1.2 Koronkorko ja diskonttaus

1.2 Koronkorko ja diskonttaus

Koronkorko

$$K = kq^n$$

missä *K* on kasvanut pääoma, *k* alkupääoma, *q* korkokerroin (= 1 + korkokanta) ja *n* vuosien lukumäärä

ESIM 1
Tilille talletetaan vuoden alussa 500 euroa. Kuinka suureksi pääoma kasvaa 1, 2, ..., *n* vuodessa, jos tilin nettokorkokanta on 0,6 %?

$$k = 500$$

$$i = 0{,}006$$

$$q = 1{,}006$$

1 vuodessa:

$K = 500 \cdot 1{,}006 = 503$ euroa

2 vuodessa:

$K = 500 \cdot 1{,}006^2 = 506{,}018... \approx 506{,}02$ euroa

n vuodessa:

$K = 500 \cdot 1{,}006^n$ euroa

ESIM 2
Tilille talletetaan vuoden alussa 500 euroa.
a) Kuinka suureksi pääoma kasvaa seitsemässä vuodessa, jos tilin nettokorkokanta on 0,6 %?

$$K = k \cdot q^n$$

K = ? , k = 500 , q = 1,006 , n = 7

$K = 500 \cdot 1{,}006^7 = 521{,}381... \approx 521{,}38$ euroa

```
500*1,006^7
= 521,3818027618
```

b) Kuinka monta prosenttia pääoman pitäisi vuosittain kasvaa, jotta se kasvaisi seitsemässä vuodessa 600 euroon?
K = 600 , k = 500 , q = ??? , n = 7

$$K = k \cdot q^n$$

$$600 = 500 \cdot q^7 \quad || : 500$$

$$\frac{600}{500} = q^7 \quad || \sqrt[7]{\ }$$

$$q = \sqrt[7]{\frac{600}{500}} = 1{,}026388...$$

```
(600/500)^(1/7)
= 1,02638809625703
```

Pääoman tulee kasvaa joka vuosi 2,64 %.

$$\frac{600}{500} = (1+i)^7 \quad || \sqrt[7]{\ }$$

$$1 + i = \sqrt[7]{\frac{600}{500}} = 1{,}026388...$$

$$i = 0{,}026388...$$

c) Kuinka monen vuoden kuluttua pääoma on kaksinkertaistunut, jos tilin nettokorkokanta on 5 %?

K = 1000, k = 500, q = 1,05, n = ???

$$K = k \cdot q^n$$

$$1000 = 500 \cdot 1{,}05^n$$

$2 = 1{,}05^n \qquad || \ \log_{1,05}(\ )$

($\log_{1,05}(2) = \log_{1,05}(1{,}05^n)$)

$\log_{1,05}(2) = n$

log(1,05; 2)
= 14,206699082

$n = 14{,}206... \approx 14{,}2$

V: 14,2 vuoden kuluttua pääoma on kaksinkertaistunut

TAI Geogebralla:

10 $1000 = 500 \cdot 1.05^n$

✓ $\mathbf{1000 = 500 \cdot 1.05^n}$

11 \$10

Solve: $\left\{ n = \frac{-\ln(2)}{2\ \ln(2) - \ln(21) + \ln(5)} \right\}$

12 \$11

$\approx$ $\{n = 14.2067\}$

ESIM3
Mikä alkupääoma pitäisi tallettaa tilille, jotta tilin saldo olisi kymmenen vuoden kuluttua 5000 euroa? Tilin korkokanta on 1,14 %.

K = 5000, k = ???, q = 1,0114, n = 10

$K = k \cdot q^n$

$5000 = k \cdot 1{,}0114^{10}$

$k = \frac{5000}{1{,}0114^{10}} = 4464{,}1678...$

$\approx 4464{,}17$ euroa

$\frac{5000}{1.0114^{10}}$

$\approx$ **4464.16781**

Diskonttaus
Koronkorko taaksepäin; tuleva arvo muutetaan nykyarvoksi.
k <......> K

$k = K \cdot q^{-n}$ (n = 10)

vrt: $K = k \cdot q^n$ (n = -10)

ESIM4 kirjasta. Nettokorkokanta 5,00 %.

Toistuvat talletukset
ESIM5. Heini syntyi 1. tammikuuta. Isä talletti tyttären tilille heti 1000 euroa ja tekee uuden samansuuruisen talletuksen jokaisen vuoden alussa. Viimeisen talletuksen hän tekee, kun Heini täyttää 18 vuotta. Kuinka paljon tilillä on rahaa viimeisen talletuksen jälkeen? Tilin nettokorkokanta on 1,4 %.

$K = k \cdot q^n \qquad || \ k = 1000,\ q = \ 1{,}014$

1. talletus on tilillä 18 vuotta: $K_1 = 1000 \cdot 1{,}014^{18}$

2. talletus on tilillä 17 vuotta: $K_2 = 1000 \cdot 1{,}014^{17}$

...

19. talletus on tilillä 0 vuotta: $K_{19} = 1000$

Talletukset muodostavat geometrisen lukujonon ($\frac{K_2}{K_1} = \frac{K_3}{K_2} = ...$)

niiden summa on:

$$S_n = a_1 \cdot \frac{1-Q^n}{1-Q} \qquad || \; Q = \frac{K_2}{K_1} = \frac{1000 \cdot 1{,}014^{16}}{1000 \cdot 1{,}014^{17}} = \frac{1}{1{,}014}$$

$$= \left(1000 \cdot 1{,}014^{18}\right) \cdot \frac{1-\left(\frac{1}{1{,}014}\right)^{19}}{1-\left(\frac{1}{1{,}014}\right)}$$

1000*1,014^18*(1-(1/1,014)^19)/(1-1/1,014)
= 21595,02142499265256296529

$\approx 21595{,}02$ euroa

TAI a_1 on tuo 19. talletus ja suhde Q on $\frac{K_{18}}{K_{19}} = \frac{1000 \cdot 1{,}014^1}{1000} = 1{,}014$:

$$S_n = 1000 \cdot \frac{1-1{,}014^{19}}{1-1{,}014}$$

1000*(1-1,014^19)/(1-1,014)
= 21595,02142499265256296

TAPA2 Calcissa
Lasketaan talletusten arvot kaavalla **=A2*1,014^B2** tai **=A2 * E1 ^ B2**

C3 =A3*E1^B3

	A	B	C	D	E	F	G
1	pääoma	korkoaika vuosina	K=k*q^n	q	1,014		
2	1000	18	1284,349408				
3	1000	17	1266,616773		SUMMA kasvaneista pääomista K:		
4	1000	16	1249,128968		21595,02142		
5	1000	15	1231,882611				
6	1000	14	1214,87437				
7	1000	13	1198,100957				
8	1000	12	1181,559129				
9	1000	11	1165,245689				
10	1000	10	1149,157484				
11	1000	9	1133,291405				
12	1000	8	1117,644383				
13	1000	7	1102,213396				
14	1000	6	1086,995459				
15	1000	5	1071,987633				
16	1000	4	1057,187014				
17	1000	3	1042,590744				
18	1000	2	1028,196				
19	1000	1	1014				
20	1000	0	1000				
21							

V: Tililtä on nostettavissa 21595,02 euroa.