## Lisätehtävä 2: K24/11

### 11. Brownin liike (12 p.)

Vuonna 1827 kasvitieteilijä Robert Brown tutki mikroskoopilla, miten siitepölyhiukkanen liikkuu nykien vedessä. Brownin koe viittasi molekyylien olemassaoloon, ja sillä oli siten tärkeä rooli atomiteorian historiassa.

Tutkitaan yksinkertaistettua Brownin liikettä. Hiukkasen liike tasossa alkaa origosta. Tasaisin väliajoin hiukkanen liikkuu yhden yksikön verran joko ylös, alas, oikealle tai vasemmalle. Jokaisen suunnan todennäköisyys on  $\frac{1}{4}$ . Esimerkiksi ensimmäisen askeleen jälkeen mahdolliset sijainnit ovat  $(0, 1)$ ,  $(0, -1)$ ,  $(1, 0)$  ja  $(-1, 0)$ .

Tutkitaan hiukkasen sijaintia neljän askeleen jälkeen. Kutsutaan tätä päätepisteeksi.

Määritä päätepisteen kaikki mahdolliset  $x$ -koordinaatit sekä niiden todennäköisyydet.