

MAA5 TESTI 26.4.2018

1. Ratkaise itseisarvoyhtälöt

a) $|3x - 5| = 7$

b) $|x^2 + 2| = |x + 2|$.

RATKAISU: a)

$$\begin{array}{lll} & |3x - 5| = 7 & \\ 3x - 5 = 7 & \text{tai} & 3x - 5 = -7 \\ 3x = 12 & \text{tai} & 3x = -2 \\ x = 4 & \text{tai} & x = -\frac{2}{3} \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{lll} & |x^2 + 2| = |x + 2| & \\ x^2 + 2 = x + 2 & \text{tai} & x^2 + 2 = -x - 2 \\ x^2 - x = 0 & \text{tai} & x^2 + x + 4 = 0 \\ x(x - 1) = 0 & \text{tai} & x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} \\ x = 0 \quad \text{tai} \quad x = 1 & \text{tai} & x = \frac{-1 \pm \sqrt{-15}}{2} \quad (\text{Ei ratkaisua}). \end{array}$$

VASTAUS: a) $x = 4$ tai $x = -\frac{2}{3}$, b) $x = 0$ tai $x = 1$.

2. Määritä janan keskipiste ja pituus, kun sen päätepisteet ovat

a) $(3, -5)$ ja $(2, -7)$

b) $(-1, -20)$ ja $(1, -18)$.

RATKAISU: a) Keskipiste on

$$P = \left(\frac{3+2}{2}, \frac{-5-7}{2} \right) = \left(\frac{5}{2}, -6 \right)$$

ja pituus on

$$\sqrt{(2-3)^2 + (-7-(-5))^2} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}.$$

b) Keskipiste on

$$Q = \left(\frac{-1+1}{2}, \frac{-20-18}{2} \right) = (0, -19)$$

ja pituus on

$$\sqrt{1 - (-1)^2 + (-20 - (-18))^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}.$$

VASTAUS: a) Keskipiste $\left(\frac{5}{2}, -6\right)$, pituus $\sqrt{5}$ b) keskipiste $(0, -19)$, pituus $2\sqrt{2}$.

3. Ratkaise epäyhtälö $|4x + 2| \geq |2x - 2|$.

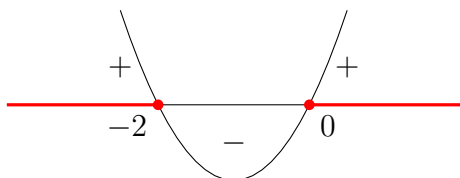
RATKAISU:

$$\begin{aligned} |4x + 2| \geq |2x - 2| & \quad |()|^2 \\ (4x + 2)^2 \geq (2x - 2)^2 \\ 16x^2 + 16x + 4 \geq 4x^2 - 8x + 4 \\ 12x^2 + 24x \geq 0. \end{aligned}$$

Ratkaistaan vasemman puolen nollakohdat:

$$\begin{aligned} 12x^2 + 24x &= 0 \\ 12x(x + 2) &= 0 \\ 12x &= 0 & \text{tai} & & x + 2 = 0 \\ x &= 0 & \text{tai} & & x = -2. \end{aligned}$$

Vasemman puolen kuvaaja on ylöspäin aukea paraabeli. Tehdään tämän perusteella merkki-kaavio:



VASTAUS: $x \leq -2$ tai $x \geq 0$.

4. Suora kulkee pisteiden $A(4, 2)$ ja $B(6, 6)$ kautta.

- Määritä suoran yhtälö. (4p.)
- Kuuluuko piste $(12, 22)$ suoralle AB ? (2p.)

RATKAISU: a) Suoran kulmakerroin on

$$k = \frac{6 - 2}{6 - 4} = 2.$$

Suoran yhtälö on siis

$$\begin{aligned} y - y_0 &= k(x - x_0) \\ y - 2 &= 2 \cdot (x - 4) \\ y &= 2x - 6. \end{aligned}$$

b) Tutkitaan, kuuluuko piste $(12, 22)$ suoralle:

$$\begin{aligned} 22 &= 2 \cdot 12 - 6 \\ 22 &= 18. \end{aligned}$$

Saatiin epätosi yhtälö, joten piste $(12, 22)$ ei kuulu suoralle.

VASTAUS: a) $y = 2x - 6$ (tai $2x - y - 6 = 0$), b) ei kuulu.