

Ympyrä ja kolmion merkilliset pisteet

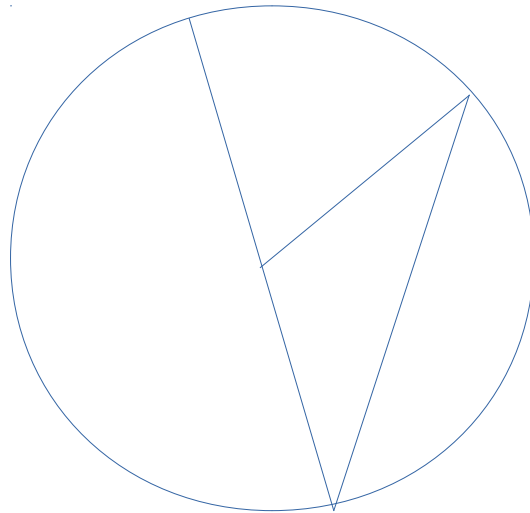
3.1. Ympyrä

Ympyrän pinta-ala on $A_Y =$

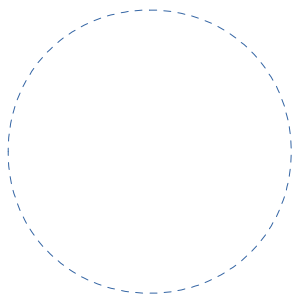
Ympyrän piiri eli kehän pituus on $p =$

Ympyrän sektorin pinta-ala A_S

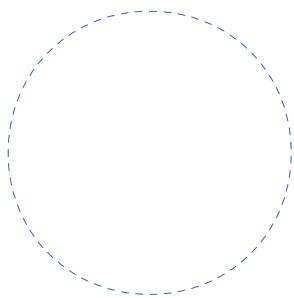
Ympyrän kaaren pituus b



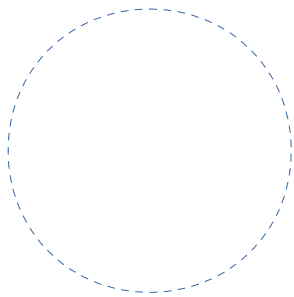
Esim 1. Ympyrän pinta-ala on $16,0 \text{ cm}^2$. Laske halkaisija.



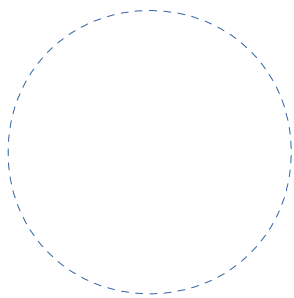
Esim 2. Ympyrän säde on 8 m . Erästä keskuskulmaa vastaavan kaaren pituus on 12 m . Laske keskuskulma.



Esim 3. Ympyrän kehä jaetaan osiin suhteessa 3 : 5 : 12. Laske kaaria vastaavat keskuskulmat.

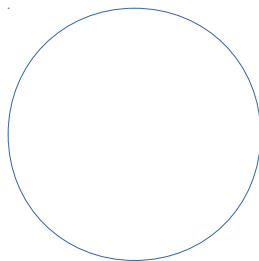


Esim 4. Sekantti leikkaa ympyrästä säteen pituisen jänteen. Säteen pituus on 8. Laske syntyvän segmentin pinta-ala.

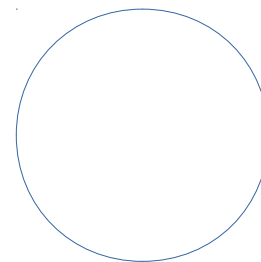


3.2. Ympyrään liittyviä kulmia

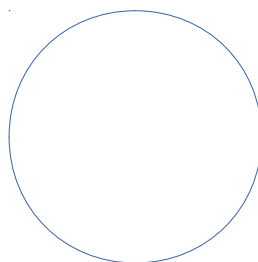
Kehäkulma on puolet keskuskulmasta.



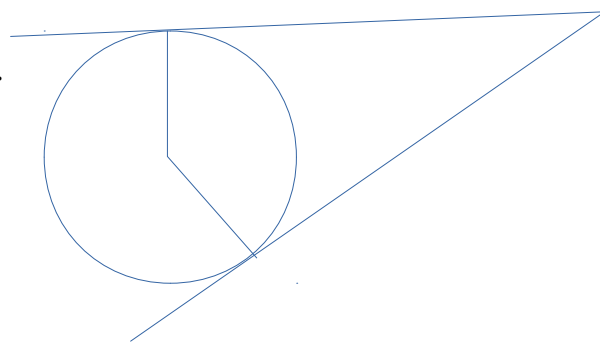
Samaa kaarta vastaavat kehäkulmat ovat yhtä suuret



Puoliympyrän sisältämä kehäkulma on suorakulma.



Tangenttikulman ja sitä vastaavan keskuskulman summa on 180° .

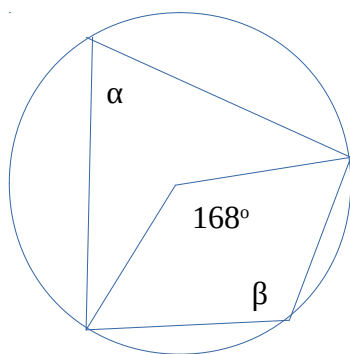


Esim 1. Maapallo näkyy avaruusaluksesta 52° kulmassa. Mikä on avaruusaluksen etäisyys maasta?

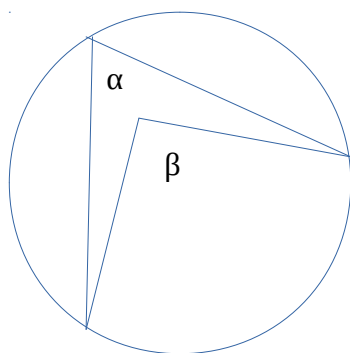
Esim 2. Laivan tähtistäjä näkee merellä kaverinsa toisen laivan mastossa. Masto on 15 m korkeudella. Kuinka kaukana laivat ovat toisistaan? Meri on peilityni...

Esim 3. Määritä kulmat.

a)

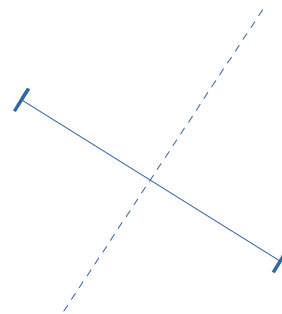


b)

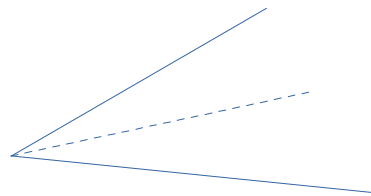


3.3. Kolmion merkilliset pisteet

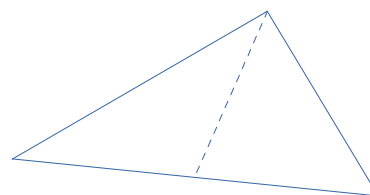
Janan **keskinormaalin** jokainen piste on yhtä kaukana janan päätepisteistä.



Kulmanpuolittajan jokainen piste on yhtä etäällä kulman kyljistä.



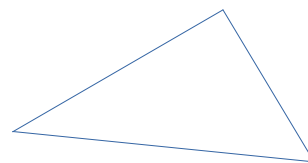
Mediaani eli keskijana yhdistää kolmion kärjen ja vastakkaisen sivun keskipisteen



Kolmion merkilliset pisteet

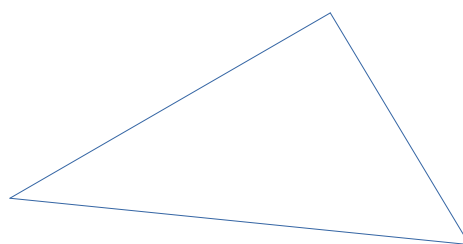
Kolmion keskinormaalit leikkaavat samassa pisteessä.

Se on **kolmion ympäri piirretyn ympyrän** keskipiste

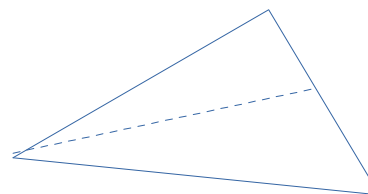


Kolmion kulmanpuolittajat leikkaavat samassa pisteessä.

Se on **kolmion sisään piirretyn ympyrän** keskipiste

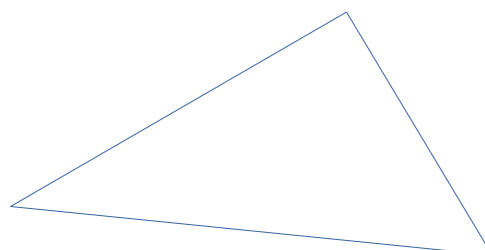


Kulmanpuolittajalause: Kolmion kulmanpuolittaja jakaa vastaisen sivun viereisten sivujen suhteessa.



Kolmion mediaanit leikkaavat samassa pisteessä.

Mediaanien leikkauspiste jakaa jokaisen mediaanin suhteessa 2: 1 kolmion kärjestä lukien.



Huom!

1) Tasasivuisessa kolmiossa

korkeusjana = mediaani = kulmanpuolittaja = sivun keskinormaali

2) Tasakylkisessä kolmiossa:

kannalle piirretty korkeusjana = mediaani = huippukulman puolittaja = kannan keskinormaali

Esim 1. Neliön pinta-ala on 2. Lävistäjän ja sivun kulmanpuolittaja jakaa vastakkaisen sivun kahteen osaan. Määritä osien pituudet.

Esim 2. Kuinka kaukana kärjestä on tasasivuisen kolmion mediaanien leikkauspiste?

Esim 3. Piirrä Geogebraa kolmion merkilliset pisteet: keskinormaalien, korkeusjanojen ja mediaanien leikkauspisteet. Mitä huomaat?