

# Rationaalifunktio

$$f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$$

missä  $P(x)$  ja  $Q(x)$  ovat polynomeja

Huom! Nollalla ei saa jakaa, joten funktio on määritelty, kun  $Q(x) \neq 0$ .

**Esimerkki.** Tarkastellaan murtolauseketta  $\frac{x^2 + x}{x^2 - 1}$ .

**a)** Selvitä määrittelyehto.

**b)** Sievennä murtolauseke, jos mahdollista.

*Ratkaisu.* **a)** Nimittäjän nollakohdat:

$$x^2 - 1 = 0$$

$$x^2 = 1$$

$$x = \pm\sqrt{1} = \pm 1$$

Siis murtolauseke on määritelty, kun  $x \neq \pm 1$ .

Vastaus:  $x \neq \pm 1$

**Esimerkki.** Tarkastellaan murtolauseketta  $\frac{x^2 + x}{x^2 - 1}$ .

- a) Selvitä määrittelyehto.
- b) Sievennä murtolauseke, jos mahdollista.

*Ratkaisu.* b) Muista:

**summasta ei saa supistaa!**

**Sekä osoittaja että nimittäjä täytyy jakaa tekijöihin.  
Vain tulontekijän saa supistaa!**

**Esimerkki.** Tarkastellaan murtolauseketta  $\frac{x^2 + x}{x^2 - 1}$ .

**a)** Selvitä määrittelyehto.

**b)** Sievennä murtolauseke, jos mahdollista.

*Ratkaisu.* **b)**

$$\frac{x^2 + x}{x^2 - 1} = \frac{x(x + 1)}{x^2 - 1^2} \quad | \text{ muistikaava: } a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$= \frac{x \cancel{(x + 1)}}{\cancel{(x + 1)}(x - 1)} \quad | \text{ supistetaan } (x + 1):\text{llä}$$

$$= \frac{x}{x - 1}$$

# Murtolausekkeiden yhteen- ja vähennyslasku

- samalla tavalla kuin murtolukujen vastaavat laskutoimitukset
- erinimiset lausekkeet on lavennettava tai supistettava samannimisiksi

— lavennetaan  $d$ :llä

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} \pm \frac{bc}{bd} = \frac{ad \pm bc}{bd}$$

— lavennetaan  $b$ :llä

**Esimerkki.** Selvitä määrittelyehto ja sievennä lauseke.

$$\frac{x+3}{x} + \frac{2x}{x-1}.$$

*Ratkaisu.* Määrittelyehto:  $x \neq 0$  ja  $x - 1 \neq 0$  eli  
 $x \neq 0$  ja  $x \neq 1$

$$\begin{aligned} \overset{x-1}{x} \frac{x+3}{x} + \overset{x}{x-1} \frac{2x}{x-1} &= \frac{(x-1)(x+3)}{x(x-1)} + \frac{x \cdot 2x}{x(x-1)} \\ &= \frac{x^2 + 3x - x - 3}{x(x-1)} + \frac{2x^2}{x(x-1)} \\ &= \frac{3x^2 + 2x - 3}{x^2 - x} \end{aligned}$$