



Kokeessa saa vastata enintään kymmeneen tehtävään.

1. a) Ratkaise yhtälö  $4x^2 + 9 = -12x$ .  
b) Ratkaise yhtälö  $x = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$ .  
c) Sievennä lauseke  $\frac{5x + 3y}{3} + \frac{x - 6y}{2}$ .
2. a) Suora kulkee pisteiden  $(-2, 0)$  ja  $(1, 7)$  kautta. Muodosta sen yhtälö muodossa  $y = ax + b$ .  
b) Pallon tilavuus on  $1000 \text{ m}^3$ . Laske pallon säde kolmen numeron tarkkuudella.  
c) Ratkaise yhtälö  $2^x = 1024$ .
3. a) Kuinka moneen järjestykseen kirjaimet A, B, C ja D voidaan asettaa?  
b) Suureet  $x$  ja  $y$  ovat kääntäen verrannolliset. Jos  $x = 2$ , niin  $y = 3$ . Mikä on  $y$ :n arvo, kun  $x = 5$ ?
4. Lentokoneen käyttökustannuksista polttoaineen osuus on 35 %. Kuinka monta prosenttia polttoaine voi kallistua, ennen kuin käyttökustannukset kasvavat 10 %? Anna vastaus promillen tarkkuudella.
5. Suunnistajat Liisa ja Pia lähtivät yhtäaikaan rastilta A ja juoksivat suoraan länteen 800 m, minkä jälkeen heidän reitinvalintansa erosivat. Liisa kääntyi etelään ja juoksi 400 m pisteeseen B, josta hän jatkoi suoran AB suuntaan 1500 m ja päätyi rastille C ajassa 20 min 30 s. Pia jatkoi ensin länteen ja kääntyi sitten etelään niin, että päätyi suoraan rastille C 3 min 20 s Liisan jälkeen. Määritä Liisan ja Pian reittien pituudet ja kummankin keskinopeus yksikkönä km/h.
6. Kupari-nikkeliseoksessa on 75 % kuparia ja 25 % nikkeliä. Toisessa kupari-nikkeliseoksessa on kuparia 80 % ja nikkeliä 20 %. Näistä valmistetaan sulattamalla 300 g kupari-nikkeliseosta, jonka nikkeli-pitoisuus on 22 %. Kuinka paljon kumpaakin seosta tähän tarvitaan?
7. Neliöpohjaisen suoran pyramidin korkeus on 8 ja pohjasärmän pituus 12. Määritä pyramidin sivutahkon ala. Kuinka suuren kulman pyramidin sivusärmä muodostaa pohjatahkon kanssa? Ilmoita kulma 0,01 asteen tarkkuudella.
8. Millä vakion  $a$  arvoilla suorat  $y = -3x + 2$  ja  $y = ax + 6$  erottavat  $x$ -akselista janan, jonka pituus on 3?
9. Helsingin Pasilassa sijaitsee linkkitorni, jonka korkeus meren pinnasta mitattuna on 146 metriä. Kuinka korkealta paikalta Tallinnasta tornin huippu on mahdollista nähdä, kun Helsingin ja Tallinnan välinen etäisyys maapallon pintaa pitkin mitattuna on 85 km? Maapallon ympärysmitta on 40 000 km.

KÄÄNNÄ!

10. Lukujonon ensimmäinen termi on 2, ja jonon kukin seuraava termi on aina 5 % suurempi kuin edellinen termi. Muodosta jonon  $n$ :nnen termin lauseke. Tutki tämän avulla, kuinka moni jonon termi on pienempi kuin 1000 miljoonaa. Laske näiden termien summa kolmen numeron tarkkuudella.
11. Puutarhuri istuttaa siemeniä, joiden itävyys on 60 %.
- a) Mikä on todennäköisyys, että kolmesta istutetusta siemenestä mikään ei idä? Mikä on todennäköisyys, että ainakin yksi siemen itää?
- b) Siemeniä istutetaan viiteen ruukkuun kuhunkin kolme. Mikä on todennäköisyys, että jokaisessa ruukussa ainakin yksi siemen itää?
12. Määritä funktion  $f(x) = -x^3 + 13,5x^2 - 41x + 50$  suurin arvo välillä  $[0, 10]$ . Mikä on vastaava muuttujan  $x$  arvo? Millä muuttujan  $x$  arvolla funktio kasvaa nopeimmin? Anna vastaukset kolmen desimaalin tarkkuudella. Piirrä funktion kuvaaja ko. välillä.
13. Mittaustuloksina on saatu  $xy$ -koordinaatiston pisteet  $(1; 1,2)$ ,  $(2; 3,1)$  ja  $(4; 5,5)$ . Näiden lomitse sovitetaan origon kautta kulkeva suora  $y = kx$ , jossa kulmakerroin  $k$  määritetään *pienimmän neliösumman menetelmällä*: kunkin  $x$ -arvon kohdalla lasketaan suoran  $y = kx$  antaman  $y$ -arvon ja mitatun  $y$ -arvon erotus, ja kerroin  $k$  valitaan siten, että erotusten neliöiden summa

$$(k \cdot 1 - 1,2)^2 + (k \cdot 2 - 3,1)^2 + (k \cdot 4 - 5,5)^2$$

on mahdollisimman pieni. Määritä  $k$  tällä tavoin. Piirrä kuvio.

14. Isovanhemmat sitoutuivat avustamaan lastenlastensa harrastustoimintaa viiden vuoden ajan. Kuinka suuri kertosumma heidän tulee vuodenvaihteessa sijoittaa tilille, jonka korkokanta on 2,2 %, jotta he voivat jakaa lastenlapsilleen vuosittain 2500 euroa seuraavien viiden vuoden ajan? Ensimmäinen erä maksetaan vuoden kuluttua sijoituksesta ja seuraavat neljä erää vuoden välein. Lähdevero on 28 %.
15. Ratkaise joko kohta **A** tai kohta **B**⁎:
- A)** Matkapuhelimen akkujen valmistaja mittasi 50 akun valmiusajan pituuden. Niiden keskiarvo oli 253 tuntia ja keskihajonta 12 tuntia. Oletetaan valmiusaika normaalisti jakautuneeksi. Määritä 95 %:n luottamusväli valmiusajan pituudelle. Kuinka monen akun valmiusaika tulisi mitata, jotta luottamusvälin koko pituus olisi kaksi tuntia?
- B)** Kuminauhaan ripustettu paino saatetaan heilahtelemaan pystysuoraan. Sen poikkeamaa tasapainoasemasta mallintaa tällöin muotoa  $A \sin(bt)$  oleva funktio, missä  $t$  on aika sekunteina. Piirrä funktion kuvaaja, kun  $A = 1$  ja  $b = 2$ . Mikä arvo kertoimella  $b$  on, jos kahden peräkkäisen alimmassa asemassa käynnin välillä kuluu 3,2 sekuntia? Anna vastaus viiden desimaalin tarkkuudella.

\* Tehtävät 15A ja 15B ovat keskenään vaihtoehtoisia. Tehtävä 15A on laadittu vanhojen, vuoden 1994 lukion opetussuunnitelman perusteiden mukaan, tehtävä 15B uusien, vuonna 2005 käyttöön otettujen lukion opetussuunnitelman perusteiden mukaan. Kumpaan tahansa tehtävään saa vastata.