

## Maa 7 (4.4.2023)

## Näytä oikeat vastaukset

A-osa: Tee kaikki neljä (4) tehtävää  
B1-osa: Tee tehtävistä 5-7 kaksi (2) tehtävää  
B2-osa: Tee tehtävistä 8-9 yksi (1) tehtävä  
C-osa: Tee tehtävä 10

## Sisällys

**Osa 1: A-osa**

Vastaa neljään tehtävään.

- |                        |       |
|------------------------|-------|
| 1. Integraalifunktio   | 6 p.  |
| 2. Integrointifunktiot | 12 p. |
| 3. Määrätty integraali | 12 p. |
| 4. Integraali          | 12 p. |

**Osa 2: B1-osa**

Vastaa kahteen tehtävään.

- |                |       |
|----------------|-------|
| 5. Integraalit | 12 p. |
| 6. Tilavuus    | 12 p. |
| 7. Kirves      | 12 p. |

**Osa 3: B2-osa**

Vastaa joko tehtävään 8 tai 9.


- |                        |       |
|------------------------|-------|
| 8. Pinta-ala           | 12 p. |
| 9. Paloittain määrätty | 12 p. |

**Osa 4: C-osa**

- |             |       |
|-------------|-------|
| 10. Palaute | 12 p. |
|-------------|-------|

**Koe yhteensä****90 p.**

## Osa 1: A-osa

 Vastaa neljään tehtävään.

Tee kaikki kolme tehtävää (á12p)

Kopioi toiseen kokeeseen

**1. Integraalifunktio 6 p.**

Funktio  $f(x) = 3x^2 - 2x + 5$

1.1 Määritä funktiolle  $f(x)$  kaikki integraalifunktiot 3 p.

1.2 Määritä funktiolle  $f(x)$  se integraalifunktio, joka kulkee pisteen  $(0,4)$  kautta 3 p.

Kopioi toiseen kokeeseen

## 2. Integroi funktiot 12 p.

2.1  $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$  3 p.

2.2  $g(x) = 2e^{4x}$  3 p.

2.3  $h(x) = \cos(2x) + 2$  3 p.

2.4  $k(x) = \cos x \cdot \sin^2 x$  3 p.

Kopioi toiseen kokeeseen

## 3. Määrätty integraali 12 p.

Millä  $a$  :n arvoilla on  $\int_0^a \frac{dx}{2x+a} = \ln a$ ?

Kopioi toiseen kokeeseen


#### 4. Integraali 12 p.

Määritä se funktion  $f(x) = \frac{6}{(2x-1)^7}$  integraalifunktio, joka kulkee pisteen  $(0, \frac{3}{2})$  kautta.

Saat estetyt laskinohjelmat käyttöön palautettuasi A-osan.

Palauta A-osa

Osa 2: B1-osa

 Vastaa kahteen tehtävään.

Vastaa kahteen (2) tehtävään

Kopioi toiseen kokeeseen

#### 5. Integraalit 12 p.

a) Osoita, että funktio  $f(x) = x^4 e^{5x}$  on funktion  $g(x) = (5x^4 + 4x^3) e^{5x}$  integraalifunktio (6p).

b) Määritä funktion  $f(x) = 2x - 5$  se integraalifunktio, jonka kuvaaja sivuaa suoraa  $y = -x + 3$ . (6p)

Kopioi toiseen kokeeseen

#### 6. Tilavuus 12 p.

Funktio  $f(x) = x^2 - 4$  ja x-akseli rajoittavat alueen. Laske tilavuus kun käyrä pyörähtää

a) x-akselin ympäri (4p)

b) y-akselin ympäri (8p)

Kopioi toiseen kokeeseen

### 7. Kirves 12 p.

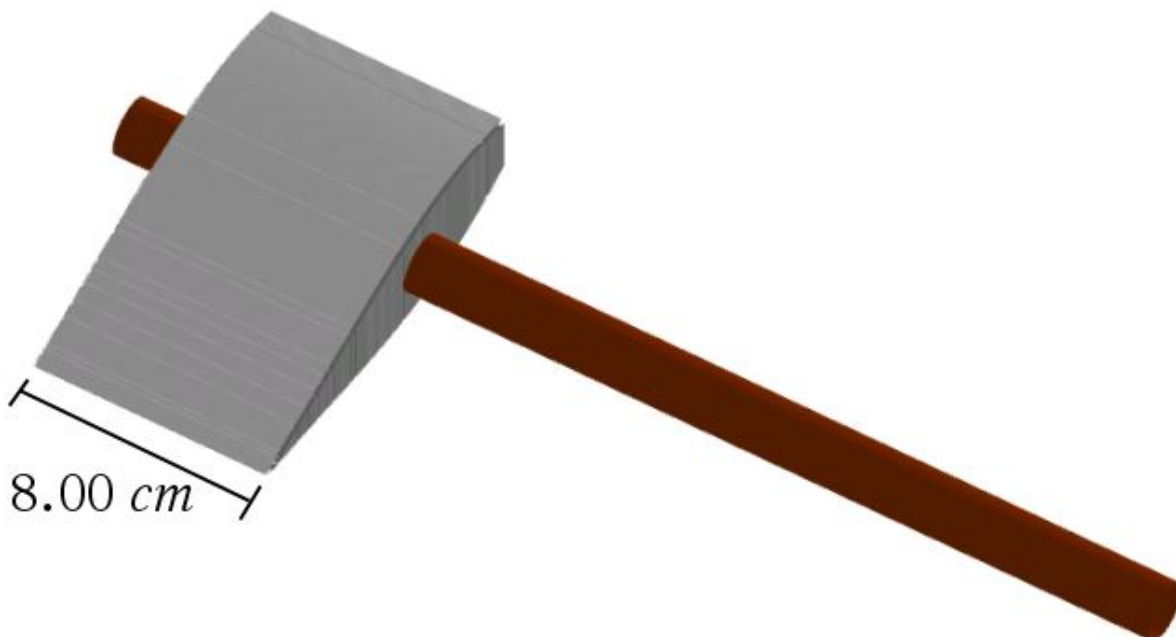
Jos retkikirveen terän muotoa tutkitaan  $xy$ -koordinaatistossa, niin huomataan, että sen toinen pinta noudattaa välillä  $[-7, 7]$  funktiota

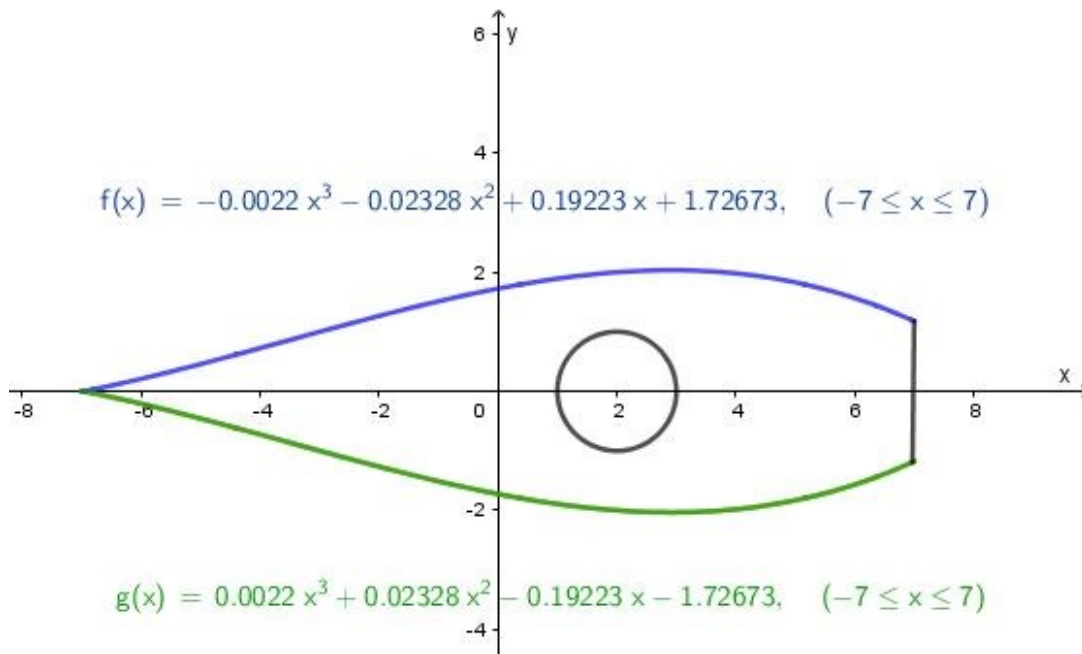
$$f(x) = -0.0022x^3 - 0.02328x^2 + 0.19223x + 1.72673$$

ja toinen pinta noudattaa symmetrisesti samalla välillä funktiota

$$g(x) = 0.0022x^3 + 0.02328x^2 - 0.19223x - 1.72673.$$

Koordinaatiston yksikkö vastaa yhtä senttimetriä.





Terän leveys on joka kohdassa **8,00 cm**. Terässä on tiettyyn kohtaan tehty reikä vartta varten. Reikä on suoran ympyrälieriön muotoinen ja sen säde on **1,00 cm**.

Tutki aineistosta löytyvää [B19\\_retkikirves.ggb](#)\_GeoGebrasovellusta, jossa terän muotoa on havainnollistettu.

Mikä on terän massa, kun se on tehty teräksestä, jonka tiheys on

$$7850 \frac{\text{g}}{\text{dm}^3}?$$

### Osa 3: B2-osa

**i** Vastaa joko tehtävään 8 tai 9.

Vastaa yhteen (1) tehtävään

Kopioi toiseen kokeeseen

#### 8. Pinta-ala 12 p.

Kaksi  $y$ -akselin suuntaista suoraa, joiden välinen etäisyys on **3**, rajaavat yhdessä paraabelien  $y = x^2 + 4x - 2$  ja  $y = 2x^2 + 9x + 6$  kanssa tasoalueen. Määritä suorien yhtälöt siten, että pinta-ala on pienin mahdollinen. Laske myös kyseisen pinta-alan suuruus.

Kopioi toiseen kokeeseen

**9. Paloittain määrätty 12 p.**

Olkoon  $a > 1$  ja

$$f(x) = \begin{cases} 2a^6x + 2a, & 0 \leq x \leq \frac{1}{a} \\ -\frac{4}{x^5}, & \frac{1}{a} \leq x \leq 1 \end{cases}$$

Osoita, että

$$\int_0^1 f(x) dx = 3 \text{ kaikilla } a \in \mathbb{R}, a > 1$$

(Huom. Osoitustehtävissä pelkkä laskimen antama tulos ei ole riittävä)

**Osa 4: C-osa**

Vastaa tehtävään 9

Kopioi toiseen kokeeseen

**10. Palaute 12 p.**

Anna itsellesi kurssiarvosana pienen perustelun kanssa.

*Kokeen tehtävät loppuvat tähän.*