

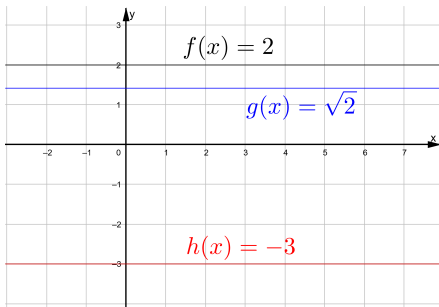
Nollannen asteen polynomifunktio

Nollannen asteen polynomi on vakio­polynomi, joka on muotoa

$$f(x) = a_0,$$

jossa reaali­luku a_0 on vakio. Polynomi ei sisällä muuttujaa x ja sen arvo on aina sama vakio.

Vakio­polynomin kuvaaja on **vaaka­suora** suora.



Ensimmäisen asteen polynomifunktio

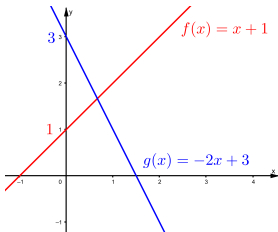
Ensimmäisen asteen polynomifunktio on muotoa

$$f(x) = kx + b,$$

jossa $k \neq 0$. Funktion kuvaaja on nouseva tai laskeva suora.

Kulmakerroin k määrää suoran suunnan. Suora on

- nouseva, kun $k > 0$
- laskeva, kun $k < 0$



Toisen asteen polynomifunktio

Toisen asteen polynomifunktio on muotoa

$$f(x) = ax^2 + bx + c,$$

jossa $a \neq 0$ ja jossa a , b ja c ovat reaalilukuja.

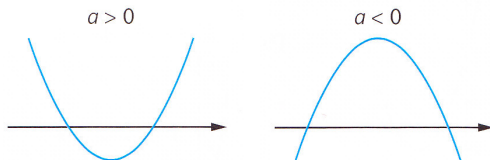
Toisen asteen polynomifunktioita ovat esimerkiksi seuraavat:

$$f(x) = 3x^2 - 5x + 8, \quad p(x) = \sqrt{3}x^2 + x, \quad q(x) = 9 - x^2.$$

Toisen asteen polynomifunktion kuvaaja

Toisen asteen polynomifunktion $f(x) = ax^2 + bx + c$ kuvaaja on **paraabeli**.

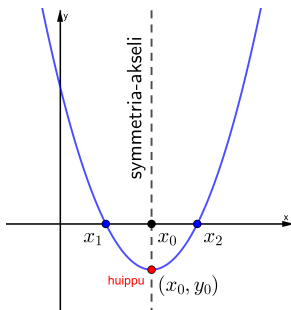
- Jos $a > 0$, paraabeli on **ylöspäin aukeava**.
- Jos $a < 0$, paraabeli on **alaspäin aukeava**.



Toisen asteen polynomifunktiolla on **korkeintaan kaksi nollakohtaa**.

Toisen asteen polynomifunktion kuvaaja

Paraabeli on symmetrinen huipun kautta kulkevan y -akselin suuntaisen suoran suhteen. Tätä suoraa kutsutaan paraabelin **symmetria-akseliksi**.



Paraabelin huipun x -koordinaatti on nollakohtien keskiarvo:

$$x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

Esimerkki. Missä pisteessä sijaitsee funktion

$f(x) = -x^2 + 3x$ kuvaajan huippu?

Ratkaisu. Kuvaaja on alaspäin aukeava paraabeli. Nollakohdat:

$$-x^2 + 3x = 0$$

$$x(-x + 3) = 0 \quad \text{tulon nollasääntö}$$

$$x = 0 \text{ tai } -x + 3 = 0$$

$$3 = x$$

$$x = 3$$

$$\text{Huipun } x\text{-koordinaatti } x_0 = \frac{0 + 3}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\text{Huipun } y\text{-koordinaatti } y_0 = f\left(\frac{3}{2}\right) = -\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 3 \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{4}$$

Vastaus: Paraabelin huippu sijaitsee pisteessä $\left(\frac{3}{2}, \frac{9}{4}\right)$

n . asteen polynomifunktio on muotoa

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0,$$

jossa $a_n \neq 0$.

- Astetta n (≥ 1) olevalla polynomifunktiolla on korkeintaan n nollakohtaa.
- Jos n on pariton, niin nollakohtia on ainakin yksi.
- Jos n on parillinen, niin nollakohtia ei tarvitse olla yhtään.