

Isaac Newton (1643-1727) kehitti nimeään kantavan menetelmän ratkaista yhtälö. Menetelmässä yhtälö kirjoitetaan muotoon  $f(x) = 0$  ja tutkitaan funktion  $f(x)$  nollakohtia. Newtonin menetelmän iterointikaava on

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)},$$

missä  $f'(x)$  on funktion  $f(x)$  derivaattafunktio.

Toisinaan derivaattafunktion  $f'(x)$  muodostaminen voi olla työlästä, jolloin Newtonin menetelmää ei voi käyttää. Tietokoneohjelmien avulla yhtälön ratkaisut voidaan selvittää numeerisesti ns. *sekanttimenetelmällä*. Menetelmän erikoistapauksessa eli **regula falsi -menetelmässä** oletetaan, että funktio  $f(x)$  saa annetun välin päätepisteissä erimerkkiset arvot. Sekanttimenetelmä saadaan Newtonin menetelmän palautuskaavasta korvaamalla derivaattafunktio  $f'(x)$  käyrälle piirretyn sekantin kulmakertoimella

$$k = \frac{f(x_n) - f(x_{n-1})}{x_n - x_{n-1}}.$$

Sekanttimenetelmän iterointikaavaksi saadaan näin ollen

$$x_{n+1} = x_n - f(x_n) \cdot \frac{x_n - x_{n-1}}{f(x_n) - f(x_{n-1})}.$$

Tarkastellaan funktiota  $f(x) = x^{2x} - e^x$ .

a) Osoita, että funktiolla  $f(x)$  on nollakohta välillä  $[1, 2]$ . (3p)

b) Ratkaise funktion  $f(x)$  välillä  $[1, 2]$  oleva nollakohta sekanttimenetelmän avulla. Ilmoita vastauksesi kolmen desimaalin tarkkuudella. (9p)