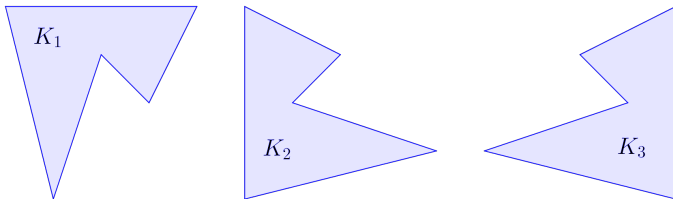


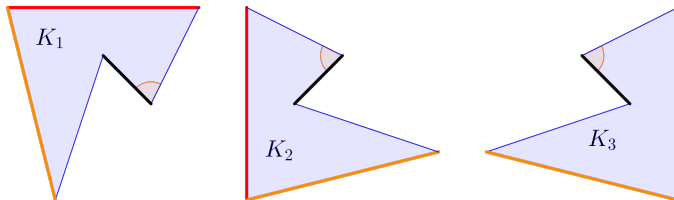
Yhtenevyys ja yhdenmuotoisuus

Tasokuvioiden yhtenevyys



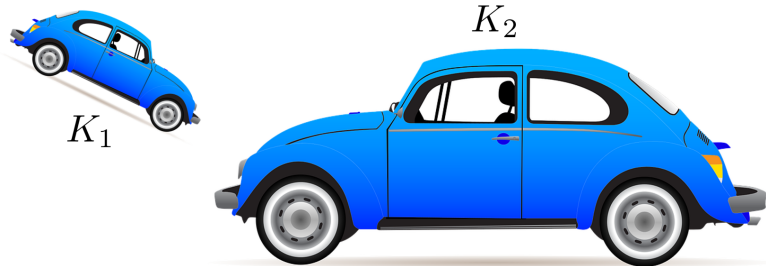
- Tasokuviota sanotaan **yhteneväksi** toisen tasokuvion kanssa silloin kun kuviot ovat samankokoiset ja samanmuotoiset.
- Tasokuvioiden yhtenevyys tarkoittaa sitä, että kuviot päällekkäin asetettuina peittävät täysin toinen toisensa.
- Kuviot, jotka saadaan toisistaan **siirtämällä**, **kiertämällä** tai **peilaamalla**, ovat **yhteneviä**.

Tasokuvioiden yhtenevyys



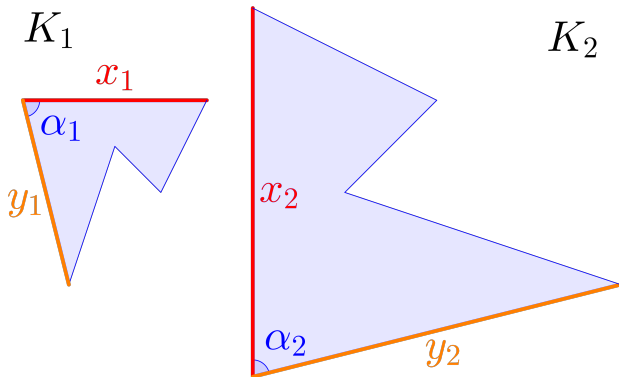
- Kun yhtenevät kuviot ajatellaan asetetuiksi päällekkäin siten, että ne peittävät täysin toinen toisensa, päällekkäin osuvia osia kutsutaan **vastinosiksi**.
- Yhtenevien monikulmioiden päällekkäin osuvia sivuja kutsutaan **vastinsivuiksi** ja kulmia **vastinkulmiksi**.
- Yhtenevien kuvioden kaikki vastinosat ovat keskenään yhtä suuret.

Yhdenmuotoisuus



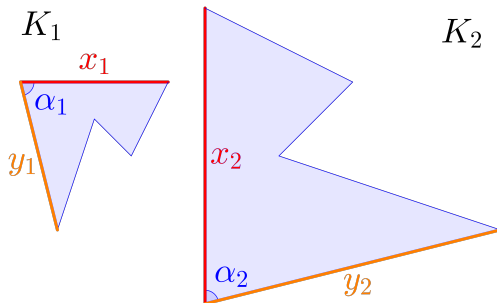
- Kuvioden yhdenmuotoisuus tarkoittaa havainnollisesti sitä, että kuvat ovat samanmuotoiset, mutta eivät välttämättä samankokoiset.
- Kuviot, jotka saadaan toisistaan **siirtämällä**, **kiertämällä**, **suurentamalla**, **pienentämällä** tai **peilaamalla**, ovat yhdenmuotoiset.
- Yhdenmuotoisuutta merkitään symbolilla $\sim$ (kuvassa $K_1 \sim K_2$).

Monikulmioiden yhdenmuotoisuus



- Yhdenmuotoisilla monikulmiolla on yhtä monta kärkeä (**vastinkärjet**). Vastinkärkien avulla voidaan edelleen määrätä **vastinsivut** ja **vastinkulmat**.

Monikulmioiden yhdenmuotoisuus

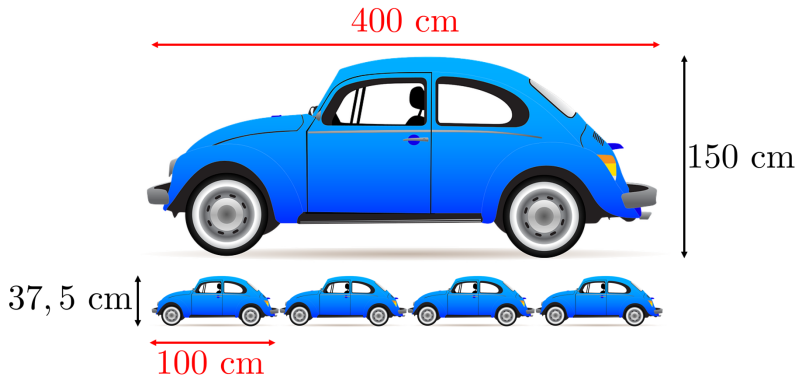


Monikulmio K_1 on **yhdenmuotoinen** monikulmion K_2 kanssa, $K_1 \sim K_2$, jos monikulmioiden vastinkulmat ovat yhtä suuret ja vastinsivujen pituuksien suhteet ovat yhtä suuret eli vastinsivut ovat suoraan verrannolliset: $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}$.

Vastinsivujen pituuksien suhdetta kutsutaan **mittakaavaksi** (k).

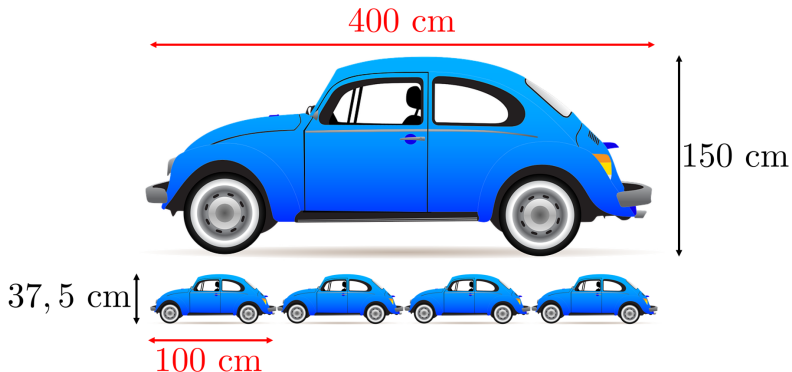
Yhdenmuotoisuus ja mittakaava

Yhdenmuotoisten kuvioiden vastinosien pituuksien suhde on **mittakaava** k .



$$\text{Mittakaava } k = \frac{100 \text{ cm}}{400 \text{ cm}} = \frac{37,5 \text{ cm}}{150 \text{ cm}} = \frac{1}{4}$$

Verranto voidaan kirjoittaa myös siten, että lasketaan toisesta kuviosta kahden pituusmitan suhde ja verrataan toisen kuvion vastaavien pituuksien suhteeseen.



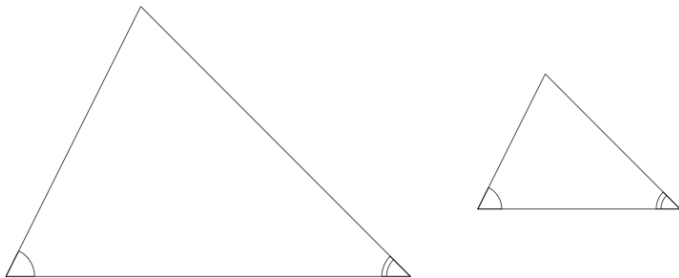
Myös seuraava verranto on tosi:

$$\frac{37,5 \text{ cm}}{100 \text{ cm}} = \frac{150 \text{ cm}}{400 \text{ cm}}$$

Kolmioiden yhdenmuotoisuuslauseet

Lause kk (kulma-kulma)

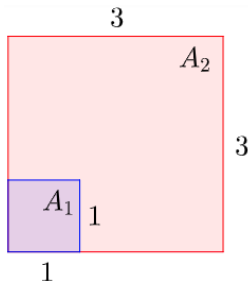
Jos kolmion kaksi kulmaa ovat yhtä suuret kuin toisen kolmion kaksi kulmaa, niin kolmiot ovat yhdenmuotoiset.



Yhdenmuotoisten kuvioiden pinta-alojen suhde

Yhdenmuotoisten kuvioiden **pinta-alojen** suhde on **mittakaavan neliö**.

$$\frac{A_2}{A_1} = k^2, \quad \text{missä } k \text{ on mittakaava.}$$



$$\text{mittakaava } k = \frac{3}{1}$$

$$\text{ison neliön ala } A_2 = 3 \cdot 3 = 3^2$$

$$\text{pienen neliön ala } A_1 = 1 \cdot 1 = 1^2$$

$$\text{pinta-alojen suhde } \frac{A_2}{A_1} = \frac{3^2}{1^2} = \left(\frac{3}{1}\right)^2 = k^2$$

Yhdenmuotoisten kappaleiden tilavuuksien suhde

Yhdenmuotoisten kappaleiden **tilavuuksien** suhde on **mittakaavan kuutio**.

$$\frac{V_2}{V_1} = k^3, \quad \text{missä } k \text{ on mittakaava.}$$

Esimerkki. Yhdenmuotoisten arkkien A4 ja A5 alojen suhde on $100 : 50$. Kirjoitusta sisältävä A4-kokoinen arkki pienennetään kokoon A5. Kuinka monta prosenttia tekstin korkeus tällöin pienenee?

Ratkaisu. Pinta-alojen suhde

$$\frac{A_4}{A_5} = \frac{100}{50} = \frac{2}{1} = k^2 \quad \text{eli} \quad k^2 = 2 \quad \text{eli} \quad k = \sqrt{2}.$$

Olkoon A4:n tekstin korkeus h_4 ja A5:n tekstin korkeus h_5 . Tällöin

$$\frac{h_4}{h_5} = k = \sqrt{2} \quad \text{eli} \quad \frac{h_5}{h_4} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,7071\dots = 70,71\dots\%$$

Tekstin korkeus pienenee

$$100\% - 70,71\% = 29,29\% \approx 29,3\%.$$