



Kokeessa saa vastata enintään kymmeneen tehtävään.

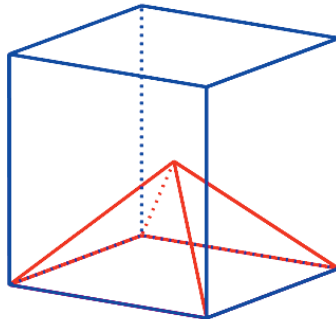
1. a) Ratkaise yhtälö  $\frac{x+2}{5} = \frac{x-3}{6}$ .
  - b) Laske lausekkeen  $\frac{x+1}{y-1} + \frac{y-1}{x+1}$  arvo, kun  $x = \frac{1}{2}$  ja  $y = \frac{3}{2}$ .
  - c) Missä pisteessä suorat  $x + 5y = 1$  ja  $x - 5y = 5$  leikkaavat toisensa?
2. Mikä luku  $x$  toteuttaa annetun yhtälön?
    - a)  $2^x = 2$
    - b)  $2^x = \frac{1}{2}$
    - c)  $2^x = 8^2$
    - d)  $3^x = \frac{1}{3^5}$
    - e)  $10^x = 1000$
    - f)  $10^x = 0,01$ .
3. a) Määritä lausekkeen  $(x+1)(2-x) - 2$  nollakohdat.
  - b) Millä kokonaisluvuilla  $-1 \leq n \leq 4$  lauseke  $n^3 - 3n + 1$  saa positiivisia arvoja?
  - c) Ympyrän pinta-ala on  $520 \text{ cm}^2$ . Laske sen halkaisijan pituus kolmen merkitsevän numeron tarkkuudella.
4. Hammastahnaputkilon tilavuus on 100 ml ja hinta 1,50 €. Putkilon tilavuutta kasvatetaan 25 %, mutta samalla myyntihintaa korotetaan 40 %. Kuinka monta prosenttia kalliimpaa hammastahna on uudessa putkilossa millilitraa kohden?
5. Millä muuttujan  $x$  arvolla summa  $(x-3)^2 + (x-9)^2$  on mahdollisimman pieni?

6. Liito-oravan vaakasuora siirtymä suoraviivaisessa liidossa on parhaimmillaan 3,3-kertainen korkeuden vähenemiseen verrattuna.
- a) Huippukuntoinen liito-orava aikoo liittää 60 metriä leveän aukion yli. Kuinka korkealta puusta sen täytyy ponnistaa, jotta se laskeutuisi aukion toisella puolella olevaan puuhun yhden metrin korkeudelle? Anna vastaus metrin tarkkuudella.
- b) Kuinka suuressa kulmassa vaakatasoon nähden a-kohdan liito-orava liittää? Anna vastaus asteen tarkkuudella.



<[http://webbi.meili.fi/kettu/RunotKaunisMetsakauris/Liito\\_oravaKuvaJaRuno.html](http://webbi.meili.fi/kettu/RunotKaunisMetsakauris/Liito_oravaKuvaJaRuno.html)>. Luettu 5.3.2013.

7. Kuution sisällä on pyramidi, jonka pohja yhtyy kuution pohjaan ja jonka korkeus on puolet kuution särmän pituudesta. Määritä pyramidin ja kuution tilavuuksien suhde. Kuution särmän pituus on  $s$ .



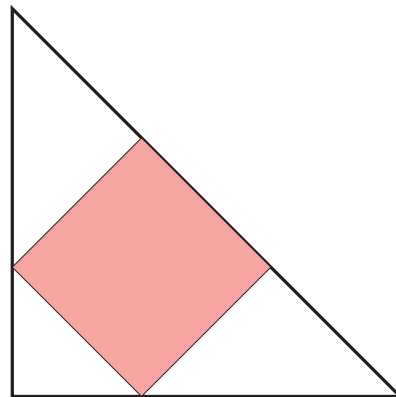
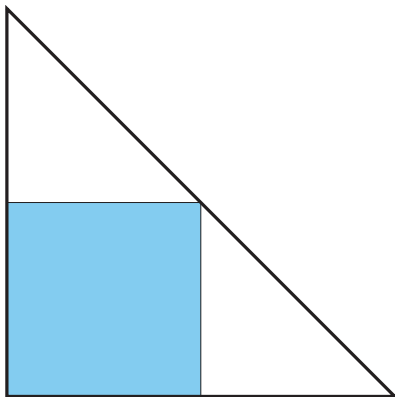
8. Alla olevassa taulukossa ovat jääkiekon SM-liigan kuuden seuratuimman joukkueen keskimääräiset kotiottelujen katsojaluvut liigakaudella 2011–2012.
- a) Laske katsojalukujen keskiarvo ja keskihajonta.
- b) Minkä joukkueiden katsojaluvut poikkeavat keskiarvosta enemmän kuin keskihajonnan verran?

Jokerit	9 173
HIFK	8 266
Kärpät	5 821
TPS	5 534
Tappara	5 359
Ilves	5 177

9. Painonhallintaa varten kehitetty painoindeksi  $I$  on laskettu kaavalla  $I = \frac{m}{h^2}$  jo 1830-luvulta lähtien. Kaavassa henkilön massan  $m$  yksikkönä on kilogramma ja pituuden  $h$  yksikkönä metri. Vuonna 2013 Nick Trefethen Oxfordin yliopistosta ehdotti uutta indeksiä  $J$ , joka lasketaan kaavalla  $J = \frac{1,3m}{h^{2,5}}$ .

- a) Raimo on 193 cm pitkä ja painaa 102 kg. Laske hänen painoindeksinsä  $I$  ja  $J$  yhden desimaalin tarkkuudella.
- b) Hannan pituus on 160 cm ja hänen  $I$ -indeksinsä on 25. Laske hänen  $J$ -indeksinsä.
- c) Kuinka pitkän henkilön painoindeksit  $I$  ja  $J$  ovat yhtä suuret?

10. Suorakulmaisen kolmion kummankin kateetin pituus on 5. Sen sisään on piirretty neliö kahdella eri tavalla kuvioiden mukaisesti. Kummalla neliön pinta-ala on suurempi?



11. Taikinasta leivotaan pallonmuotoisia munkkeja, joiden pinta sokeroidaan. Tarvittavan sokerin määrä on suoraan verrannollinen pallon pinta-alaan. Vaihtoehtona on leipoa 24 pientä tai 3 isoa munkkia. Laske sokerin kokonaismäärien suhde näille kahdelle vaihtoehdolle.

12. Yhdistyneet kansakunnat asetti vuosituhatosen vaihteessa yhdeksi tavoitteekseen, että maailman hiilidioksidipäästöt olisivat vuonna 2015 merkittävästi pienemmät kuin vuonna 1990. Tavoite ei näytä toteutuvan, sillä vuosina 1990–2008 päästöjen määrä kasvoi 39 %. Oletetaan, että päästöjen vuotuinen kasvuprosentti on ollut aikavälillä 1990–2008 vakio. Kuinka monta prosenttia päästöt kasvavat yhteensä vuosina 1990–2015, jos niiden vuotuinen kasvuprosentti pysyy edelleen samana? Anna vastaus prosenttiyksikön tarkkuudella.
13. a) Epäyhtälöt  $x+3y \leq 18$ ,  $3x+2y \leq 19$ ,  $x \geq 0$  ja  $y \geq 0$  määrittelevät nelikulmion  $N$ . Piirrä sen kuva  $xy$ -koordinaatistossa ja laske kärkien koordinaatit.  
b) Määritä lausekkeen  $2x+y$  suurin ja pienin arvo nelikulmiossa  $N$ .
14. Kristian aikoo vaihtaa autoa ja hakee pankilta 8 000 euron lainaa. Pankki tarjoaa hänelle tasaerälainaa, joka maksetaan takaisin kahdessa vuodessa. Lainan vuotuinen korko on 6,6 % koko takaisinmaksukauden ajan. Muita kuluja ei oteta huomioon.  
a) Määritä lainan kuukausittaisen tasaerän suuruus.  
b) Kuinka paljon lainaa on jäljellä silloin, kun puolet takaisinmaksuajasta on kulunut?  
c) Kuinka paljon korkoa Kristian maksaa yhteensä koko kahden vuoden laina-aikana?
15. Jonna ampuu uudenvuodenraketin katolta koordinaatiston pisteestä  $(20,10,5)$  vektorin  $\vec{v} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 6\vec{k}$  suuntaan. Raketti lentää suoraviivaisesti 105 metriä, kunnes se räjähtää. Koordinaatiston yksikkönä on metri.  
a) Missä pisteessä raketti räjähtää?  
b) Kuinka kaukana koordinaatiston origossa seisovista katsojista räjähdyspiste on?