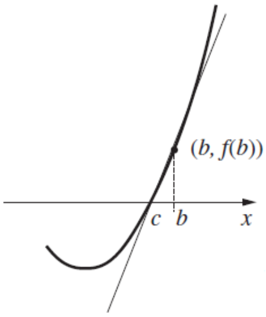
Newtonin menetelmä

Oletetaan, että
- funktio f on derivoituva
- b on nollakohdan likiarvo
- c on pisteeseen $(b, f(b))$ piirretyn tangentin ja x-akselin leikkauskohta.



Suoran yhtälö

$$y - y_0 = k(x - x_0)$$

$$\Downarrow$$

Tangentin yhtälö

$$y - f(b) = f'(b)(x - b)$$

x-akselilla $y = 0$

$$-f(b) = f'(b)(x - b)$$

$$-f(b) = f'(b)x - f'(b)\cdot b$$

Järjestetään x vas. puolelle:

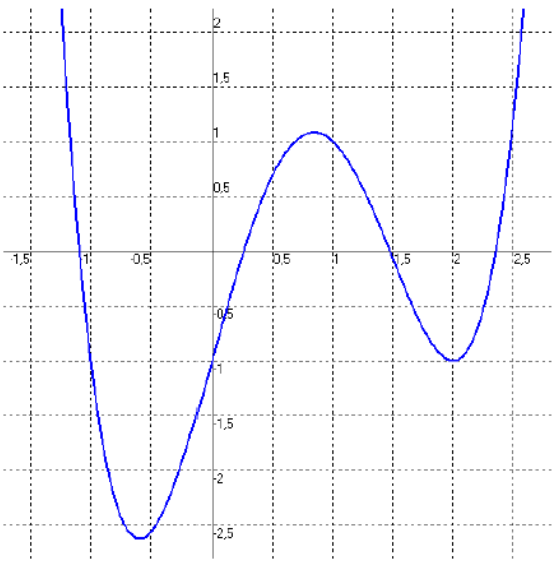
$$-f'(b)x = -f'(b)\cdot b + f(b) \quad \| : -f'(b)$$

$$x = \frac{f'(b)\cdot b}{f'(b)} + \frac{f(b)}{f'(b)}$$

$$x = b + \frac{f(b)}{f'(b)}$$

Kuvassa on funktion $f(x) = x^4 - 3x^3 + 4x - 1$ kuvaaja. Tutki piirtämällä, minkä nollakohdan saa Newtonin menetelmällä, kun alkuarvaus on

a) -1 b) $-0{,}5$ c) $0{,}5$ d) 1.



Tutki yhtälön $x^4 - 3x^3 + 4x - 1 = 0$ ratkaisun kulkua Newtonin menetelmää käyttäen alkuarvauksilla

a) -1 b) $-0{,}5$ c) $0{,}5$ d) 1 e) $2{,}5$.

Funktio $f(x) = x^4 - 3x^3 + 4x - 1$

Newtonin menetelmän lauseke:

$$x - \frac{f(x)}{f'(x)} = x - \frac{x^4 - 3x^3 + 4x - 1}{4x^3 - 9x^2 + 4}$$

Esim.

$f(-1)$:

$$-1 - \frac{(-1)^4 - 3(-1)^3 + 4(-1) - 1}{4(-1)^3 - 9\cdot(-1)^2 + 4}$$

$$= -1 - \frac{1 + 3 - 4 - 1}{-4 - 9 + 4} = -1 - \frac{(-1)}{(-9)}$$

$$= -\frac{10}{9}$$

206. Merkitään $f(x) = x^3 - 5x^2 - 9x - 1$.

Derivoidaan: $f(x) = 3x^2 - 10x - 9$.

Newtonin menetelmän lauseke:

$$x - \frac{f(x)}{f'(x)} = x - \frac{x^3 - 5x^2 - 9x - 1}{3x^2 - 10x - 9}$$

OHJE:
- Tee laskimeen algoritmi
- Anna arvot
- Taulukoi

Alkuarvaus −1:	Alkuarvaus 2:	Alkuarvaus 5:
−1	2	5
−1,5	0,176470588	7,875
−1,333333333	−0,080148013	6,792362105
−1,306513410	−0,118207896	6,457947025
−1,305810772	−0,119191204	6,425304187
−1,305810292	−0,119191870	6,425002188
−1,305810292	−0,119191870	6,425002162
−1,305810292	−0,119191870	6,425002162