Konnektiivit

Suomen kieli, kuten muutkin ihmisten käyttämät kielet, on *luonnollinen kieli*. Logiikassa luonnollinen kieli käännetään *formaalille kielelle* merkitsemällä lauseita kirjaimilla ja lauseiden suhteita ilmaisevia sanoja eli *konnektiiveja* symboleilla. Yksinkertaisista lauseista eli *atomilauseista* voidaan konnektiivien avulla muodostaa *yhdistettyjä lauseita*.

Seuraavassa taulukossa ovat tärkeimmät konnektiivit ja niiden lukutavat.

Merkintä	Nimitys	Lukutapa
$\neg A$	A:n negaatio	ei A
$A \wedge B$	A:n ja B:n konjunktio	A ja B
$A \vee B$	A:n ja B:n disjunktio	A tai B
$A \Rightarrow B$	A:n ja B:n implikaatio	jos A, niin B
$A \Leftrightarrow B$	A:n ja B:n ekvivalenssi	A, jos ja vain jos B

Konnektiivit luetaan tietyssä järjestyksessä, jota voidaan tarvittaessa muuttaa sulkeilla.

Konnektiivien suoritusjärjestys Määritelmä

Loogisten konnektiivien suoritusjärjestys on seuraava:
1) negaatiot $\neg$
2) konjunktiot $\wedge$ ja disjunktiot $\vee$
3) implikaatiot $\Rightarrow$
4) ekvivalenssit $\Leftrightarrow$

1. E1 Olkoon A: ”järvi on tyyni” ja B: ”lähden vesihiihtämään”. Suomenna lause.
a) $A \wedge B$ **b)** $\neg A \wedge \neg B$ **c)** $\neg A \vee B$

a) Yhdistetään ja-sanalla lauseet A ja B.

$A \wedge B$: ”Järvi on tyyni ja lähden vesihiihtämään.”

b) Muodostetaan lauseiden A ja B negaatiot.

$\neg A$: ”järvi ei ole tyyni”
$\neg B$: ”en lähde vesihiihtämään”

Yhdistetään ja-sanalla lauseet $\neg A$ ja $\neg B$.

$\neg A \wedge \neg B$: ”Järvi ei ole tyyni ja en lähde vesihiihtämään” eli toisin sanoen: ”Järvi ei ole tyyni, enkä lähde vesihiihtämään.”

c) Yhdistetään tai-sanalla lauseet $\neg A$ ja B.

$\neg A \vee B$: ”Järvi ei ole tyyni tai lähden vesihiihtämään.”

2. E2 Olkoon A: ”tie on jäässä”, B: ”voit ajaa pyörällä” ja C: ”päässäsi on kypärä”. Suomenna lause.
a) $C \Rightarrow B$ **b)** $A \Rightarrow \neg B$ **c)** $B \Leftrightarrow (\neg A \wedge C)$

a) Muodostetaan implikaatio lauseiden C ja B välille.

$C \Rightarrow B$: ”Jos päässäsi on kypärä, niin voit ajaa pyörällä.”

b) Muodostetaan lauseen B negaatio.

$\neg B$: ”et voi ajaa pyörällä”

Muodostetaan implikaatio lauseiden A ja $\neg B$ välille.

$A \Rightarrow \neg B$: ”Jos tie on jäässä, niin et voi ajaa pyörällä.”

c) $B \Leftrightarrow (\neg A \wedge C)$

c) Muodostetaan lauseen A negaatio.

$\neg A$: ”tie ei ole jäässä”

Yhdistetään ja-sanalla sulkeiden sisällä olevat lauseet $\neg A$ ja C.

$\neg A \wedge C$: ”Tie ei ole jäässä ja päässäsi on kypärä.”

Muodostetaan ekvivalenssi lauseiden B ja $\neg A \wedge C$ välille.

$B \Leftrightarrow (\neg A \wedge C)$: ”Voit ajaa pyörällä, jos ja vain jos tie ei ole jäässä ja päässäsi on kypärä.”

3. Olkoon A: "rannalla tuulee", B: "rannalla voi pelata rantalentistä" ja C: "rannalla voi harjoitella uimahyppyjä". Suomenna lause.

a) $A \wedge (B \vee C)$
b) $C \Rightarrow (\neg A \vee B)$
c) $A \Leftrightarrow (\neg B \wedge \neg C)$

a) Yhdistetään tai-sanalla sulkeiden sisällä olevat lauseet B ja C.

$B \vee C$: "Rannalla voi pelata rantalentistä tai rannalla voi harjoitella uimahyppyjä" eli lyhemmin: "Rannalla voi pelata rantalentistä tai harjoitella uimahyppyjä."

Yhdistetään ja-sanalla lauseet A ja $B \vee C$.

$A \wedge (B \vee C)$: "Rannalla tuulee, ja rannalla voi pelata rantalentistä tai harjoitella uimahyppyjä."

b) Muodostetaan lauseen A negaatio.

$\neg A$: "rannalla ei tuule"

Yhdistetään tai-sanalla sulkeiden sisällä olevat lauseet $\neg A$ ja B.

$\neg A \vee B$: "Rannalla ei tuule tai rannalla voi pelata rantalentistä."

Muodostetaan implikaatio lauseiden C ja $\neg A \vee B$ välille.

$C \Rightarrow (\neg A \vee B)$: "Jos rannalla voi harjoitella uimahyppyjä, niin rannalla ei tuule tai rannalla voi pelata rantalentistä."

c) Muodostetaan lauseiden B ja C negaatiot.

$\neg B$: ”rannalla ei voi pelata rantalentistä”
$\neg C$: ”rannalla ei voi harjoitella uimahyppyjä”

Yhdistetään ja-sanalla sulkeiden sisällä olevat lauseet $\neg B$ ja $\neg C$.

$\neg B \wedge \neg C$: ”Rannalla ei voi pelata rantalentistä ja rannalla ei voi harjoitella uimahyppyjä” eli lyhyemmin ”Rannalla ei voi pelata rantalentistä eikä harjoitella uimahyppyjä”.

Muodostetaan ekvivalenssi lauseiden A ja $\neg B \wedge \neg C$ välille.

$A \Leftrightarrow (\neg B \wedge \neg C)$: ”Rannalla tuulee, jos ja vain jos rannalla ei voi pelata rantalentistä eikä harjoitella uimahyppyjä” eli toisin ”Rannalla tuulee täsmälleen silloin, kun rannalla ei voi pelata rantalentistä eikä harjoitella uimahyppyjä”.

5. E3 Olkoon A: ”sataa vettä” ja B: ”naapuri leikkaa nurmikkoa”. Formalisoi lause.

a) Ei sada vettä ja naapuri leikkaa nurmikkoa.
b) Sataa vettä tai naapuri leikkaa nurmikkoa.
c) Ei pidä paikkaansa, että sataa vettä ja naapuri leikkaa nurmikkoa.

a) ”Ei sada vettä ja naapuri leikkaa nurmikkoa” voidaan formalisoida lauseiden $\neg A$ ja B konjunktiona.

Muodostetaan lause $\neg A$ eli lauseen A negaatio.

$\neg A$: ”ei sada vettä”

Muodostetaan lauseiden $\neg A$ ja B konjunktio.

$\neg A \wedge B$.

b) ”Sataa vettä tai naapuri leikkaa nurmikkoa” voidaan formalisoida lauseiden A ja B disjunktiona.

$A \vee B$

c) ”Ei pidä paikkaansa, että sataa vettä ja naapuri leikkaa nurmikkoa” voidaan formalisoida lauseiden A ja B konjunktion negaationa.

Muodostetaan lauseiden A ja B konjunktio.

$A \wedge B$: ”Sataa vettä ja naapuri leikkaa nurmikkoa.”

Muodostetaan lauseen $A \wedge B$ negaatio.

8. Tavallista noppaa heitetään kahdesti. Olkoon A: ”ensimmäisellä heitolla saadaan parillinen luku” ja B: ”toisella heitolla saadaan parillinen luku”. Formalisoi lause.

a) Molemmilla heitoilla saadaan parillinen luku.

b) Ainakin toisella heitolla saadaan parillinen luku.

c) Molemmilla heitoilla saadaan pariton luku.

d) Toisella heitoista saadaan parillinen luku ja toisella pariton.

a) Lause ”molemmilla heitoilla saadaan parillinen luku” voidaan kirjoittaa muotoon: ”ensimmäisellä heitolla saadaan parillinen luku ja toisella heitolla saadaan parillinen luku”.

Tämä voidaan formalisoida lauseiden A ja B konjunktiona.

$A \wedge B$

b) Lause ”ainakin toisella heitolla saadaan parillinen luku” voidaan kirjoittaa muotoon: ”ensimmäisellä heitolla saadaan parillinen luku tai toisella heitolla saadaan parillinen luku”.

Tämä voidaan formalisoida lauseiden A ja B disjunktiona.

$A \vee B$

c) Lause ”molemmilla heitoilla saadaan pariton luku” voidaan kirjoittaa muotoon ”ensimmäisellä heitolla ei saada parillista lukua ja toisella heitolla ei saada parillista lukua”.

Tämä voidaan formalisoida lauseiden $\neg A$ ja $\neg B$ konjunktiona.

$\neg A \wedge \neg B$

d) Lause ”toisella heitoista saadaan parillinen luku ja toisella pariton” voidaan kirjoittaa muotoon: ”ensimmäisellä heitolla saadaan parillinen luku ja toisella heitolla saadaan pariton luku tai ensimmäisellä heitolla saadaan pariton luku ja toisella heitolla saadaan parillinen luku”.

Tämä voidaan formalisoida lauseiden A ja $\neg B$ konjunktion sekä lauseiden $\neg A$ ja B konjunktion disjunktiona.

$(A \wedge \neg B) \vee (\neg A \wedge B)$

10

a) Yhdistetään tai-sanalla sulkeiden sisällä olevat lauseet A ja B.

$A \vee B$: ”Ajattelen ystävää tai ajattelen hunajaa” eli lyhemmin ”Ajattelen ystävää tai hunajaa.”

Yhdistetään ja-sanalla lauseet $A \vee B$ ja C.

$(A \vee B) \wedge C$: ”Ajattelen ystävää tai hunajaa, ja suupielet venyvät korvia kohti.”

b) Muodostetaan implikaatio lauseesta C lauseeseen $A \vee B$.

$C \Rightarrow (A \vee B)$: ”Jos suupielet venyvät korvia kohti, niin ajattelen ystävää tai hunajaa.”

c) Yhdistetään ja-sanalla lauseet B ja C.

$B \wedge C$: ”Ajattelen hunajaa ja suupielet venyvät korvia kohti.”

Muodostetaan ekvivalenssi lauseiden $\neg A$ ja $B \wedge C$ välille.

$\neg A \Leftrightarrow (B \wedge C)$: ”En ajattele ystävää, jos ja vain jos ajattelen hunajaa ja suupielet venyvät korvia kohti.”

12

a) Luku on epänegatiivinen.

Luku on negatiivinen tai nolla.

b) Luku on korkeintaan 3.

Luku on pienempi tai yhtä suuri kuin 3.

c) Ei pidä paikkaansa, että koulussa on kolme matematiikan opettajaa.

Koulussa on enemmän kuin kolme matematiikan opettajaa tai koulussa on vähemmän kuin kolme matematiikan opettajaa.

d) Kukaan opiskelijoista ei ollut ajoissa.

Ei pidä paikkaansa, että ainakin yksi opiskelija oli ajoissa.

e) $12+3\neq 15$

18

a) Lause ”kukaan kolmesta lukiolaisesta ei tykkää energiajuomista”

voidaan kirjoittaa toisin: ”Matias ei tykkää energiajuomista ja Liisa ei tykkää energiajuomista ja Niina ei tykkää energiajuomasta ”

Lause voidaan nyt formalisoida muodostamalla lauseiden A, B ja C negaatioiden konjunktio.

$\neg A \wedge \neg B \wedge \neg C$

b) Lause ”kaikki kolme lukiolaista eivät tykkää energiajuomista”

voidaan kirjoittaa toisin: ”Matias ei tykkää energiajuomista tai Liisa ei tykkää energiajuomista tai Niina ei tykkää energiajuomasta ” tai

”ei pidä paikkaansa, että kaikki kolme lukiolaista tykkäävät energiajuomista”.

Lause voidaan nyt formalisoida muodostamalla lauseiden A, B ja C negaatioiden disjunktio.

$\neg A \vee \neg B \vee \neg C$

Toinen tapa formalisoida on muodostaa lauseiden A, B ja C konjunktioiden negaatio.

$\neg(A \wedge B \wedge C)$

c) Lause ”ainakin yksi näistä lukiolaisista tykkää energiajuomasta.” voidaan kirjoittaa toisin: ”Matias tykkää energiajuomasta tai Liisa tykkää energiajuomasta tai Niina tykkää energiajuomasta”

Lause voidaan nyt formalisoida muodostamalla lauseiden A, B ja C disjunktio.

$A \vee B \vee C$

d) Lause ” ainakin kaksi näistä lukiolaisista tykkää energiajuomasta” voidaan kirjoittaa toisin:

”Matias tykkää energiajuomasta ja Liisa tykkää energiajuomasta TAI Matias tykkää energiajuomasta ja Niina tykkää energiajuomasta TAI Liisa tykkää energiajuomasta ja Niina tykkää energiajuomasta”

Lause voidaan nyt formalisoida seuraavasti:

$(A \wedge B) \vee (A \wedge C) \vee (B \wedge C)$

19

a) Lause ”$a \geq 2$” tarkoittaa samaa kuin ”a ei ole pienempi kuin 2”.

Lause voidaan formalisoida muodostamalla lauseen A negaatio.

$\neg A$

b) Lause ”$a > 2$” tarkoittaa samaa kuin ”a ei ole pienempi kuin 2 ja a ei ole yhtä suuri kuin 2” tai vaihtoehtoisesti ”ei pidä paikkaansa, että a on pienempi kuin 2 tai yhtä suuri kuin 2”.

Lause voidaan formalisoida muodostamalla lauseiden A ja B negaatioiden konjunktio.

$\neg A \wedge \neg B$

Toinen tapa formalisoida on muodostaa lauseiden A ja B disjunktioiden negaatio.

$\neg(A \vee B)$

c) Lause ”$a = 5$” tarkoittaa samaa kuin ”a ei ole suurempi kuin 5 ja a ei ole pienempi kuin 5” tai vaihtoehtoisesti ”ei pidä paikkaansa, että a on suurempi kuin 5 tai a on pienempi kuin 5”.

Lause voidaan nyt formalisoida muodostamalla lauseiden C ja D negaatioiden konjunktio.

$\neg C \wedge \neg D$

Toinen tapa formalisoida on muodostaa lauseiden C ja D disjunktioiden negaatio.

$\neg(C \vee D)$