

YHTÄLÖPARIT MALLITEORIA

KPL 8 Polynomilaskennan kertausta

Merkkisäännöt:

$$+ (+) = +$$

$$- (-) = +$$

$$+ (-) = -$$

$$- (+) = -$$

ESIMERKKI 1. Sievennä.

$$\text{a) } 6x + (-7x) = 6x - 7x = -x$$

$$\text{b) } 4x - (-2x) = 4x + 2x = 6x$$

$$\text{c) } -5x + (-9x) = -5x - 9x = -14x$$

$$\text{d) } -3x - (-x) = -3x + x = -2x$$

ESIMERKKI 2. Sievennä.


$$\text{a) } (3x) + 2 + (7x) + 9 = (10x) + 11$$

$$\text{b) } x^2 + 8 + (7x^2 - 8) = x^2 + 8 + 7x^2 - 8 = 8x^2$$

$$\text{c) } 12x - (-7x + 11) = 12x + 7x - 11 = 19x - 11$$

$$\text{d) } 8x - (6x - 4) = 8x - 6x + 4 = 2x + 4$$

ESIMERKKI 3. Sievennä.




a) $6(x + 9) = 6x + 54$

b) $8(2x + 3) = 16x + 24$

c) $5(-x + 5) = -5x + 25$

d) $-3(5x - 7) = -15x + 21$

ESIMERKKI 4. Sievennä.



a) $2x(x - 4) = 2x^2 - 8x$

b) $5x(-7x + 1) = -35x^2 + 5x$

KPL 9 Kahden muuttujan yhtälö ja yhtälöpari

- **Kahden muuttujan** yhtälössä on kaksi tuntematonta (esim. x ja y)

ESIMERKKI 1.

a)

| | | | | | | | | | |
|---------------------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| $x + y = 5$ | | | | | | | | | |
| Ratkaisuja ovat mm. | | | | | | | | | |
| $x = 2$ ja $y = 3$ | | | | | | | | | |
| $x = 1$ ja $y = 4$ | | | | | | | | | |
| $x = 3$ ja $y = 2$ | | | | | | | | | |
| $x = -1$ ja $y = 6$ | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |

→ Ratkaisuja on ääretön määrä

b)

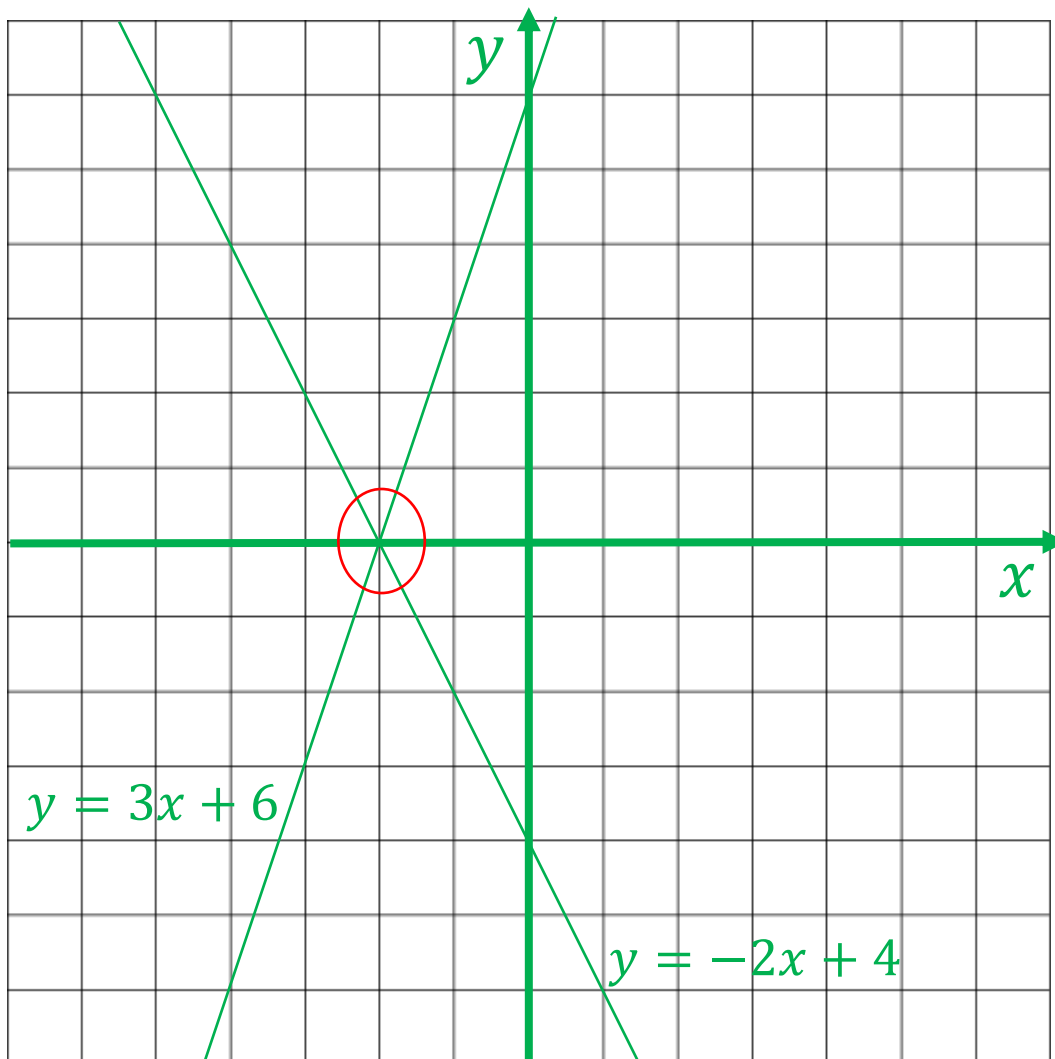
| | | | | | | | | | |
|---------------------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| $4x - 2y = 2$ | | | | | | | | | |
| Ratkaisuja ovat mm. | | | | | | | | | |
| $x = 1$ ja $y = 1$ | | | | | | | | | |
| $x = 2$ ja $y = 3$ | | | | | | | | | |
| $x = 3$ ja $y = 5$ | | | | | | | | | |
| \vdots | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |

→ Ratkaisuja on ääretön määrä

KPL 10 Yhtälöparin ratkaiseminen graafisesti (ratkaiseminen piirtämällä)

ESIMERKKI 1. Ratkaise yhtälöpari graafisesti

$$\begin{cases} y = 3x + 6 \\ y = -2x - 4 \end{cases}$$



Yhtälöparin ratkaisu on $x = -2$ ja $y = 0$.

KPL 11 Yhtälöparin ratkaiseminen sijoitusmenetelmällä

ESIMERKKI 1. Ratkaise yhtälöpari

| | | | | | | | | | |
|--|--|---|-----------------|--|--|--|--|--|--|
| | | $\begin{cases} y - 2x = -2 \\ y = 4x \end{cases}$ | | | | | | | |
| | | $4x - 2x = -2$ | | | | | | | |
| | | $2x = -2$ | $\parallel : 2$ | | | | | | |
| | | $x = -1$ | | | | | | | |
| | | Ratkaistaan y alemmasta yhtälöstä: | | | | | | | |
| | | $y = 4 \cdot (-1) = -4$ | | | | | | | |
| | | Yhtälöparin ratkaisu on $x = -1$ ja $y = -4$. | | | | | | | |

ESIMERKKI 2. Ratkaise yhtälöpari

| | | | | | | | | | |
|--|--|---|------------------|--|--|--|--|--|--|
| | | $\begin{cases} y = 8x - 5 \\ 22x + 2y = 28 \end{cases}$ | | | | | | | |
| | | $22x + 2(8x - 5) = 28$ | | | | | | | |
| | | $22x + 16x - 10 = 28$ | $\parallel +10$ | | | | | | |
| | | $38x = 38$ | $\parallel : 38$ | | | | | | |
| | | $x = 1$ | | | | | | | |
| | | Ratkaistaan y ylemmästä yhtälöstä: | | | | | | | |
| | | $y = 8 \cdot 1 - 5 = 3$ | | | | | | | |
| | | Yhtälöparin ratkaisu on $x = 1$ ja $y = 3$. | | | | | | | |

ESIMERKKI 2. Ratkaise yhtälöpari

| | | | | | | | | | |
|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| $\begin{cases} 3x - 4y = 2 \\ -2x - y = -16 \end{cases} \quad \parallel \cdot (-4)$ | | | | | | | | | |
| $\begin{cases} 3x - 4y = 2 \\ +8x + 4y = 64 \end{cases}$ | | | | | | | | | |
| $11x = 66 \quad \parallel : 11$ | | | | | | | | | |
| $x = 6$ | | | | | | | | | |
| Ratkaistaan y ylemmästä yhtälöstä: | | | | | | | | | |
| $3 \cdot 6 - 4y = 2$ | | | | | | | | | |
| $18 - 4y = 2 \quad \parallel -18$ | | | | | | | | | |
| $-4y = -16 \quad \parallel : (-4)$ | | | | | | | | | |
| $y = 4$ | | | | | | | | | |

HUOM! Kerro jompaakumpaa yhtälöistä siten, että y - (tai x -) termeistä tulee toistensa vastaluvut.

Yhtälöparin ratkaisu on $x = 6$ ja $y = 4$.

