## Pitkän matematiikan kirjoitukset tiistaina 20.3.2024

**Kirjoituksiin valmistautuessasi laske mahdollisimman paljon tehtäviä kurssikirjojen 1-9 lopussa olevia kertaustehtäviä ja syventävien kurssien 10-12 tehtäviä. Kertaa samalla asiaan liittyvää teoriaa.**

**Lue kertauskirjan ”Moduulin MAA kertaus ja aloitus” ja laske vielä kurssilla väliin jääneitä tehtäviä.**

\* laske joka päivä edes vähän, tee etukäteen itsellesi aikataulu

\* Käy myös prelin ratkaisut huolella läpi kun saat sen takaisin

**Jos sinulla tulee lukuloman aikana mieleen kysymyksiä tai kohtaat ongelmia joidenkin tehtävien kanssa, voit tulla kysymään neuvoa koska tahansa koululta tai laittaa sähköpostia Wilman kautta**

**Pitkän matematiikan tentti**

Tutki seuraavia tehtäviä niin, että sinulla on valmius selittää/ratkaista tehtävät tentissä. Tentissä pyritään, että jokainen esittäisi vähintään kolmen tehtävän ratkaisun arpomalla valituista tehtävistä.

Tentissä käydään tarvittaessa läpi myös prelin tehtäviä.

\* **HUOM!** Tenttitehtävät ovat vain pintaraapaisu yo-kokeeseen. Kirjoituksia varten sinun pitää laskea paljon erilaisia tehtäviä. **VAIN LASKEMALLA OPIT.**

Nämä tehtävät ovat pääasiassa A-osan tehtäviä, syventäviä tehtäviä sinun tulee harjoitella kurssikirjojen ja kertauskirjan avulla.

**Tehtävät:**

|  |
| --- |
| **MAY**   * Lukujoukot * Ensimmäisen asteen yhtälöitä * Potenssien laskusäännöt * Juuret * Funktiot * Prosentit |

1. Laske luvun  vastaluvun ja käänteisluvun summa

2. Raaka-aineen osuus tuotteen hinnasta on 30 %. Kuinka monta prosenttia tuotteen hintaa on korotettava, kun raaka-aine kallistuu 20 %?

3. Sievennä

4. Määritä sievennetyssä muodossa polynomifunktion arvo, kun 

|  |
| --- |
| **MAA 2 Funktiot ja yhtälöt**   * Polynomit ja polynomiyhtälöiden laskusäännöt * Polynomien sievennykset ja tekijöihin jaot * Korkeamman asteen yhtälöt ja epäyhtälöt * Rationaalifunktiot * Juurifunktioiden laskusäännöt |

5. Sievennä lauseke

6. Ratkaise a) b) 

7. Onko ?

8. Ratkaise 

9. Sievennä 

10. Jaa polynomi tekijöihin, kun tiedetään, että sillä on nollakohdat  ja -1

11. Onko trinomilla  tekijä ?

12. Olkoon . Ilmoita funktion *f* määrittely- ja arvojoukko.

13. Ratkaise 

14. Laske 

15. Ratkaise

16. Määritä kaikki ne vakion *a* arvot, joilla epäyhtälö toteutuu kaikilla muuttujan *x* arvoilla

|  |
| --- |
| **MAA 3 Geometria**   * Kuvioiden yhdenmuotoisuus * Tasogeometria * Avaruusgeometria |

17. Mikä on yhdenmuotoisten a) kuvioiden alojen suhde b) kappaleiden tilavuuksien suhde, kun mittakaava on 1:3?

18. Neliön sisälle piirretään mahdollisimman suuri ympyrä. Kuinka monta prosenttia ympyrän ala on neliön alasta?

19. Laske kuvaan piirretyn korkeusjanan pituus



|  |
| --- |
| **MAA 4 Analyyttinen geometria ja vektorit**   * Suoran, paraabelin ja ympyrän esitysmuodot * Itseisarvot * Vektoriesitys, yhdensuuntaisuus, kohtisuoruus, vektorien välinen kulma. * Pistetulo * Suoran ja tason vektoriesitys ja parametriesitys |

20. Laske 

21. Laske 

22. Ovatko suorat 15*x* – 20*y* + 7 = 0 ja 16*x* + 12*y* – 1 = 0 toisiaan vastaan kohtisuorassa?

23. Millä *a*:n arvoilla yhtälö *x*2 + *y*2 + *x* + 4*y* – *a* = 0 esittää ympyrää?

24. Esitä vektorien  ja  (molemmat ≠ 0) yhdensuuntaisuusehto.

25. Ovatko vektorit  ja  kohtisuorassa toisiaan vastaan?

26. Suora kulkee pisteen A(1, 2) kautta ja sen suuntavektori on edellisen tehtävän vektori . Tee suoralle vektoriyhtälö ja parametriesitys.

|  |
| --- |
| **MAA 5 Funktiot ja yhtälöt 2**   * Yksikköympyrä * Trigonometriset funktiot, muisti kaavat * Eksponentti- ja logaritmifunktiot ja -yhtälöt |

27. Yksikköympyrälle piirretyn säteen loppupiste on pisteessä (-0.866, 0.500). Määritä sen avulla säteen ja positiivisen *x-*akselin välisen kulman cos *x* ja sin *x.* Ratkaise näiden avulla myös tan *x*

28. Tylpälle kulmalle α on . Laske 

29. Ratkaise yhtälö 

30. Mitkä välin [0,2π] kulmat toteuttavat yhtälön 

31. Ratkaise , kun  ja .

32. Ratkaise yhtälön  juuri

33. Ratkaise yhtälöryhmä



34. Erään valtion väkiluku kaksinkertaistuu 30 vuodessa. Kuinka kauan kestää, että väkiluku kasvaa 20 %.

35. Sievennä 

36. Laske 

37. Laske 

|  |
| --- |
| **MAA 6 Derivaatta**   * Raja-arvo ja jatkuvuus * Derivaatan laskusäännöt * Yhdistetty funktio * Rationaalifunktiot, Juurifunktiot, Trigonometriset funktiot, Eksponentti- ja logaritmifunktiot * Neperin luku |

38. Olkoon , kun x ≠ 1 ja *f* (1) = *a*. Määritä vakio *a* siten, että *f* on jatkuva kohdassa *x* = 1.

39. Onko funktio  jatkuva? Entä derivoituva kaikkialla? Piirrä.

40. Mitä derivaatta tarkoittaa? Miten määritetään funktion suurin ja pienin arvo suljetulla välillä?

41. Määritä funktion  ääriarvokohdat.

42. Määritä käyrälle  kohtaan *x = a* piirretyn tangentin yhtälö.

43. Olkoon  ja . Muodosta yhdistetty funktio .

44. Derivoi funktio

45. Laske 

46. Laske 

47. Osoita, että funktio  on aidosti kasvava kaikkialla.

48. Mikä on lausekkeen  pienin arvo?

|  |
| --- |
| **MAA 7 Integraalilaskenta**   * Integraalifunktio ja laskusäännöt * Määrättyintegraali * Pinta-alat ja tilavuudet |

49. Onko funktio  funktion  integraalifunktio?

50. Määritä 

51. Laske 

|  |
| --- |
| **MAA 8 Tilastot ja todennäköisyys**   * Tilastot. Tunnusluvut. Kuvaajat * Tilastojakaumat * Todennäköisyyslaskuja. * Todennäköisyysjakaumat |

52. Mäkihyppääjän tulokset ovat 89m, 90m, 82m, 89m, 86m, 87 ja 92m. Laske hyppyjen keskiarvo, mediaani ja moodi.

53. Laske edellisen tehtävän keskihajonta.

54. Arpanoppaa heitetään kerran. Millä todennäköisyydellä silmäluku on enintään 4? Kahta arpanoppaa heitetään, millä todennäköisyydellä molempien silmäluvut ovat enintään 4?

55. Vasenkätisyyden todennäköisyys on 5 %. Millä todennäköisyydellä viiden hengen ryhmästä ainakin yksi on vasenkätinen?

56. Kuinka monella tavalla seitsemän veljestä voi asettua jonoon? Kuinka monella tavalla heistä voidaan valita kolmen hengen edustusryhmä?

57. Suomalaisista 51 % on naisia. Millä todennäköisyydellä arvalla valitussa 10 hengen ryhmässä on tasan 4 naista?

|  |
| --- |
| **MAA 9 Talousmatematiikka**   * Korot * Lukujonot * Lainat |

58. Ilmoita 15-termisen jonon 100, 80, … viimeinen termi ja summa, kun jono on

a) geometrinen

b) aritmeettinen

c) piirrä a-kohdan pistejoukko GeoGebralla (tai vastaavalla ohjelmalla)

59. Vanhemmat tallettivat Arton 3v synttäripäivänä rahaa tilille. Kuinka paljon vanhemmat tallettivat tilille, jos tilillä on 18v päivänä tasan 2000€. Oletetaan, että pankki maksaa vuotuista korkoa 2,5 prosentin mukaan. Korosta pankki perii ja tilittää valtiolle 30 prosentin lähdeveron.

60. Liisa ottaa asunnon ostoa varten 80 000 €:n lainan. Laina-aika on 15 vuotta ja lainalle sovitaan kiinteä 3,5%:n vuosikorko. Laina on tasaerälaina ja sitä lyhennetään kuukausittain. Tasan kolmen vuoden jälkeen korko laskee 3,2%:in. Mikä on uusi tasaerä, jos laina-aika halutaan pitää samana?

|  |
| --- |
| **LASKIN:**   * Yhtälöratkaisut * Trigonometristen funktioiden rajaaminen * Derivaatta, integraali, sieventäminen   **GeoGebra:**   * Kuvaajan piirtäminen * Geometristen kuvioiden piirtäminen * Tilastolliset kuvaajat (myös LibreOffice) * Funktioiden määrittäminen |

**YO -koe**

* A -osa: kaikki 4 tehtävää (4). Huom K-Calc, SpeedCrunch
* B1 -osa: Tehtävät 5-9 kolme (3) tehtävää
* B2 -osa: Tehtävät 10-13 kolme (3) tehtävää
* **Laskin apuväline**
* **Ei langattomia hiiriä tai vastaavia**
* **Eväistä ja vaatteista tekstit piiloon**