

SOA

①

a)  $7x^2 + 3x = 0$

$$x(7x + 3) = 0 \quad 1p$$

$$x = 0 \quad \text{TAI} \quad 7x + 3 = 0$$

$$7x = -3 \quad | :7$$

$$x = -\frac{3}{7} \quad +1p$$

$$V: \underline{x = 0 \text{ dan } x = -\frac{3}{7}}$$

b)  $\frac{1}{4}x + 1 = \frac{1}{5}(2x + 2)$

$$\frac{1}{4}x + 1 = \frac{2}{5}x + \frac{2}{5}$$

$$\frac{1}{4}x - \frac{2}{5}x = \frac{2}{5} - 1 \quad 1p$$

$$\frac{5}{20}x - \frac{8}{20}x = -\frac{3}{5}$$

$$-\frac{3}{20}x = -\frac{3}{5} \quad | : -20$$

$$3x = 12 \quad | : 3$$

$$x = 4 \quad +1p$$

$$V: \underline{\underline{x = 4}}$$

c)  $\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}$

$$= \frac{(x+1)}{(x-1)(x+1)} - \frac{(x-1)}{(x-1)(x+1)} \quad 1p$$

$$= \frac{(x+1) - (x-1)}{(x-1)(x+1)}$$

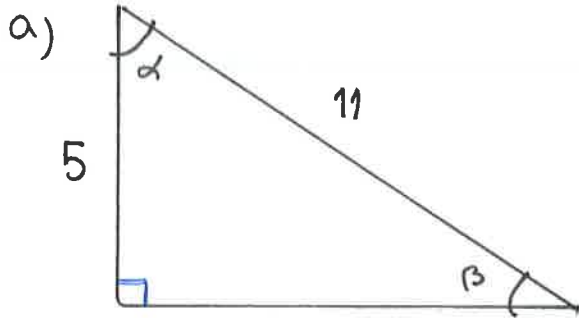
$$= \frac{x+1-x+1}{x^2-1} = \frac{2}{x^2-1} \quad +1p$$

$$V: \frac{2}{x^2-1}$$

S07

②

MAOL S.36



$$\sin \beta = \frac{\text{Vastainen kateetti}}{\text{hypotenuusa}}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{Viereinen kateetti}}{\text{hypotenuusa}}$$

$$\cos \alpha = \frac{5}{11}$$

$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{5}{11}\right) = 62,964\dots^\circ \approx 62,96^\circ \quad 1p$$

$$\sin \beta = \frac{5}{11}$$

$$\beta = \sin^{-1}\left(\frac{5}{11}\right) = 27,035\dots^\circ \approx 27,04^\circ \quad +1p$$

b)

$$f(x) = 3x^{2007} - 15x^{12} + 2x - 12345$$

$$f'(x) = 6021x^{2006} - 180x^{11} + 2$$

gerivirhe -1p, luseampi -2p

2p

c)

$$\text{erotusluku } d = 4 - 1 = 3$$

Kirja S. 30

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

MAOL S. 24  
kohda 4

$$n = 10$$

$$a_1 = 1$$

1p

$$a_{10} = 1 + (10-1)3 = 1 + 9 \cdot 3 = 28$$

+1p

1: a) kulma  $\beta = 27,04^\circ$ , kulma  $\alpha = 62,96^\circ$

b)  $f'(x) = 6021x^{2006} - 180x^{11} + 2$

c) 10:s termi on 28

40 507

③

TWh	kokonais	ydin	muukotim.	tuonti
2005	84.90	22.3287 (=0.263 · 84.90)	45.5913 (=0.537 · 84.90)	16,98 (=84,90 - 22,3287 - 45,5913)
2009	95.088 (=1.12 · 84.90)	36.3287 (=22.3287 + 14)	45.5913	13,168 (=95.088 - 36.3287 - 45.5913) 2p

ydin voima

$$\frac{36.3287}{95.088} \cdot 100\% = 38,20... \% \approx 38,2\% \quad + 2p$$

tuontisäweö

$$\frac{13.168}{95.088} \cdot 100\% = 13,84... \% \approx 13,8\% \quad + 2p$$

S.07

M

$$y = 2x - 3$$

$$y = 3x - 2$$

leikkauspisteessä  $x$  ja  $y$  koordinaatit ovat samat

merkitään

$$2x - 3 = 3x - 2$$

$$2x - 3x = -2 + 3$$

$$-x = 1 \quad | \cdot (-1)$$

$$x = -1$$

sijoitetaan

$$y = 2x - 3 = 2(-1) - 3 = -5 \quad \text{V: Piste } P = (-1, -5) \quad 2p$$

$$Q = (7, 7)$$

MAOL S.42

MAOL S.43

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

suoran yhtälö

$$y - y_0 = k(x - x_0)$$

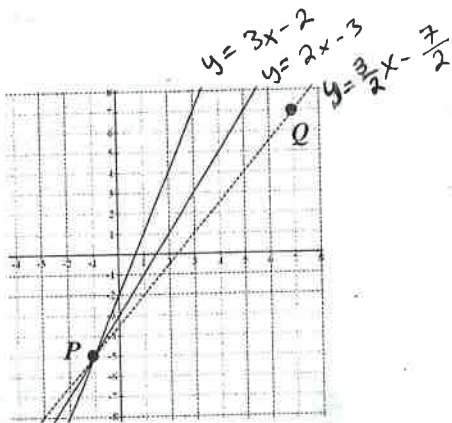
$$k = \frac{7 - (-5)}{7 - (-1)} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2} \quad +1p$$

$$y - 7 = \frac{3}{2}(x - 7)$$

$$y - 7 = \frac{3}{2}x - \frac{21}{2}$$

$$y = \frac{3}{2}x - \frac{21}{2} + 7$$

$$y = \frac{3}{2}x - \frac{7}{2} \quad +1p$$

V: suoran yhtälö

$$\text{on } y = \frac{3}{2}x - \frac{7}{2}$$

+2p

jos kuviossa

vain suora s ja

pisteet P ja Q

-1p

S 07

⑤

maustettua teetä 150g = 0,150 kg, hinta 3,30 €

$$\text{kilohinta} = \frac{3,30 \text{ €}}{0,150 \text{ kg}} = 22 \text{ €/kg} \quad 1 \text{ p}$$

mustan teen kilohinta 5,50 €/kg

150g maustettua + Xg mustaa teetä = (150 + X)g seosta

(Hinta on määrä · kg/hinta)      Seoksen hinta  $\frac{22}{2} = 11 \text{ €/kg}$

$$0,150 \text{ kg} \cdot 22 \text{ €/kg} + X \text{ kg} \cdot 5,50 \text{ €/kg} = 11 \text{ €/kg} (0,150 + X) \text{ kg} \quad + 2 \text{ p}$$

$$3,30 \text{ €} + 5,50 X \text{ €} = 1,65 \text{ €} + 11 X \text{ €}$$

$$5,50 X - 11 X = 1,65 - 3,30$$

$$-5,5 X = -1,65 \quad | : -5,5$$

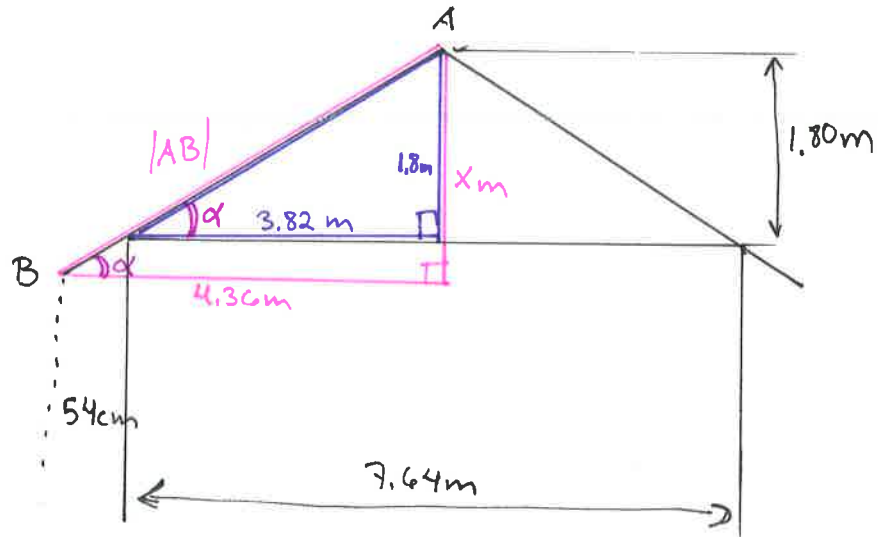
$$X = 0,3 \quad + 2 \text{ p}$$

V: mustaa teetä on lisättävä 300g + 1p

(jos oikea ratkaisu saatu kokeile malle max 2p)

S.07

6



$$\frac{7.64 \text{ m} + 0.54 \text{ m}}{2} = 4.36$$

YHDENMUOTOISET KOLMIOT

$$\frac{x}{4.36} = \frac{1.8}{3.82} \Rightarrow x = \frac{1.8 \cdot 4.36}{3.82} = 2.054450... \text{ +1p}$$

$$|AB| = \sqrt{2.05445...^2 + 4.36^2} = 4.819788... \approx 4.82 \text{ +1p}$$

(Pythagoraan lause maol s.36)

TAI MAOL S.36

$$\tan \alpha = \frac{\text{Vastainen kateetti}}{\text{Viereinen kateetti}}$$

$$\tan \alpha = \frac{1.8}{3.82}$$

$$\alpha = 25.230009...^\circ \text{ 2p}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{Viereinen kateetti}}{\text{hypotenuusa}}$$

$$\cos 25.230009...^\circ = \frac{4.36}{|AB|} \quad \left| \begin{array}{l} \cdot |AB| \\ \div \cos 25.230009...^\circ \end{array} \right.$$

$$|AB| = \frac{4.36}{\cos 25.230009...^\circ} = 4.81978... \approx 4.82 \text{ +2p}$$

V: lanteen pituus on 482 cm

507

⑦

$$R_{\text{maapallo}} = \frac{40000 \text{ km}}{2\pi}$$

$$= 6366,197 \text{ km}$$

$$\text{ympyrän kehä} = 2\pi r$$

MAOH s. 31

$$A_{\text{pallo}} = 4\pi r^2$$

MAOH s. 33

$$A_{\text{meret}} = 0,7 \cdot 4\pi R^2$$

$$= 0,7 \cdot 4\pi \cdot (6366,197 \text{ km})^2 = 3,56507 \dots \cdot 10^8 \text{ km}^2 \quad +2p$$

$$\text{Veden nousu} = \frac{V}{A} = \frac{150 \text{ km}^3}{3,56507 \dots \cdot 10^8 \text{ km}^2} = 4,2074901 \dots \cdot 10^{-7} \text{ km} \quad +2p$$

$$\underline{V: 0,42 \text{ mm}} \quad +2p$$

maapallon säteelle voi käyttää taulukkoarvoa  
yksikötömmuunnos virheestä  $-(1-2)p$

⑧

	Maali A	Maali B	YHT
tilavuus (l)	a	b	
keltaista (g)	a · 80	b · 120	3200
sinistä (g)	a · 110	b · 90	3500

$$\begin{cases} 80a + 120b = 3200 \\ 110a + 90b = 3500 \end{cases} \quad 2p$$

$$\begin{aligned} 80a &= 3200 - 120b & | :80 \\ a &= 40 - \frac{3}{2}b \end{aligned}$$

sij.  $110a + 90b = 3500$

$$110\left(40 - \frac{3}{2}b\right) + 90b = 3500 \quad +1p$$

$$4400 - 165b + 90b = 3500$$

$$-75b = -900 \quad | :75$$

$$\underline{\underline{b = 12}}$$

sij.

$$a = 40 - \frac{3}{2}b$$

$$= 40 - \frac{3}{2} \cdot 12 = 22$$

V: Valmistettujen määrät A: 22 l, B: 12 l +3p



9

Vuotuisen sadon jyvien määrä

$$\frac{700 \cdot 10^6 \text{ kg}}{25 \cdot 10^{-6} \text{ kg}} = 2,8 \cdot 10^{13} \quad 1p$$

Jyvien summa (geometrisen lukujono) Kirja s. 30

$$q = 2$$

$$a_1 = 1$$

$$n = ?$$

$$S_n = 2,8 \cdot 10^{13}$$

$$S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}, \quad q \neq 1$$

MAOH s. 24

$$S_n = \frac{1(1-2^n)}{1-2} = \frac{1-2^n}{-1} = 2^n - 1 \quad 1p$$

$$2^n - 1 = 2,8 \cdot 10^{13} \quad 1p$$

$$2^n = 2,8 \cdot 10^{13} + 1 \quad | \log$$

$$n \log 2 = \log(2,8 \cdot 10^{13} + 1) \quad | : \log 2$$

$$n = \frac{\log(2,8 \cdot 10^{13} + 1)}{\log 2} = 44,67049... \quad 2p$$

V: 44 ruutua + 1p

Saa ratkaista myös kokonemalla

10

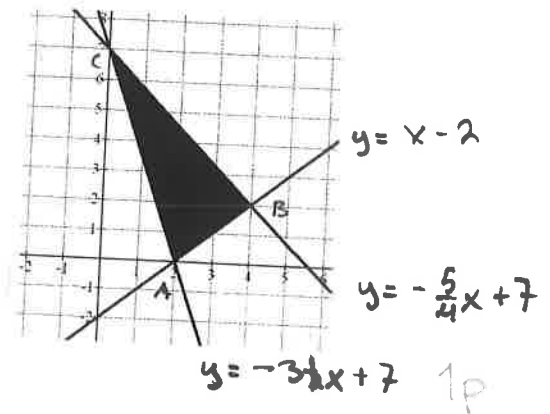
$$\begin{cases} y \geq x - 2 & \textcircled{1} \\ 7x + 2y \geq 14 & \textcircled{2} \\ 5x + 4y \leq 28 & \textcircled{3} \end{cases}$$

suorat:

$$\textcircled{1} \quad y = x - 2$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad 7x + 2y &= 14 \\ 2y &= 14 - 7x \quad | :2 \\ y &= 7 - 3\frac{1}{2}x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} \quad 5x + 4y &= 28 \\ 4y &= 28 - 5x \quad | :4 \\ y &= 7 - \frac{5}{4}x \end{aligned}$$



leikkauspisteet:

$$(2,0), (4,2), (0,7) + 2p$$

Ratkaisu joukko tasoalue  
ABC (väritetty kuvassa)  
(mukaan lukien reunasuorat  
välillä A, B, C) + 2p

Tarkastetaan väitteen paikkaansa pitävyys  
valitaan piste tasoalueelta ja todetaan että se toteuttaa  
kaikki epäyhtälöt:  
(2,2)

$$\textcircled{1} \quad y \geq x - 2 \Leftrightarrow 2 \geq 2 - 2 \Leftrightarrow 2 \geq 0 \quad \text{TOSI}$$

$$\textcircled{2} \quad 7x + 2y \geq 14 \Leftrightarrow 7 \cdot 2 + 2 \cdot 2 \geq 14 \Leftrightarrow 18 \geq 14 \quad \text{TOSI}$$

$$\textcircled{3} \quad 5x + 4y \leq 28 \Leftrightarrow 5 \cdot 2 + 4 \cdot 2 \leq 28 \Leftrightarrow 18 \leq 28 \quad \text{TOSI}$$

+ 1p

f. Ratkaisu on tasoalue ABC kuvassa

merkitään  $x =$  etäisyys reiästä

Todennäköisyys osua reiään kun  $x \geq 80$

$$P(x) = \frac{k}{x^2}$$

1p (voi tehdä myös  
venannolla)

KIRJA  
s. 118

YKSI PALLO:

$$P(80) = 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{k}{80^2} = 1 \quad \Leftrightarrow \quad k = 80^2 = 6400 \quad +1p$$

$$P(300) = \frac{6400}{300^2} = \frac{6400}{90000} = \frac{16}{225} = 0,07111... \quad +1p$$

10-PALLOA:

$$P(\text{yksikään ei reikään}) = (1 - P_{(300)})^{10} = (1 - 0,07111...)^{10} = 0,4782...$$

$$P(\text{kymmenestä ainakin yksi reikään}) = 1 - P(\text{yksikään ei reikään}) \quad +2p$$

$$= 1 - 0,4782... = 0,521769... \approx 0,52 \quad +1p$$

V: kymmenestä pallosta ainakin yksi menee reiään kolmen metrin etäisyydeltä 52% todennäköisyydellä.

12) langan pituus 120

MAOL S.31

olkoon ympyrän kehä  $x$   
jolloin neliön piiri  $120-x$

$$\text{ympyrän kehän pituus} = 2\pi r$$

$$A = \pi r^2$$

$$\text{neliön } A = a^2 \quad \text{MAOL S.30}$$

$$\text{neliön piiri} = 4a$$

YMPYRÄN SÄDE:

$$x = 2\pi r \Rightarrow r = \frac{x}{2\pi}$$

NELIÖN SIVU:

$$120-x = 4a \quad | :4 \Rightarrow \frac{120-x}{4} = a$$

Alojen summa

$$A = \pi r^2 + a^2 = \pi \left(\frac{x}{2\pi}\right)^2 + \left(\frac{120-x}{4}\right)^2 \quad 1p$$

$$= \frac{\pi x^2}{4\pi^2} + \left(30 - \frac{1}{4}x\right)^2$$

HUOMAA:

$$\left(30 - \frac{1}{4}x\right)^2 = \left(30 - \frac{1}{4}x\right)\left(30 - \frac{1}{4}x\right)$$

$$= \frac{x^2}{4\pi} + 900 - 15x + \frac{1}{16}x^2 \quad +1p$$

$$= \left(\frac{1}{4\pi} + \frac{1}{16}\right)x^2 - 15x + 900$$

$$= \left(\frac{4}{16\pi} + \frac{\pi}{16\pi}\right)x^2 - 15x + 900$$

$$A = \left(\frac{4+\pi}{16\pi}\right)x^2 - 15x + 900$$



(toisenasteen  
termin  
kuori  
positiivinen)

Alan yhtälö on toisenasteen yhtälö.

Ala on pienimmillään paraabelin huipussa. +1p

Paraabelin huippu on derivaatan nollassa kohdassa

$$A' = 2 \cdot \frac{4+\pi}{16\pi}x - 15 = \frac{4+\pi}{8\pi}x - 15 \quad +1p$$

$$A' = 0, \text{ kun } \frac{4+\pi}{8\pi}x - 15 = 0$$

S07  
12

$$\frac{4+\pi}{8\pi} x - 15 = 0$$

$$\frac{4+\pi}{8\pi} x = 15 \quad | \cdot \frac{8\pi}{4+\pi}$$

$$x = \frac{15 \cdot 8\pi}{4+\pi} = \frac{120\pi}{4+\pi} = 52,78810\dots + 1p$$

$$x = 52,8 \text{ cm} \quad , \quad 120 - x = 120 - 52,8 = 67,2$$

V: ympyrään laulua tarvitaan 52,8 cm +1p  
ja neliöön 67,2 cm

(13)

$$p(x) = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{16}x^3$$

$$p'(x) = \frac{1}{2} - \frac{1}{4}x + \frac{3}{16}x^2 \quad 1p$$

$$p'(0,5) = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \cdot 0,5 + \frac{3}{16} \cdot 0,5^2 = 0,421875 \quad +1p$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{1+x}}$$

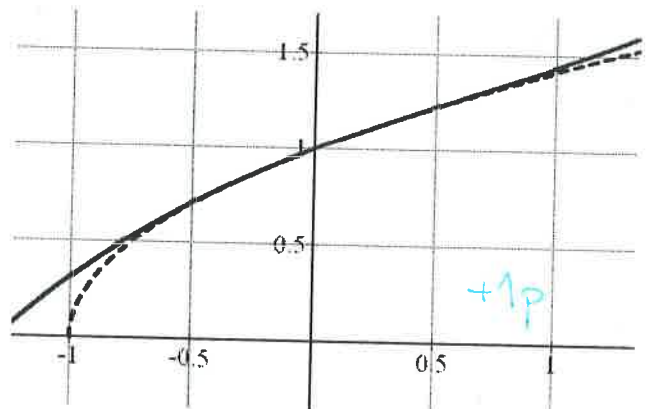
$$f'(0,5) = \frac{1}{2\sqrt{1+0,5}} = 0,408248... \quad +1p$$

$$\frac{p'(0,5) - f'(0,5)}{f'(0,5)} = \frac{0,421875 - 0,408248...}{0,408248...} = 0,0333784... \quad +1p$$

$$\Rightarrow 3,3 \% \quad +1p$$

Kwaaajat:

X	P(x) $y = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{16}x^3$	f(x) $y = \sqrt{1+x}$
-1,25	0,09375...	—
-1	0,3125...	0
-0,75	0,59375...	0,5
-0,50	0,7109375...	0,70710...
-0,25		
-0,0	ine	ine
0,25		
0,50		
0,75		
1		
1,25		



S 07

(14)

korokanta 1,35%  $\rightarrow q = 1,0135$ 

$$q = 1 + \frac{P}{100}$$

diskonttaus nykyarvoon

s. 136 KIRJA

MAOL526

$$\text{MATTI: } 32000 + 900 (1,0135^{-1} + 1,0135^{-2} + 1,0135^{-3} + 1,0135^{-4})$$

$$= 35431,118... \quad 2p$$

$$\text{TEPPO: } 30500 + 2500 (1,0135^{-1} + 1,0135^{-2})$$

$$= 35357,461... \quad +2p$$

Paimurin nykyarvo:

$$35431,118... + 35357,461... = 70788,5799... \approx \underline{70788,58} \quad +1p$$

Nykyarvo ero:

$$35431,118... - 35357,461... = 73,657... \approx \underline{73,66} \quad +1p$$

1: Paimurin nykyarvo on 70788,58 €  
Veljesten maksuosuuksien ero 73,66 €

S. 04

(15) A

1 LAMPPUA

$$P(\text{lamppukestää alle } 8000\text{h}) = 1\% = 0,01 \stackrel{1p}{=} \Rightarrow q = 1 - p = 0,99$$

50 LAMPPUA:  $n = 50$

$$P(\text{vähintään } 2 \text{ kestää alle } 8000\text{h}) = 1 - P(1 \text{ tai } 0 \text{ lamppua hajoaa}) \\ = 1 - (P(1 \text{ hajoaa}) + P(0 \text{ hajoaa}))$$

$$P(1 \text{ hajoaa}) = \binom{50}{1} 0,01^1 \cdot 0,99^{50-1} \\ = 50 \cdot 0,01 \cdot 0,99^{49}$$

$$P_k = \binom{n}{k} p^k q^{n-k} \quad \text{MAOL s. 55}$$

$$P(0 \text{ hajoaa}) = 0,99^{50}$$

$$P(\text{vähintään } 2 \text{ kestää...}) = 1 - (50 \cdot 0,01 \cdot 0,99^{49} + 0,99^{50}) \stackrel{+2p}{=} \\ = 0,08943... \\ \approx 8,94\% \stackrel{+1p}{\approx}$$

Koska

$$8,94\% \rightarrow 5\%$$

Valmistajan ilmoitusta ei ole syytä epäillä +2p

U: Voidaan pitää sattumana



S.07  
15 B

$$\bar{a} = 2\bar{i} + \frac{3}{2}\bar{j}$$

$$\bar{b} = 3\bar{i} + 4\bar{j}$$

$$|\bar{a}| = \sqrt{2^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \sqrt{6.25} = 2.5 \text{ 1p}$$

$$|\bar{b}| = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ 1p}$$

$$\tan \alpha = \frac{3/2}{2} = \frac{3}{4}$$

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right) = 36.896\dots^\circ \text{ 1p}$$

$$\tan \beta = \frac{4}{3}$$

$$\beta = \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right) = 53.130\dots^\circ \text{ 1p}$$

$$\bar{a} + \bar{b} = (2+3)\bar{i} + \left(\frac{3}{2}+4\right)\bar{j} = 5\bar{i} + \frac{11}{2}\bar{j} \text{ 1p}$$

$$\bar{a} - \bar{b} = (2-3)\bar{i} + \left(\frac{3}{2}-4\right)\bar{j} = -\bar{i} - \frac{5}{2}\bar{j} \text{ 1p}$$

γ:  $|\bar{a}| = 2.5, |\bar{b}| = 5$

$$\alpha = 36.9^\circ, \beta = 53.1^\circ$$

$$\bar{a} + \bar{b} = 5\bar{i} + \frac{11}{2}\bar{j}$$

$$\bar{a} - \bar{b} = -\bar{i} - \frac{5}{2}\bar{j}$$

MAOL s. 41

kun

$$\bar{a} = a_x\bar{i} + a_y\bar{j} + a_z\bar{k}$$

$$\bar{b} = b_x\bar{i} + b_y\bar{j} + b_z\bar{k}$$

$$|\bar{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

$$\bar{a} \pm \bar{b} = (a_x \pm b_x)\bar{i} + (a_y \pm b_y)\bar{j} + (a_z \pm b_z)\bar{k}$$

suuntakulma

$$\tan \alpha = \frac{S_y}{S_x}$$

MAOL  
s. 42