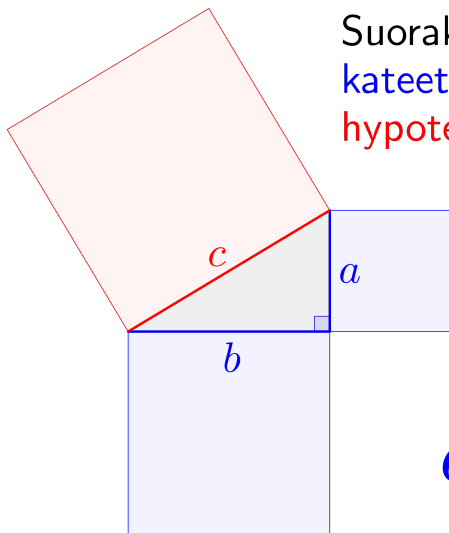
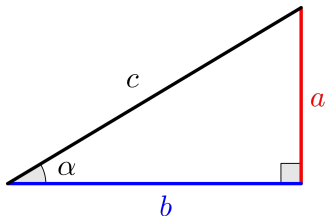


Suorakulmaisessa kolmiossa
kateettien neliöiden summa on
hypotenuusan neliö.



$$a^2 + b^2 = c^2$$

Terävän kulman α sini, kosini ja tangenti



Suorakulmaisessa kolmiossa

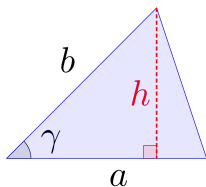
$$\sin \alpha = \frac{\text{vastainen kateetti}}{\text{hypotenuusa}} = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{viereinen kateetti}}{\text{hypotenuusa}} = \frac{b}{c}$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{vastainen kateetti}}{\text{viereinen kateetti}} = \frac{a}{b}$$

Vinokulmainen kolmio

Kolmion pinta-ala



$$A = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$$

Todistus. Kolmion pinta-ala on $A = \frac{1}{2} ah$.

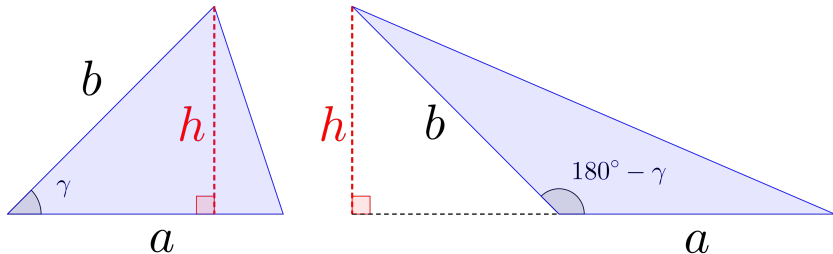
Toisaalta

$$\begin{aligned} \sin \gamma &= \frac{h}{b} & | \cdot b \\ b \sin \gamma &= h \end{aligned}$$

$$\text{Siis } A = \frac{1}{2} ah = \frac{1}{2} ab \sin \gamma.$$

Huom! Kolmion pinta-ala määräytyy kannan ja korkeuden

perusteella: $A = \frac{1}{2}ah$.



Jos kolmion kaksi sivua ovat a ja b , niin kolmio voidaan piirtää kahdella eri tavalla niin, että korkeus on sama.

Kulman ja supplementtikulman sinien arvot ovat samat:

$$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

Esimerkki. Kolmionmuotoisen nurmialueen pinta-ala on 346 m^2 ja sen kahden sivun pituudet ovat $27,4 \text{ m}$ ja $39,1 \text{ m}$. Määritä näiden sivujen välinen kulma.

Ratkaisu.

$$A = \frac{1}{2}ab \sin \gamma, \quad \text{jossa } A = 346, \quad a = 27,4, \quad b = 39,1$$

$$346 = \frac{1}{2} \cdot 27,4 \cdot 39,1 \cdot \sin \gamma \quad | \cdot 2$$

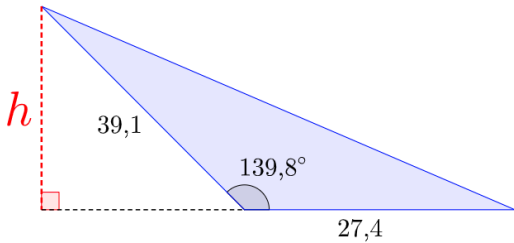
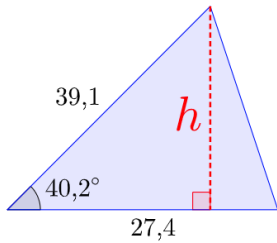
$$2 \cdot 346 = 27,4 \cdot 39,1 \cdot \sin \gamma$$

$$\sin \gamma = \frac{2 \cdot 346}{27,4 \cdot 39,1} = 0,645\,92 \dots$$

$$\gamma = \arcsin(0,645\,92 \dots) = 40,2346 \dots^\circ$$

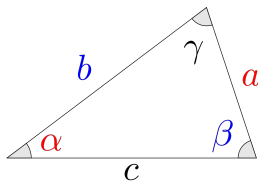
Kulmaksi kelpaa myös $180^\circ - 40,2346 \dots^\circ = 139,765 \dots^\circ$

Vastaus: $40,2^\circ$ tai $139,8^\circ$ (ks. seuraava kuva).



Sinilause

Kolmion sivun ja vastaisen kulman sinin suhde on vakio

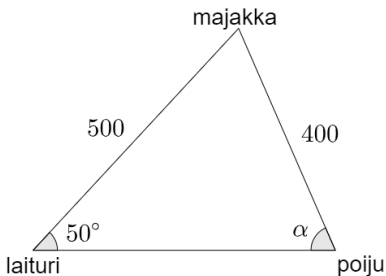


$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

- Kun ratkaistaan kulmaa tämän kaavan avulla, saadaan kaksi ratkaisua: kulma ja sen supplementtikulma (ongelmallista tässä on, että mahdollisesti vain toinen kelpaa : (
- Sinilauseen todistus. Lasketaan kolmion ala kolmella eri tavalla:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}bc \sin \alpha &= \frac{1}{2}ac \sin \beta = \frac{1}{2}ab \sin \gamma && | : \frac{1}{2}abc \\ \Leftrightarrow \frac{\sin \alpha}{a} &= \frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \gamma}{c} && \Leftrightarrow \frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} \end{aligned}$$

Esimerkki. Majakka on 500 metrin päässä laiturista ja 400 metrin päässä poijusta. Laiturilta katsottuna majakan ja poijun väli näkyy 50° :n kulmassa. Kuinka suuressa kulmassa poijulta näkyy majakan ja laiturin väli?



Sinilause:

$$\frac{400}{\sin 50^\circ} = \frac{500}{\sin \alpha} \quad | \text{ kerrotaan ristiin}$$

$$400 \cdot \sin \alpha = 500 \cdot \sin 50^\circ \quad | : 400$$

$$\sin \alpha = \frac{500 \cdot \sin 50^\circ}{400}$$

$$\alpha = \arcsin \left(\frac{500 \cdot \sin 50^\circ}{400} \right) = 73,24^\circ \approx 73^\circ$$

Kulmaksi kelpaa (ehkä) myös

$$180^\circ - \alpha = 180^\circ - 73^\circ = 107^\circ.$$

Tarkistus: $50^\circ + 107^\circ = 157^\circ < 180^\circ$, OK

Vast: 73° :n tai 107° :n kulmassa.