

Kpl 3.1

3 EKSPONENTTI- JA POTENSSIIYHTÄLÖ

3.1 EKSPONENTTIYHTÄLÖ JA LOGARITMI

* EKSPONENTTIYHTÄLÖ:

- Muuttuja eli tuntematon on eksponentissa.
 - Muuttuja on kirjain, joka halutaan ratkaista.
- $a^x = b$ (kirjassa) tai $a^y = x$ (MAOL)
- Potenssin laskusäännöt => MAOL

$a^m a^n = a^{m+n}$
$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad (a \neq 0)$
$(ab)^n = a^n b^n$
$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \quad (b \neq 0)$
$(a^m)^n = a^{mn} = (a^n)^m$

◦ esim.

- $x^4 \cdot x^3 = x^{4+3} = x^7$
- $\frac{b^8}{b^3} = b^{8-3} = b^5$
- $(2x)^3 = 2^3 x^3 = 8x^3$
- $\left(\frac{x}{2}\right)^3 = \frac{x^3}{2^3} = \frac{x^3}{8} = \frac{1}{8}x^3$
- $(0,01^3)^{100} = 0,01^{3 \cdot 100} = (0,01^{100})^3$

• Muista! => MAOL

Määritelmä
$a^p = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{p \text{ kpl}}$
$a^0 = 1$
$a^{-p} = \frac{1}{a^p}$
$a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}$

• Logaritmin määritelmä: MAOL

- $\log_a x = y \Leftrightarrow a^y = x$

=> Logaritmi laskimeen:

esimerkki: $7^x = 48$

$$\log_7 48 = x$$

$$x = \log_7 48 \quad \text{Speedcrunch: } \log(7;48)$$

$$x = 1,9894037\dots \approx 1,99$$

* EKSPONENTTIYHTÄLÖN RATKAISEMINEN

• POTENSSIEN LASKUSÄÄNTÖJEN AVULLA

1) Siirretään termit, joissa on muuttuja vasemmalle puolelle ja kaikki muut oikealle.

- 2) Sievennä (yhdistä) molemmat puolet laskusääntöjen avulla, jotta saat molemmille puolille VAIN YHDET termit eli muotoon $a^x = b$.
- 3) Muuta molemmat puolet samoiksi kantaluvuiksi.
- 4) Muodosta yhtälö eksponenteista eli vertaa niitä. (Kantaluvut saa unohtaa)
- 5) Ratkaise yhtälö ja anna vastaus.

Esimerkki 1. Ratkaise yhtälö *potenssien laskusääntöjen avulla.*

$$\text{a) } 2^x = \frac{2^3 \cdot 2^2}{2^7}$$

$$2^x = \frac{2^5}{2^7}$$

$$2^x = 2^{-2}$$

$$x = -2$$

$$\text{b) } 5^x - 2 = 23$$

$$5^x = 23 + 2$$

$$5^x = 25$$

$$5^x = 5^2$$

$$x = 2$$

$$\text{c) } 7^{4x-3} - 1 = 0$$

$$7^{4x-3} = 1$$

$$7^{4x-3} = 7^0$$

$$4x - 3 = 0$$

$$4x = 3 \quad ||: 4$$

$$x = \frac{3}{4}$$

Tunnilla: 301, 302, 304, 305 => Tehtävä!!!

Haastavampia: 311 ja 312

• LOGARITMIN AVULLA

- 1) Siirrä termit, joissa muuttuja vasemmalle puolelle ja muut oikealle.
- 2) Sievennä molemmat puolet muotoon $a^x = b$ (MAOL: $a^y = x$)
- 3) Ratkaise /käytä logaritmin määritelmää eli muodosta yhtälö $x = \log_a b$ (MAOL: $y = \log_a x$)
- 4) Laske ja anna vastaus (pyöristys)!

Esimerkki: (Samat kuin aiemmin)

$$\text{b) } 5^x - 2 = 23$$

$$5^x = 23 + 2$$

$$5^x = 25$$

$$\log_5 25 = x \text{ (Logaritmin määritelmä)}$$

$$x = 2$$

$$\text{c) } 7^{4x-3} - 1 = 0$$

$$7^{4x-3} = 1$$

$$\log_7 1 = 4x - 3$$

$$4x - 3 = \log_7 1$$

$$4x - 3 = 0$$

$$4x = 3 \quad ||: 4$$

$$x = \frac{3}{4}$$

Tunnilla: 303, 306, 307, 308 => TEHTÄVÄ!!!

Haastetta: 313, 314, 315

* HUOM!

- $\ln \Rightarrow \log_e$
- $\lg \Rightarrow \log_{10}$