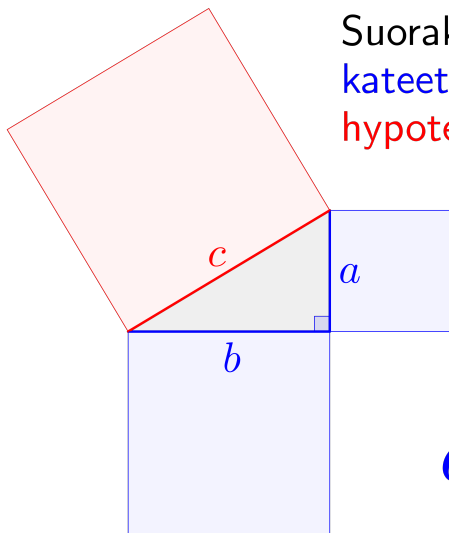


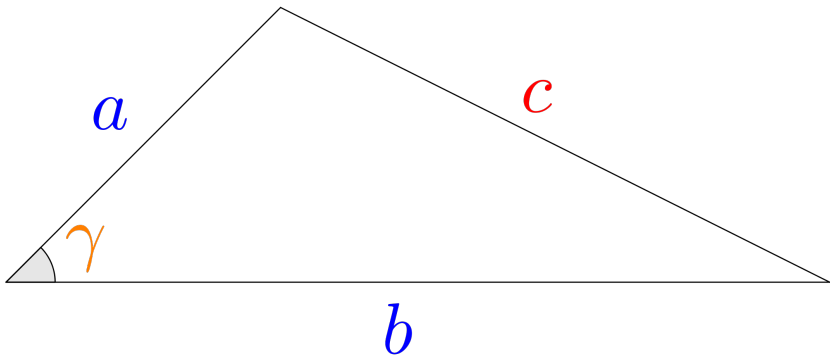
Suorakulmainen kolmio: Pythagoraan lause

Suorakulmaisessa kolmiossa
kateettien neliöiden summa on
hypotenuusan neliö.



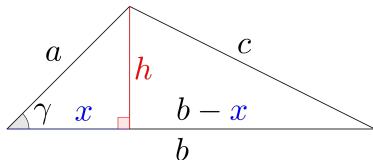
$$a^2 + b^2 = c^2$$

Vinokulmainen kolmio: Kosinilause



$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

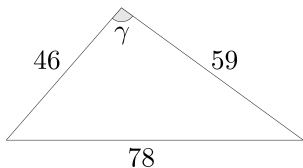
Osoitetaan kosinilauseen $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$ paikkansapitävyys, kun kulma γ on terävä.



Pythagoraan lauseen nojalla

$$\begin{aligned} c^2 &= (b - x)^2 + h^2 & | \quad (a - b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2 \\ &= b^2 - 2bx + x^2 + h^2 & | \quad \text{Pythagoras: } x^2 + h^2 &= a^2 \\ &= b^2 - 2bx + a^2 \\ &= a^2 + b^2 - 2bx & | \quad \cos \gamma &= \frac{x}{a}, \quad a \cos \gamma = x \\ &= a^2 + b^2 - 2ba \cos \gamma = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma. \quad \square \end{aligned}$$

Esimerkki. Kolmion sivujen pituudet ovat 59, 46 ja 78.
Määritä kolmion suurin kulma asteen kymmenyksen tarkkuudella.



Suurin kulma löytyy pisintä sivua vastapäätä. Kosinilause:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

$$78^2 = 46^2 + 59^2 - 2 \cdot 46 \cdot 59 \cdot \cos \gamma$$

$$2 \cdot 46 \cdot 59 \cdot \cos \gamma = 46^2 + 59^2 - 78^2$$

$$\cos \gamma = \frac{46^2 + 59^2 - 78^2}{2 \cdot 46 \cdot 59} = -0,089 \dots$$

$$\gamma = \arccos(-0,089 \dots)$$

$$= 95,1475^\circ \approx 95,1^\circ$$

Vastaus: $95,1^\circ$