

B-osa / Del B

11. **Kopioi toiseen kokeeseen**

B2

Lukujonon yleinen termi on

$$a_n = a_1 \cdot q^{(n-1)}$$

Lisäksi tiedetään, että lukujonon kolmas jäsen on 25 ja sadas jäsen on 50.

a) Esitä lukujonon ensimmäinen jäsen  $a_1$

ja suhdeluku  $q$

liikarvoina viiden desimaalin tarkkuudella.

b) Millä järjestysluvun  $n$

arvolla jonon jäsen kasvaa ensimmäisen kerran suuremmaksi kuin 1000?

(12 p)

⋮

Ohje kuvien ja kaavojen liittämiseen

12. **Kopioi toiseen** kokeeseen

B1

a) Määritä ne parametrin  $k$

arvot, joilla yhtälöllä  $(x - 3)(x^2 - kx + 4) = 0$

on tasan kaksi ratkaisua.

b) Kolmannen asteen polynomilla  $P(x) = ax^3 + bx^2$

on nollakohta kohdassa  $x = b$

Määritä parametrin  $a$

arvo.

(12 p)

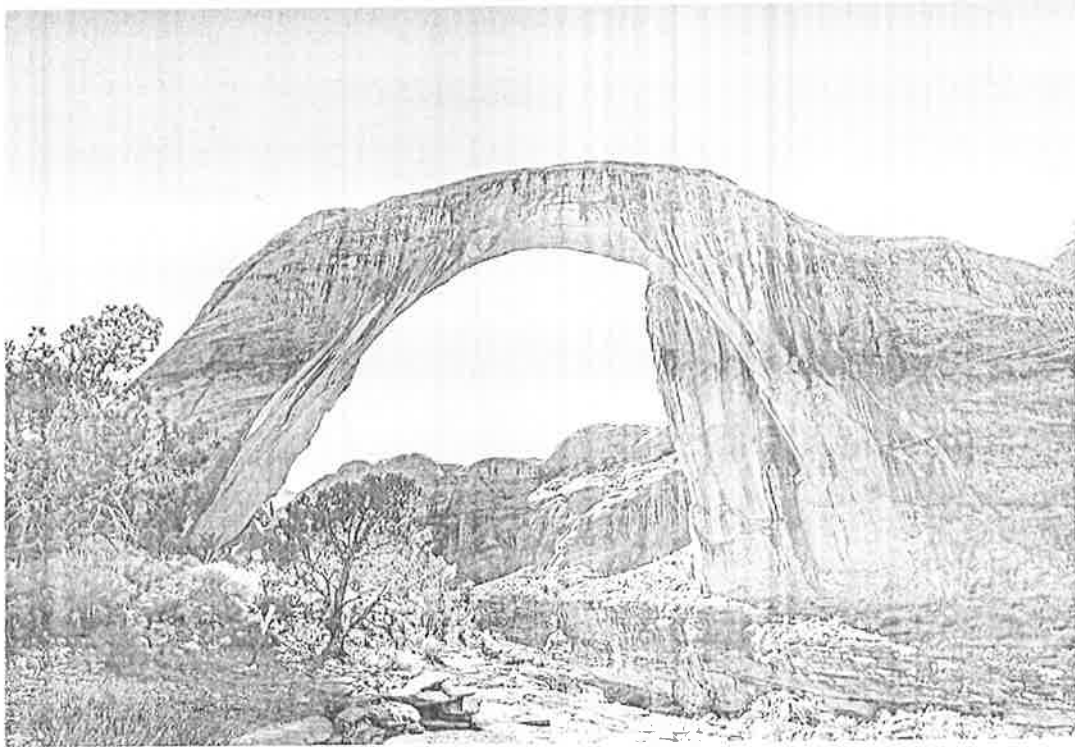
Ohje kuvien ja kaavojen liittämiseen

13. Kopioi toiseen kokeeseen

B2

a) Rainbow Bridge eli sateenkaarisilta on Yhdysvalloissa sijaitseva maailman suurin luonnonkaari. Kaari on sivusta katsottuna muodoltaan paraabeli. Luo matemaattinen malli kaaren muodosta, kun kaaren korkeus on 88 metriä ja leveys 84 m. (4 p)

b) Kuinka suuri poikkileikkaukseltaan neliön muotoinen rakennus mahtuisi kaaren poikkileikkauksen alle? (8 p)



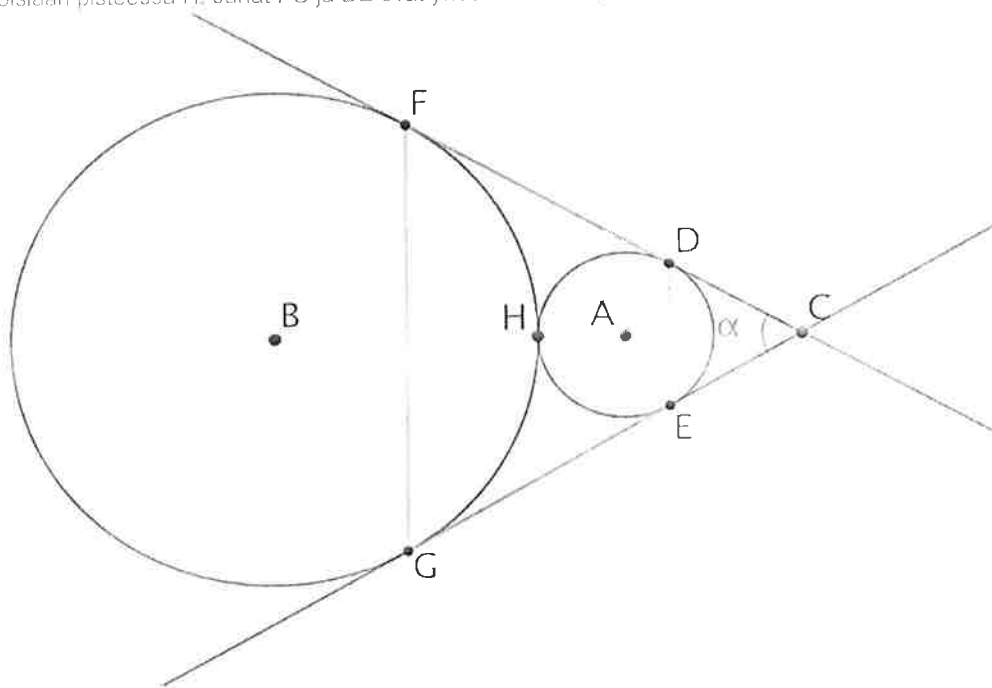
Kuva: Andy Morffew: "Rainbow Bridge, Utah", Attribution 2.0 Generic (CC BY 2.0) (12 p)

Ohje kuvien ja kaavojen liittämiseen

14. Kopioi toiseen kokeeseen

B1.

Pisteestä C piirretään tangentit kahdelle ympyrälle, joiden keskipisteet ovat A ja B. Ympyrät sivuavat toisiaan pisteessä H. Janat FG ja DE ovat yhdensuuntaiset.



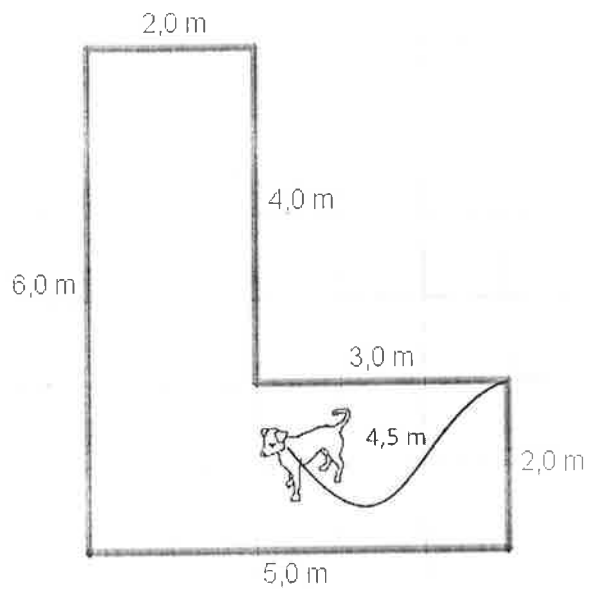
Laske väritytyn nelikulmion pinta-alan suuruus, kun  $\alpha = 60^\circ$

ja isomman ympyrän säde on 6 ja pienemmän ympyrän säde on 2. Anna pinta-alan tarkka arvo sekä arvo sadasosan tarkkuudella. (12 p)

Ohje kuvien ja kaavojen liittämiseen

15. Kopioi toiseen kokeeseen

B2



Koira on kiinnitetty huoneen nurkkaan 4,5 metrin naruun kuvan mukaisesti. Määritä sen alueen pinta-ala, jolla koira ulottuu liikkumaan. Liitä vastaukseen kuva, josta selviää alueen muoto. (12 p)

Ohje kuvien ja kaavojen liittämiseen

16. Kopioi toiseen kokeeseen

B1

a) Määritä kaikki vektorit  $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

joiden pituus on  $\sqrt{35}$

ja joiden kohtisuora projektio  $xy$ -

-tasolle on  $5\vec{i} - 2\vec{j}$

\*

b) Pisteiden  $A = (-2, 3, 2)$

ja  $B = (3, 5, -2)$

välisen yhdysjanan keskipisteeseen asetetaan taso, joka on kohtisuorassa yhdysjanaa vastaan.

Missä pisteessä kyseinen taso leikkaa  $y$ -

akselin?

(12 p)

Ohje kuvien ja kaavojen liittämiseen

17. Kopioi toiseen kokeeseen

B1

Kartan koordinaatistossa kulkee tie pitkin suoraa  $y = -\frac{3}{2}x - 5$

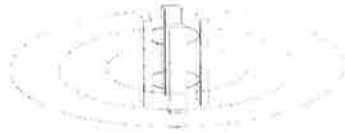
Matkapuhelinmaston kuuluvuusaluetta kuvaa yhtälö  $x^2 + y^2 - 6x - 2y - 215 = 0$

a) Kuinka pitkän osuuden tiestä matkapuhelinmaston kuuluvuusalue kattaa? (8p)

b) Määritä sen suoran tien yhtälö, joka on kohtisuorassa tietä  $y = -\frac{3}{2}x - 5$

vastaan ja jolla matkapuhelinmaston kuuluvuusalue kattaa mahdollisimman suuren osan tiestä. (4p)

Koordinaatiston yksikkö vastaa 1000 metriä luonnossa.



(12 p)

Ohje kuvien ja kaavojen liittämiseen

18. Kopioi toiseen kokeeseen

B1

a) Määritä suoralla  $y = 2x - 5$

ne pisteet, joiden etäisyys suorasta  $3x - 5y + 9 = 0$

on 5

b) Määritä sen pistejoukon yhtälö, jonka pisteet ovat yhtä etäällä suorien  $y = 2x - 5$

ja  $3x - 5y + 9 = 0$

välisestä leikkauspisteestä ja suorasta  $3x - 5y + 9 = 0$

(12 p)

Ohje kuvien ja kaavojen liittämiseen

19. Kopioi toiseen kokeeseen

B1

Käyrälle  $y = \frac{1}{x}$

piirretään tangentti kohtaan  $x = a$

Osoita, että tangentin yhdessä koordinaattiakselien kanssa rajaaman kolmion ala ei riipu  $a$

in arvosta.

(12 p)

Ohje kuvien ja kaavojen liittämiseen



20. Kopioi toiseen kokeeseen  
B2

Anna esimerkki neljännen asteen polynomifunktiosta, jolla on yksi terassikohta ja yksi paikallinen minimi. Piirrä määrittämäsi funktion kuvaaja ja sen derivaattafunktion kuvaaja samaan kuvaan. Liitä vastaukseesi tarvittavat kuvankaappaukset, joissa näkyvät funktion terassikohta ja funktion paikallinen minimi.

(12 p)

Ohje kuvien ja kaavojen liittämiseen

21. Kopioi toiseen kokeeseen  
B1

Matematiikan kokeessa oli tehtävänä derivoida ilman laskinta funktio  $f(x) = \sin^2(2x)$

Siiri sai tulokseksi  $2 \sin(4x)$

Veera sai tulokseksi  $f'(x) = 2 \sin(2x)$

Miro taas  $f'(x) = 2 \sin(2x) \cos(2x)$

ja Rikun tulos oli  $f'(x) = 4 \sin(2x) \cos(2x)$

Keiden vastaukset ovat väärin ja keiden oikein? Mitä väärin laskeneet ovat unohtaneet tai käsittäneet väärin? Perustele vastauksesi. Esiitä myös oma ratkaisusi käyttämättä laskinta ja jossa on oleelliset välivaiheet näkyvissä. (12 p)

Ohje kuvien ja kaavojen liittämiseen

22. Kopioi toiseen kokeeseen

**B1**

Osoita, että suoran  $y = -ax$

kuvaaja on käyrän  $y = -e^{ax}$

yläpuolella kaikilla  $x, a \in \mathbb{R}$

.

(12 p)



Ohje kuvien ja kaavojen liittämiseen

23. Kopioi toiseen kokeeseen

**B1**

Betonista valetun taide-esineen vaakasuorat poikkileikkaukset ovat funktion  $f(x) = 3\sqrt{2x}$

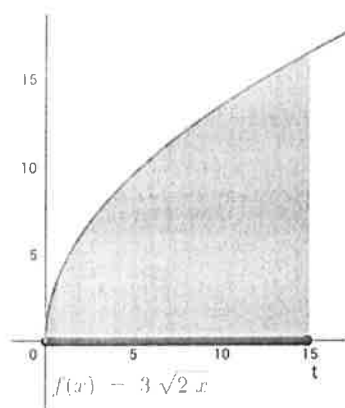
kuvaajan ja  $x$

-akselin välillä  $[0, t]$

rajaamia alueita, missä muuttuja  $t$

kertoo poikkileikkauksen etäisyyden esineen huipulta (ks. kuva alla).

- Mikä on vaakasuoran poikkileikkauksen pinta-ala etäisyydellä  $t$ ?
- Mikä on esineen tilavuus, kun teoksen korkeus on  $h$ ?
- Kuinka korkea esine voi korkeintaan olla, kun taiteilijalla on käytettävissä 1 kuutiometri betonia? Koordinaatiston yksikkö vastaa yhtä senttimetriä. Hävikkiä ei tarvitse huomioida. Anna vastaus senttimetrin tarkkuudella.



(12 p)

Ohje kuvien ja kaavojen liittämiseen

● FI ○ SV

Kokeen lataus epäonnistui. Yritä hetken kuluttua uudelleen.