



YLIOPILASTUTKINTO-  
LAUTAKUNTA

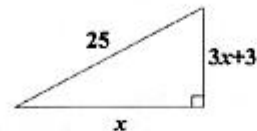
30.3.2005

MATEMATIIKAN KOE  
LYHYT OPPIMÄÄRÄ

Kokeessa saa vastata enintään kymmeneen tehtävään.

1. Ratkaise a) yhtälö  $3x + 2 = x - 4(5x - 1)$ , b) yhtälö  $\frac{x}{10} + \frac{x}{15} = x + 1$ .

2. Muodosta yhtälö oheisen suorakulmaisen kolmion sivujen pituuksien välille ja ratkaise tämän avulla kolmion kateettien pituudet.



3. Nuoripari pitää kirjaa talousmenoistaan. Joka kuukauden viimeisenä päivänä he laskevat, kuinka paljon kuukauden menot ovat olleet. Eräänä vuonna marraskuun lopussa menot olivat olleet keskimäärin 1651,20 euroa kuukaudessa. Joulukuussa menot olivat 1814,88 euroa. Mikä oli talusmenojen kuukausikeskiarvo koko vuoden osalta?
4. Potilas, joka painaa 75 kg, saa lääkettä tiputuksena verisuoneen. Annostus riippuu henkilön painosta siten, että annostusnopeuden on oltava 10 mikrogrammaa minuutissa henkilön jokaista painokiloa kohti. Lääke annetaan laimennettuna tiputusliuksena; 1 ml kyseistä liuosta sisältää 500 mikrogrammaa lääkeainetta. a) Kuinka monta millilitraa tiputusliuosta minuutissa potilaalle tällöin annetaan? b) Kuinka kauan kestää 465 ml:n liuoksen tiputus?
5. Henkilö ostaa 10000 eurolla itse metsään merkitsemänsä tontin, jota hän luulee neliönmuotoiseksi ja yhden hehtaarin suuruiseksi. Kaupanteon jälkeen selviää, että tontti on neljäkäs, jonka sivun pituus on 98,5 m ja yksi kulma  $81^\circ$ . Määritä tontin pinta-ala hehtaareina sekä tontin neliömetrihinta euroina.
6. Kesämökin kalliolle porataan kaivoa. Pyöreän porausreiän halkaisija on 140 mm ja syvyys 57,2 m. Reiästä porattu kiviaines levitetään tasapaksuna kerroksena suoraviivaisesti kulkeville mökkipoluille, joiden leveys on 45 cm ja yhteispituus 72,5 m. Kuinka paksu kerros syntyy? Oletetaan, että kiviaineksen tilavuus on sama kuin porausreiän tilavuus.
7. Määritä ne kohdat, joissa funktion  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x + 17$  derivaatta saa arvon 2.
8. Henkilön palkasta jäi ennakonpidätyksen jälkeen käteen 73 %. Vuodenvaihteessa henkilö sai 45 euron palkankorotuksen. Samanaikaisesti ennakonpidätys laski 0,8 prosenttiyksikköä. Henkilölle jäi ennakonpidätyksen jälkeen käteen nyt 49,60 euroa enemmän kuin ennen muutoksia. Mikä oli henkilön uusi ennakonpidätysprosentti, ja mikä oli hänen uusi palkkansa?

KÄÄNNÄ!

9. Tasaisella vaakasuoralla puutarhapalstalla peruskallio on lähellä maanpintaa. Puutarhuri etsi kokeilemalla rautakangen avulla kohtaa, jossa peruskallio on lähinnä maanpintaa. Hän mittasi peruskallion syvyyden kolmessa pisteessä, jotka eräässä  $xy$ -koordinaatistossa (yksikkönä cm) olivat  $A = (132, 247)$ ,  $B = (357, 519)$  ja  $C = (471, 125)$ . Peruskallio oli syvimmillään pisteessä  $A$ . Siten kallio näytti nousevan maanpintaa kohti, kun pisteestä  $A$  siirryttiin kohti pisteitä  $B$  ja  $C$ . Puutarhuri päätti siirtyä pisteestä  $A$  ensin janan  $BC$  keskipisteeseen ja siitä vielä samaan suuntaan yhtä pitkän matkan pisteeseen  $D$ , jossa hän mittasi kallion syvyyden. a) Piirrä kuvio. b) Laske janan  $BC$  keskipisteen koordinaatit. c) Laske pisteen  $D$  koordinaatit.
10. Pelaaja lyö euron vetoa, että rahanheiton tulos on kruuna, mutta häviää. Hän uudistaa vetonsa kaksinkertaistamalla panoksensa ja häviää jälleen. Näin jatkuu edelleen. Hävittyään hän uudistaa aina vetonsa kaksinkertaistamalla panoksensa. a) Mikä on todennäköisyys sille, että pelaaja häviää 20 kertaa peräkkäin? b) Muodosta lauseke sille rahamäärälle, jonka hän on menettänyt  $n$  peräkkäisen häviön jälkeen, ja laske sen avulla, kuinka paljon pelaaja jää voitolle, jos hän 20 häviön jälkeen voittaa 21. kerralla. Voitto on panoksen suuruinen.
11. Määritä se paraabelin  $y = x^2 + 2x - 1$  piste  $(x, y)$ , jossa koordinaattien summa on mahdollisimman pieni.
12. Lämpömittaria tutkittiin tarkkuusmittarin avulla. Kun lämpömittari näytti  $-9,9$  °C, oikea lämpötila oli  $-9,2$  °C. Kun lämpömittari näytti  $18,5$  °C, oikea lämpötila oli  $18,1$  °C. Oletetaan, että oikean lämpötilan ja lämpömittarin lukeman välinen riippuvuus on lineaarinen. a) Johda lauseke, jolla oikea lämpötila  $y$  voidaan laskea, kun lämpömittarin lukema  $x$  tunnetaan. Ilmoita esiintyvät kertoimet neljän desimaalin tarkkuudella. b) Missä lämpötilassa lämpömittari näyttää aivan oikein?
13. Maanjäristyksessä vapautuvan seismisen energian  $E$  ja Richterin asteikon lukeman  $M$  välillä on yhteys  $\log_{10} E = 11,8 + 1,5M$ . Rakennus on mitoitettu kestäämään järjestys, jossa vapautuva seisminen energia on 50 % suurempi kuin seisminen energia järjestyksessä, jonka voimakkuus Richterin asteikolla on 6,8. Kuinka voimakkaan järjestyksen rakennus kestää Richterin asteikolla mitattuna?
14. Postimyyntiyritys tarjoaa mainoslehtisessään nopeaa ja vaivatonta kulutuslainaa. Lainaehtojen mukaan laina maksetaan takaisin yhtä suurin erin kunkin kuukauden lopussa, kuukausikorko on 1,9 % jäljellä olevasta velkasaldosta ja lisäksi kuukausittain peritään lisämaksua, joka on 0,4 % myönnetyn luoton määrästä. a) Määritä kuukausierän suuruus ja lainan kokonaiskustannukset, jos lainasumma on 1 200 euroa ja laina-aika yksi vuosi. b) Osoita, että lainan todellinen vuosikorko on noin 31 %, toisin sanoen yhtä suureen kuukausierään päädytään, jos kuukausittain lyhennettävän tasaerälainan korko on 31 % vuodessa. Anna vastaukset euron tarkkuudella.
15. Kilon sokeripusseja täytetään koneellisesti. Pussituskone voidaan asettaa täyttämään pusseja, joiden paino noudattaa normaalijakaumaa keskiarvona koneelle asetettu paino ja keskihajontana 8,0 g. Kuinka suureksi sokeripussin paino tulee asettaa koneeseen, jotta 95 % sokeripusseista olisi painoltaan vähintään 1 000 g?