

## Maa7 k23 Arj ver2

Näytä oikeat vastaukset

## Sisällys

**Osa 1: A1-osio**

Vastaa kolmeen tehtävään.

1. [Integrointia](#) 12 p.
2. [Integraaleja](#) 12 p.
3. [Pinta-ala](#) 12 p.
4. [Pinta-ala](#) 12 p.

**Osa 2: A2-osio**

5. [Monivalinta 1](#) 6 p.
6. [Monivalinta 2](#) 6 p.

**Osa 3: B1-osio**

Vastaa joko tehtävään 7 tai 8.

7. [Pinta-ala](#) 12 p.
8. [Pinta-ala](#) 12 p.

**Osa 4: B2-osio**

Vastaa joko tehtävään 9 tai 10.

9. [Pyörähdyskappale](#) 12 p.
10. [Raketin nokkakartio](#) 12 p.

**Koe yhteensä****72 p.**

## Osa 1: A1-osio

 Vastaa kolmeen tehtävään.

Kopioi toiseen kokeeseen

**1. Integrointia 12 p.**

Määritä.

1.1 3 p.

$$\int (2x^2 - 3x + 4) dx$$

1.2 3 p.

$$\int 2x(x^2 - 3) dx$$

1.3 3 p.

$$\int \frac{4x^4 - 3x^2 + 8x}{2x} dx, \text{ kun } x > 0$$

1.4 3 p.

$$\int_{-1}^2 (3x^2 - 12x + 1) dx$$

Kopioi toiseen kokeeseen

**2. Integraaleja 12 p.**

Laske.

2.1 4 p.

$$\int_1^4 \frac{4}{\sqrt{x}} dx$$

2.2 4 p.

$$\int 2xe^{2x^2} dx$$

2.3 4 p.

$$\int_0^{\pi} \sin 3x \, dx$$

Kopioi toiseen kokeeseen

3. Pinta-ala 12 p.

3.1 6 p.

Määritä funktion  $f$  kuvaajan ja  $x$ -akselin väliin jäävän alueen pinta-ala välillä  $[1, 3]$ , kun  $f(x) = 3x^2 + 2x$ 

3.2 6 p.

Määritä vakion  $a > 0$  arvo, kun

$$\int_a^{a+1} (2ax + 1) \, dx = 7$$

Kopioi toiseen kokeeseen

4. Pinta-ala 12 p.

- a)** Määritä käyrien  $y = 12x^3 - 36x$  ja  $y = -12x^2 + 36x$  leikkauspisteet.
- b)** Näiden käyrien väliin jää kaksi rajoitettua aluetta. Laske niiden pinta-alojen summa.  
[yo pitkä k2013]

4.1 a) 6 p.

4.2 b) 6 p.

---

Saat estetyt laskinohjelmat käyttöön palautettuasi A-osan.

Palauta A-osa

Osa 2: A2-osio

Kopioi toiseen kokeeseen

**5. Monivalinta 1 6 p.**

Valitse jokaisessa kohdassa ainoa oikea vaihtoehto

5.1 2 p.

Funktion  $x^3 - 6x^2 + 3$  integraalifunktiot ovat

- $3x^2 - 2x^3 + 3x + C$
- $\frac{1}{4}x^4 - 2x^3 + 3x^2 + C$
- $3x^2 - 12x + C$
- $\frac{1}{4}x^4 - 2x^3 + 3x + C$
- $\frac{1}{4}x^4 - 2x^3 + \frac{3}{2}x^2 + C$

5.2 2 p.

Funktion  $-6 \sin 3x$  integraalifunktiot ovat

- $2 \cos 3x + C$
- $-6 \cos 3x + C$
- $-18 \cos 3x + C$
- $-2 \cos 3x + C$
- $6 \cos 3x + C$
- $18 \cos 3x + C$

## 5.3 2 p.

Funktion  $\frac{x^3}{x^4 + 2}$  integraalifunktiot ovat

- $\ln(x^4 + 2) + C$
- $\frac{1}{4}\ln(x^4 + 2) + C$
- $\frac{x^4}{(x^4 + 2)^2} + C$
- $x^3 \ln(x^4 + 2) + C$
- $\frac{6x^2 - x^6}{(x^4 + 2)^2} + C$
- $\frac{1}{4}\ln(x^3) + C$

Kopioi toiseen kokeeseen

## 6. Monivalinta 2 6 p.

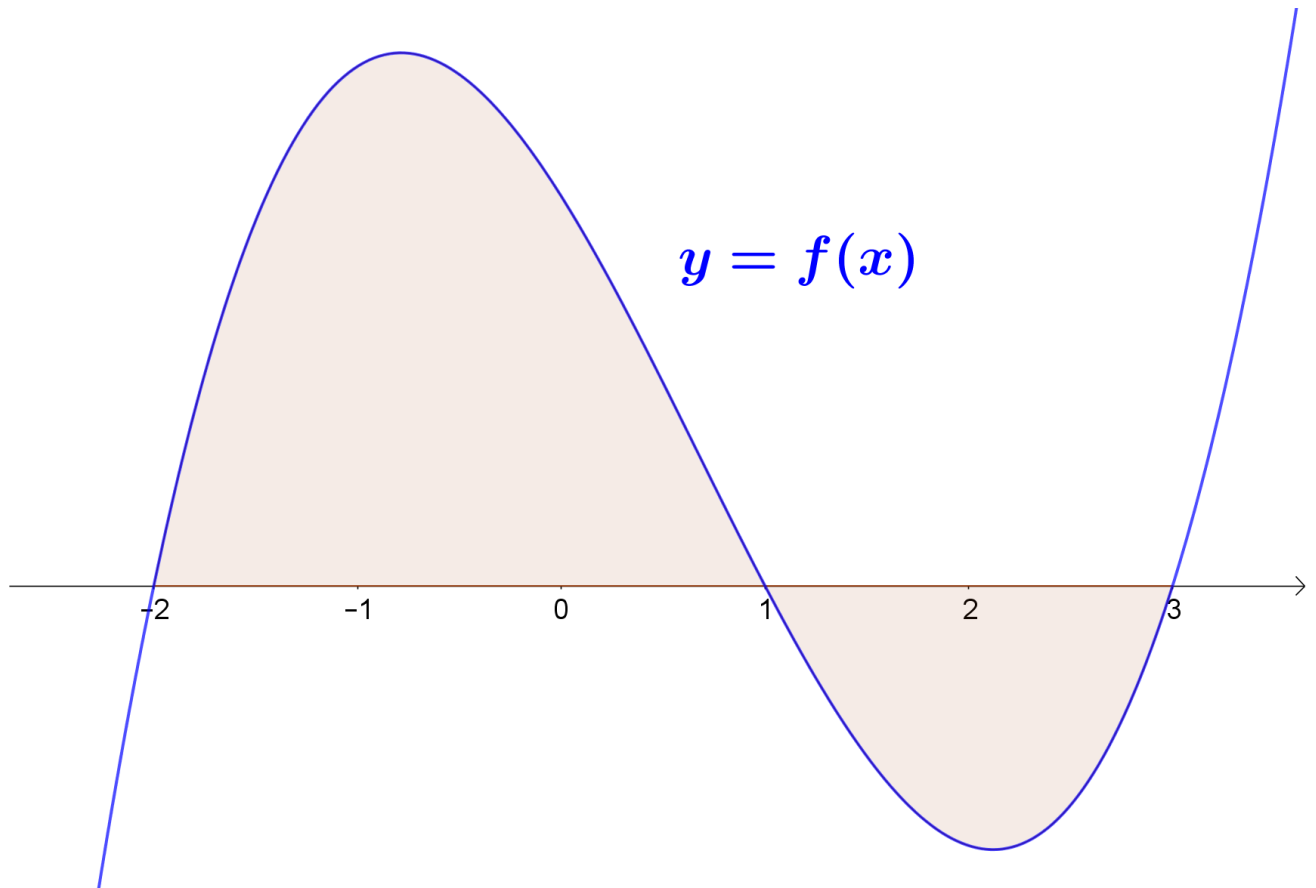
Valitse jokaisessa kohdassa ainoa oikea vaihtoehto

## 6.1 2 p.

Kun väli  $[0, 3]$  jaetaan kolmeen osaväliin, on funktion  $f(x) = 2x + 1$  alasumma

- 3
- 15
- 12
- 6
- 9

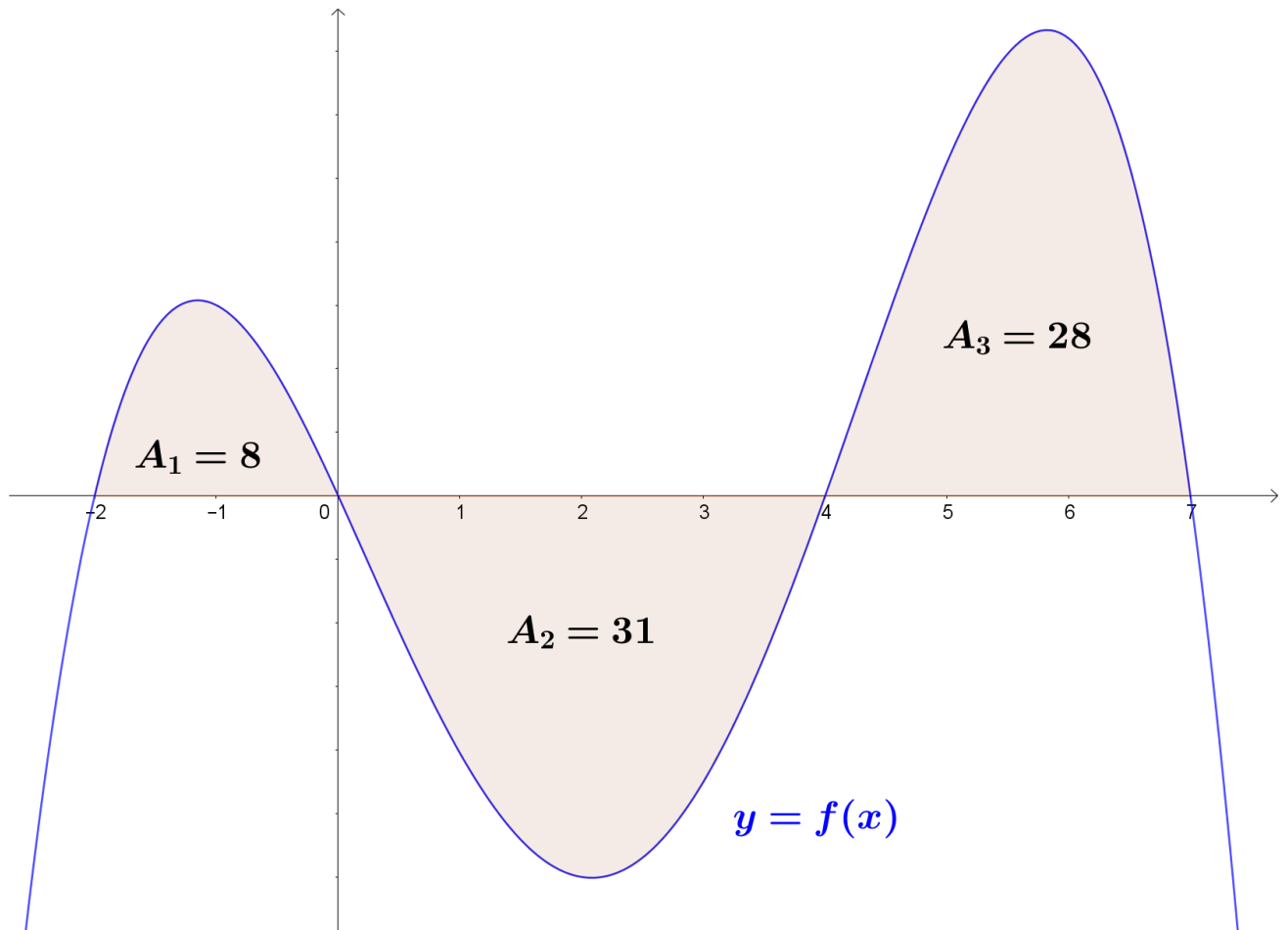
## 6.2 2 p.



Varjostetun alueen pinta-alan antaa lauseke

- $\int_{-2}^3 f(x) \, dx$
- $-\int_{-2}^1 f(x) \, dx + \int_1^3 f(x) \, dx$
- $\int_{-2}^1 f(x) \, dx + \int_1^3 f(x) \, dx$
- $-\int_{-2}^1 f(x) \, dx - \int_1^3 f(x) \, dx$
- $\int_{-2}^1 f(x) \, dx - \int_1^3 f(x) \, dx$
- $-\int_{-2}^3 f(x) \, dx$

6.3 2 p.



Mikä lasku tuottaa suurimman tuloksen kuvan funktion tapauksessa?

- $\int_{-2}^4 -f(x) dx$
- $\int_0^7 f(x) dx$
- $\int_{-2}^7 -f(x) dx$
- $\int_0^7 -f(x) dx$
- $\int_{-2}^7 f(x) dx$
- $\int_{-2}^4 f(x) dx$

Saat estetyt laskinohjelmat käyttöön palautettuasi A-osan.

Palauta A-osa

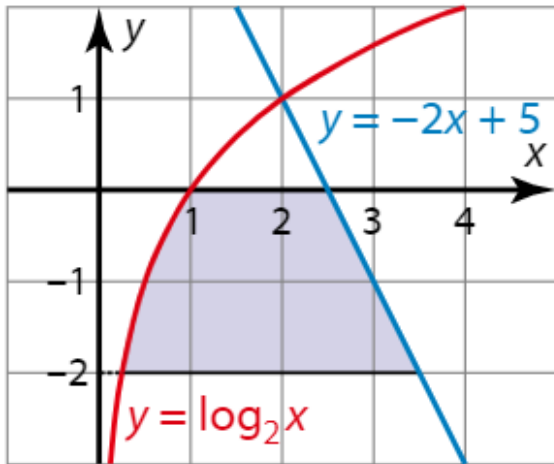
Osa 3: B1-osio

**i** Vastaa joko tehtävään 7 tai 8.

Kopioi toiseen kokeeseen

**7. Pinta-ala 12 p.**

Laske väritetyn alueen pinta-ala.





Kopioi toiseen kokeeseen

### 8. Pinta-ala 12 p.

Määritä laskemalla käyrien  $y = e^{2x} - 2$  ja  $y = e^x$  sekä  $y$ -akselin rajoittaman alueen pinta-ala. Anna vastauksena tarkka arvo ja kolmidesimaalinen likiarvo.

Osa 4: B2-osio

 Vastaa joko tehtävään 9 tai 10.

Kopioi toiseen kokeeseen

### 9. Pyörähdyskappale 12 p.

Funktion  $f(x) = x + 1$ , missä  $1 \leq x \leq 4$ , kuvaaja voidaan pyöräyttää  $x$ -akselin tai  $y$ -akselin ympäri. Laske kummankin syntyvän pyörähdyskappaleen tilavuuden tarkka arvo. Selvitä, montako prosenttia tilavuudeltaan pienemmän kappaleen tilavuus on suuremman kappaleen tilavuudesta.



Kopioi toiseen kokeeseen

### 10. Raketin nokkakartio 12 p.

Erään raketin kärki, eli niin sanottu nokkakartio, saadaan, kun alaspäin aukeava paraabeli pyörähtää symmetria-akselinsa ympäri. Kärjen korkeus on 4,5 metriä, ja sen halkaisija pohjan tasolla on 3,3 metriä. Määritä kärjen tilavuus.

*Kokeen tehtävät loppuvat tähän.*