



Kokeessa saa vastata enintään kymmeneen tehtävään.

1. a) Ratkaise yhtälö $7x + 3 = 31$.

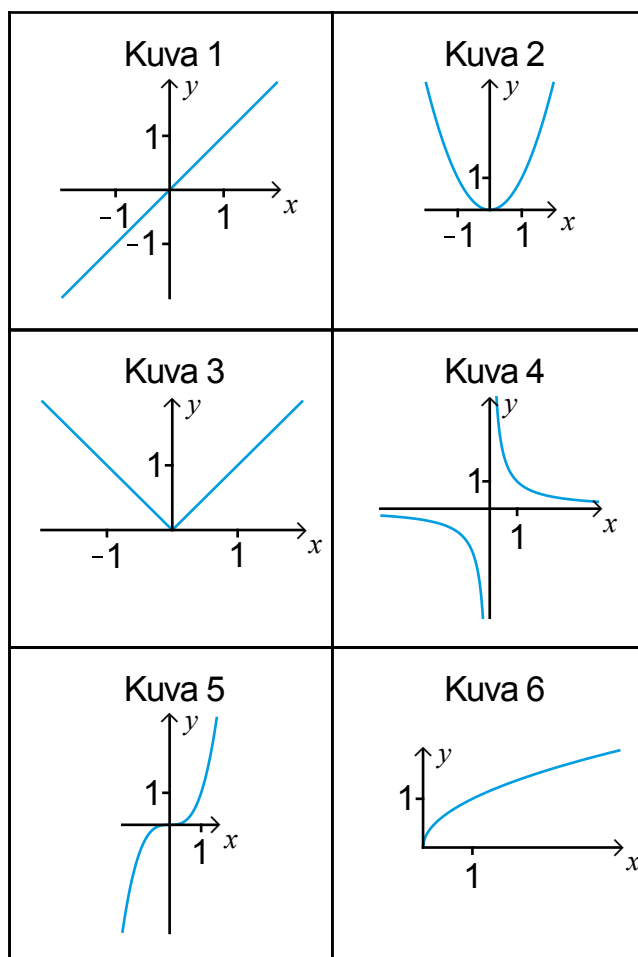
b) Laske lausekkeen $\frac{2a+3b}{a-b}$ arvo, kun $a = \frac{5}{2}$ ja $b = \frac{7}{3}$.

c) Ratkaise yhtälöpari

$$\begin{cases} 2x - y = 1 \\ x + y = 8. \end{cases}$$

2. Kuvissa 1–6 on oheisessa taulukossa mainittujen funktioiden $y = f(x)$ kuvaajat. Kopioi taulukko vastauspaperiisi ja merkitse siihen, mikä kuvaaja esittää annettua funktiota.

$f(x)$	x^2	$\frac{1}{x}$	x	\sqrt{x}	x^3	$ x $
Kuva						



3. a) Ratkaise yhtälö $\frac{7x + \frac{1}{2}}{3} - \frac{3x - \frac{1}{3}}{2} = 2$.

b) Ratkaise yhtälö $27^{x-2} = 9^{\frac{x}{2}}$.

4. a) Funktion $f(x) = \frac{3}{2}x + b$ nollakohta on 2. Määritä vakion b arvo.

b) Missä pisteessä a-kohdan funktion kuvaaja leikkaa y -akselin?

c) Kuinka suuren terävän kulman a-kohdan funktion kuvaaja muodostaa x -akselin kanssa? Anna vastaus asteen kymmenesosan tarkkuudella.

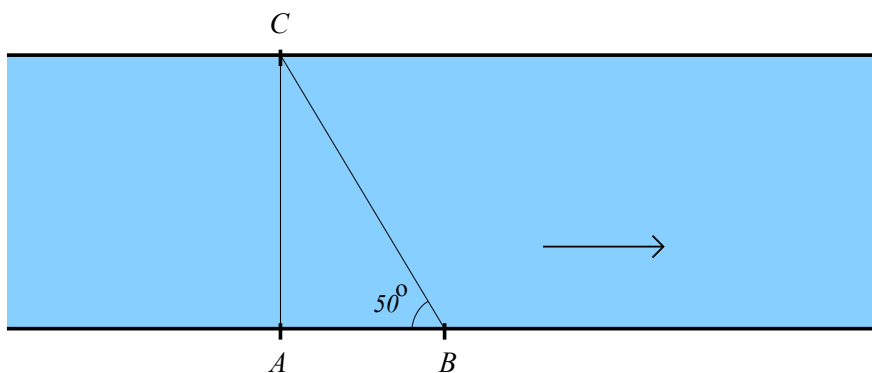
5. Tarkastellaan funktiota $f(x) = (x+3)(x^2-4)$.

a) Laske funktion $f(x)$ nollakohdat.

b) Määritä derivaatta $f'(x)$.

c) Laske derivaatan nollakohdat.

6. Biologi haluaa arvioida joen leveyttä, jotta hän voi asettaa kalojen liikkumista mittaavia laitteita jokeen. Hän katsoo joen rannalla olevasta pisteestä A kohtisuoraan vastarannalla olevaa pistettä C . Pisteestä A hän kävelee 30 metriä alavirtaan pisteeseen B , josta katsottuna vastarannan piste C näkyy 50 asteen kulmassa alla olevan kuvan mukaisesti. Laske joen leveys AC metrin tarkkuudella.



7. Henkilö lähettää sähköpostin kahdelle ystävälleen. Kumpikin näistä lähettää saman viestin 10 minuutin kuluttua edelleen kahdelle uudelle henkilölle, jotka toimivat samoin. Tilanne toistuu kunkin saajan kohdalla aina samalla tavalla, eikä kukaan saa kyseistä sähköpostia toista kertaa. Kuinka kauan kestää, että 20 000 henkilöä on saanut sähköpostin? Anna vastaus 10 minuutin tarkkuudella.

8. Naisten hiusten leikkaus maksaa nyt 45 euroa. Kuinka paljon se maksaa kymmenen vuoden kuluttua, jos hintaa korotetaan vuoden välein 2,5 %?
9. Farao Djoser (hallitsi 2667–2648 eaa.) suunnitteli porrasyramidia, jossa on päällekkäin 100 suorakulmaista neliöpohjaista särmiötä niin, että kaikilla on sama korkeus ja jokaisen pohjasärmä on 10 % lyhyempi kuin alla olevan pohjasärmä. Alimmaisen särmiön tilavuus on $10\,000\text{ m}^3$. Määritä tällaisen porrasyramidin tilavuus kolmen merkitsevän numeron tarkkuudella.



Porrasyramidi

<<http://fi.wikipedia.org/wiki/Djoser>>. Luettu 29.3.2011.

10. Maanjäristyksen voimakkuus M lasketaan kaavalla

$$1,44M = \log_{10} E - 5,24,$$

jossa E on järityksessä vapautuva energia.

- a) Sendain lähellä vuonna 2011 sattuneen järityksen voimakkuus oli 9,0. Laske järityksessä vapautunut energia kahden merkitsevän numeron tarkkuudella.
- b) Kobessa vuonna 1995 sattuneen järityksen voimakkuus oli 6,8. Kuinka moninkertainen oli Sendain järityksessä vapautunut energia Koben järitykseen verrattuna?
11. Levitoimiseen tarvittavassa taikajuomassa on oltava vähintään 20 hyppysellistä jauhettua lepakon siipeä ja vähintään 10 hyppysellistä hämähäkin seittiä. Taikajuomapuodissa on kahta valmissekoitetta Ascensus ja Sursum. Pikarillinen Ascensusta maksaa kaksi kultarahaa, ja siinä on kolme hyppysellistä lepakon siipeä ja kaksi hyppysellistä hämähäkin seittiä. Pikarillinen Sursumia maksaa kolme kultarahaa. Siinä puolestaan on neljä hyppysellistä lepakon siipeä ja yksi hyppysellinen hämähäkin seittiä. Kuinka paljon kumpaakin sekoitetta kannattaa levitoijakokeilaan ostaa, jotta hän saisi taikajuoman mahdollisimman edullisesti?

12. Leonardo Pisano (1170–1250), kutsumanimeltään Fibonacci, määritteli noin vuonna 1210 lukujonon (f_n) kaavoilla

$$f_1 = f_2 = 1, \quad f_{n+2} = f_{n+1} + f_n, \quad n = 1, 2, \dots$$

a) Määritä luvut f_3, f_4, \dots, f_{10} .

b) Kreikkalaiset kutsuivat lukua $\varphi = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{5}) \approx 1,618034$ kultaiseksi leikkaukseksi. Sen avulla saadaan Fibonaccin luvuille kaava

$$f_n = \frac{1}{\sqrt{5}}(\varphi^n - (-\varphi)^{-n}), \quad n = 1, 2, \dots$$

Näytä, että kaava on oikea, kun $n = 1$ ja $n = 2$.

c) Näytä, että yhtälön $x^2 - x - 1 = 0$ juuret ovat φ ja $-\frac{1}{\varphi}$.

13. Simeoni osti Saapasnahkatornin 12 000 eurolla ja teetti siihen myöhemmin 4 000 euron peruskorjauksen. Yksitoista vuotta myöhemmin hän myi sen Juhanille 42 000 eurolla. Voitosta on maksettava 30 % pääomatuloveroa. Verottaja tulkitsee voitoksi summan, joka saadaan, kun myyntihinnasta vähennetään ostohinta ja peruskorjauskulut. Toisaalta Simeoni voi myös halutessaan käyttää ns. hankintameno-olettamaa. Tällöin myyntihinnasta vähennetään 20 %, jos on omistanut tornin alle 10 vuotta, ja 40 %, jos on omistanut yli 10 vuotta. Mitään muita vähennyksiä ei saa tehdä. Jäljelle jääneestä summasta maksetaan 30 % pääomatuloveroa.

- a) Paljonko Simeonille jää myyntihinnasta verotuksen jälkeen, kun hän valitsee edullisemman vaihtoehdon?
- b) Mikä olisi sellainen myyntihinta, että Simeoni maksaisi kummassakin verotusvaihtoehdossa yhtä suuren veron?

14. Vuorokauden keskilämpötila maaliskuussa on eräällä paikkakunnalla normaalijakautunut niin, että odotusarvo on $4,0^\circ\text{C}$ ja 90 % vuorokautisista keskilämpötiloista on $2,0^\circ\text{C} - 6,0^\circ\text{C}$. Laske keskilämpötilan keskihajonta.

15. a) Määritä yhtälön

$$\sin(2x + 4^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

ratkaisut välillä $x \in [0^\circ, 90^\circ]$.

- b) Määritä a-kohdan yhtälön kaikki ratkaisut.