

MB2: Classpad- ja Geogebra-toimintoja, osa 1

Lausekkeiden sieventäminen

Yksinkertaisimmillaan lausekkeiden sieventäminen onnistuu Classpadilla kirjoittamalla lauseke ohjelmaan ja painamalla Enter-näppäintä:

$2x-4+4x+6$	$6 \cdot x+2$
$\frac{2x}{3}-2x$	$\frac{-4 \cdot x}{3}$

Jos ohjelma ei automaattisesti sievennä lauseketta haluttuun muotoon, voidaan käyttää Muunnos-valikon toimintoja (**Interakt/Muunnos**):

$\text{simplify}(\frac{2(x-1)}{3}-2x)$	$\frac{-4 \cdot x}{3}-\frac{2}{3}$
$\text{combine}(\frac{2(x-1)}{3}-2x)$	$\frac{-(4 \cdot x+2)}{3}$
$\text{expand}((2x-1)(x^2-1))$	$2 \cdot x^3-x^2-2 \cdot x+1$
$\text{factor}(2x^3-x^2-2x+1)$	$(x+1) \cdot (x-1) \cdot (2 \cdot x-1)$

Toiminnoista voi käyttää ainakin seuraavia:

- simplify – pyrkii yksinkertaistamaan lauseketta
- combine – pyrkii yhdistämään termejä/lausekkeita
- expand – laskee sulkuja auki
- factor – jakaa tekijöihin, eli pyrkii esittämään polynomin alemmaa astetta olevien polynomien tulona (löytyy valikosta **Interakt/Muunnos/tekijä/factor**)

Geogebralla voidaan tehdä vastaavia toimintoja, kun käytetään CAS-tilaa (**Näytä/CAS**). Osa lausekkeista sievennetään automaattisesti:

▶ CAS	
1	$4x-3x \cdot (2x-4)$
<input type="radio"/>	$\rightarrow -6x^2 + 16x$

2	$3x-x/(2x-1)+2$
<input type="radio"/>	$\rightarrow 3x - \frac{x}{2x-1} + 2$
3	Sievennä($3x-x/(2x-1)+2$)
<input type="radio"/>	$\rightarrow \frac{6x^2-2}{2x-1}$

Joskus joudutaan käyttämään Sievennä-komentoa:

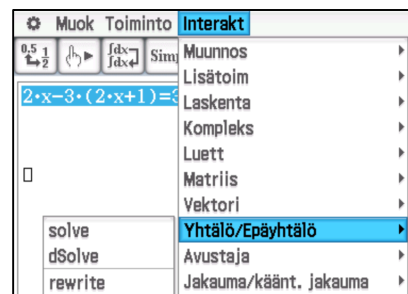
Classpadin factor-komentoa vastaa Geogebraassa JaaTekijöihin-komento:

Huomaa, että aikaisempiin kohtiin voi viitata dollarimerkillä \$. Vie-reisessä esimerkissä viitataan kohdan 4 lausekkeeseen ja pyydetään jakamaan se tekijöihin.

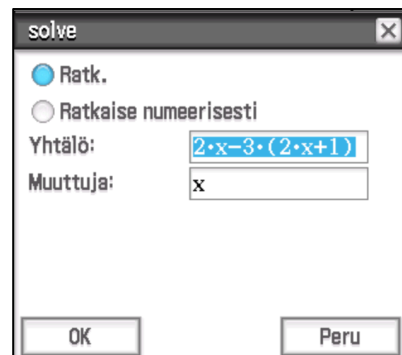
4	$(x^2+2) \cdot (2x-1)$
<input type="radio"/>	$\rightarrow 2x^3 - x^2 + 4x - 2$
5	JaaTekijöihin($2x^3-x^2+4x-2$)
<input type="radio"/>	$\rightarrow (2x-1)(x^2+2)$
6	JaaTekijöihin(\$4)
<input type="radio"/>	$\rightarrow (2x-1)(x^2+2)$

Yhtälöiden ratkaiseminen

Classpadissa yhtälö voidaan ratkaista solve-toiminnolla. Aluksi yhtälö kirjoitetaan ohjelmaan. Tämän jälkeen yhtälö maalataan hiirellä ja valitaan valikosta **Interakt / Yhtälö/Epäyhtälö / solve**



Tällöin aukeaa ikkuna, jossa on valmiina aiemmin kirjoitettu yhtälö. Ikkunassa kirjoitetaan muuttuja, jonka suhteen yhtälö halutaan ratkaista. Yhtälö ratkeaa painamalla OK.



$$\text{solve}(2 \cdot x - 3 \cdot (2 \cdot x + 1) = 3 \cdot x, x)$$
$$\left\{ x = -\frac{3}{7} \right\}$$

Jos yhtälöllä ei ole ratkaisua:

$$\text{solve}(4x - 2 = 2(1 + 2x), x)$$

No Solution

Jos ratkaisuna on kaikki reaaliluvut:

$$\text{solve}(4x - 2 = -2(1 - 2x), x)$$

$\{x = x\}$

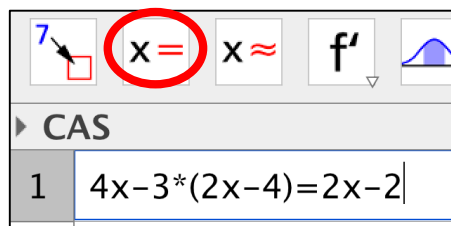
Jos yhtälöllä on useampia ratkaisuja:
(tässä esimerkissä ratkaisuja on kaksi, $x=0$ ja $x=1$)

$$\text{solve}(4x - 2 = -2(1 - 2x^2), x)$$

$\{x=0, x=1\}$

Geogebraalla yhtälöiden ratkaiseminen onnistuu CAS-tilassa.

Haluttu yhtälö kirjoitetaan ohjelmaan ja klikataan ratkaise-painiketta:



Vaihtoehtoisesti voidaan käyttää Ratkaise-komentoa:

$$\text{Ratkaise}(4x - 3 \cdot (2x - 4) = 2x - 2)$$
$$\rightarrow \left\{ x = \frac{7}{2} \right\}$$

Jos yhtälöllä ei ole ratkaisua:

1 $4x-3*(2x-4)=-2x-12$
 Ratkaise: $\{\}$

Jos ratkaisuna on kaikki reaaliluvut:


2 $4x-3*(2x-4)=-2x+12$
 Ratkaise: $\{x = x\}$

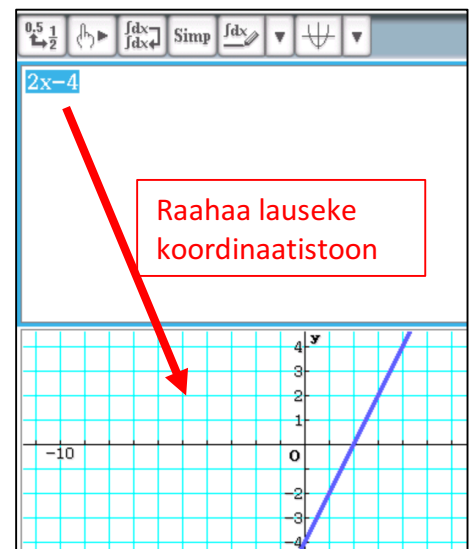
Jos yhtälöllä on useampia ratkaisuja:

3 $2x(x-2)=x$
 Ratkaise: $\left\{x = 0, x = \frac{5}{2}\right\}$

Kuvaajien piirtäminen

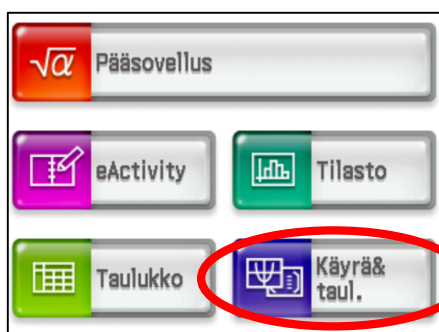
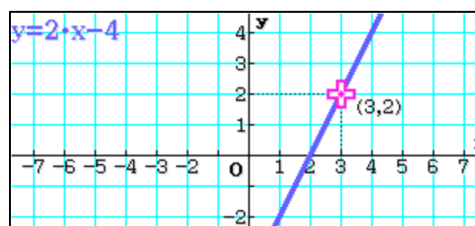
Classpadilla funktion kuvaajan voi piirtää pääsovelluksessa kirjoit-

tamalla funktion lausekkeen ja klikkaamalla -kuvaketta. Tällöin ohjelman alaosaan aukeaa koordinaatisto. Kirjoitettu lauseke maalataan hiirellä ja raahataan koordinaatistoon. Ohjelma piirtää tällöin funktion kuvaajan.



Jos kuvaajalta pitää määrittää funktion arvoja, voi käyttää Jäljitä-toimintoa (Kun koordinaatisto on valittuna, valitaan valikosta **Analyysi / Jäljitä**).

Kuvaan ilmestyy rasti, jota voidaan liikuttaa kuvaajalla nuolinäppäimillä.

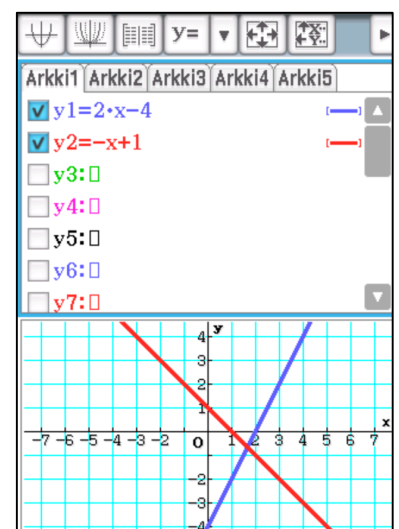


Vaihtoehtoisesti kuvaajien piirtämiseen voi käyttää **Käyrä&taul.**-sovellusta.

Sovellukseen kirjoitetaan haluttujen funktioiden lausekkeet ja klikataan



-näppäintä.



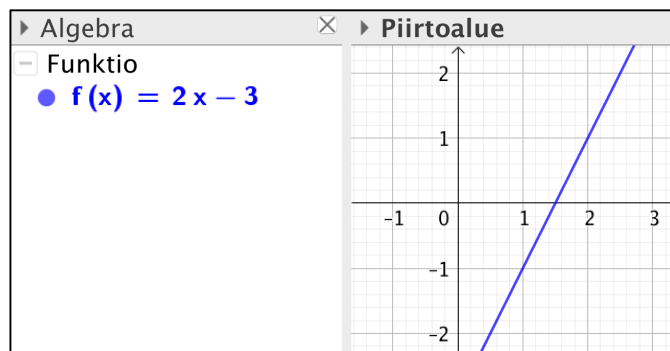
Geogebraalla funktion kuvaajan voi piirtää kirjoittamalla funktion lausekkeen syöttökenttään ja painamalla Enter.

Syöttökenttä: $2x-3$

Geogebra nimeää funktion ja kirjoittaa sen Algebra-ikkunaan. Funktion kuvaaja ilmestyy piirtoalueeseen.

Klikkaamalla funktion vieressä olevaa pallukkaa voidaan kuvaaja piilottaa näkyvistä.

Samaan kuvaan voidaan piirtää useita kuvaajia kirjoittamalla uusi lauseke syöttökenttään.



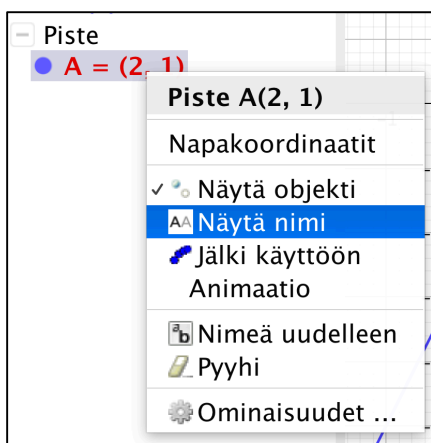
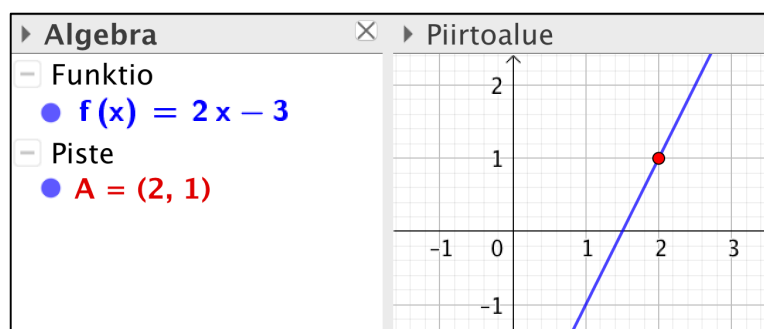
Jos kuvaajalta pitää määrittää funktion arvoja, voi kuvaajalle lisätä pisteen pistetyökalulla:



Pistettä voidaan liikuttaa kuvaajalla nuolityökalulla:

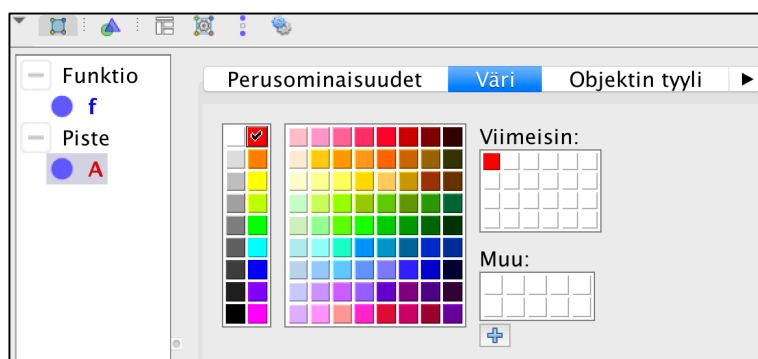


Kuvaajalla olevan pisteen koordinaatit voidaan lukea Algebra-ikkunasta:



Kuvassa olevia objekteja voidaan muokata klikkaamalla niitä hiiren oikealla painikkeella. Voidaan esimerkiksi valita, piirretäänkö kuvaan objektin nimi näkyviin.

Tarkemmin objektin ominaisuuksia (esimerkiksi väriä) voidaan muokata valitsemalla kohta **Ominaisuudet...**



Geogebraassa voidaan käyttää myös liikusäätimiä funktioiden tutkimiseen. Esimerkiksi, jos halutaan tutkia, miten vakion a arvo vaikuttaa funktion $f(x) = ax + 1$ kuvaajaan, voidaan funktion lauseke kirjoittaa syöttökenttään muodossa $a * x + 1$ (kertomerkinä käytetään $*$ -merkkiä). Geogebra kysyy lisätäänkö vakiolle a liikusäädin. Liikusäädintä liikuttamalla nähdään, miten funktion kuvaaja muuttuu, kun vakion a arvoa muutetaan.

