

41

a) Muodostetaan lauseen $(A \vee B) \vee \neg A$ totuustaulu

A: "Rauli on lomalla"
 B: "Rauli on ulkomailla"

A	B	$\neg A$	$A \vee B$	$(A \vee B) \vee \neg A$
1	1	0	1	1
1	0	0	1	1
0	1	1	1	1
0	0	1	0	1

$(A \vee B) \vee \neg A$: "Rauli on lomalla tai ulkomailla tai Rauli ei ole lomalla".

V: Lause on tautologia

Koska
 kaikki arvot
 ovat 1: sfs.

41.)

A: "Rauli on lomalla"
 B: "Rauli on ulkomailla"

b) Muodostetaan lauseen $B \Rightarrow (\neg B \vee \neg A)$ totuustaulu

A	B	$\neg A$	$\neg B$	$\neg B \vee \neg A$	$B \Rightarrow (\neg B \vee \neg A)$
1	1	0	0	0	0
1	0	0	1	1	1
0	1	1	0	1	1
0	0	1	1	1	1

$B \Rightarrow (\neg A \vee \neg B)$: "Jos Rauli on ulkomailla, niin Rauli ei ole ulkomailla tai ei ole lomalla."

V: Ei ole tautologia

42

Olkoon A : "huomenna sataa lunta" ja B : "huomenna on pakkasta".

Formalisoidaan lauseet.

- a) "Huomenna sataa lunta tai on pakkasta, tai sitten huomenna ei sada lunta ja ei ole pakkasta."

$$(A \vee B) \vee (\neg A \wedge \neg B)$$

Muodostetaan lauseen $(A \vee B) \vee (\neg A \wedge \neg B)$ totuustaulu.

A	B	$\neg A$	$\neg B$	$A \vee B$	$\neg A \wedge \neg B$	$(A \vee B) \vee (\neg A \wedge \neg B)$
1	1	0	0	1	0	1
1	0	0	1	1	0	1
0	1	1	0	1	0	1
0	0	1	1	0	1	1

- b) "Huomenna ei ole pakkasta, tai jos on pakkasta, niin sataa lunta."

$$\neg B \vee (B \Rightarrow A)$$

Muodostetaan lauseen $\neg B \vee (B \Rightarrow A)$ totuustaulu.

A	B	$\neg B$	$B \Rightarrow A$	$\neg B \vee (B \Rightarrow A)$
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	0	1	1	1

Lause ei ole tautologia, koska se ei ole tosi kaikilla atomilauseiden totuusarvoilla.

- c) "Huomenna sataa lunta ja on pakkasta, tai jos sataa lunta, niin ei ole pakkasta"

$$(A \wedge B) \vee (A \Rightarrow \neg B)$$

Muodostetaan lauseen $(A \wedge B) \vee (A \Rightarrow \neg B)$ totuustaulu.

A	B	$\neg B$	$A \wedge B$	$A \Rightarrow \neg B$	$(A \wedge B) \vee (A \Rightarrow \neg B)$
1	1	0	1	0	1
1	0	1	0	1	1
0	1	0	0	1	1
0	0	1	0	1	1

V: Lause on tautologia.

43

- a) Muodostetaan lauseen $(A \wedge \neg B) \Rightarrow (A \vee B)$ totuustaulu.

A	B	$\neg B$	$A \wedge \neg B$	$A \vee B$	$(A \wedge \neg B) \Rightarrow (A \vee B)$
1	1	0	0	1	1
1	0	1	1	1	1
0	1	0	0	1	1
0	0	1	0	0	1

Lause on tautologia, koska se on tosi kaikilla atomilauseiden totuusarvoilla.

$(A \wedge \neg B) \Rightarrow (A \vee B)$: "Jos ostan arvan ja en saa päävoittoa, niin ostan arvan tai saan päävoiton."

b) Muodostetaan lauseen $(A \vee \neg B) \wedge (\neg A \wedge B)$ totuustaulu.

A	B	$\neg A$	$\neg B$	$A \vee \neg B$	$\neg A \wedge B$	$(A \vee \neg B) \wedge (\neg A \wedge B)$
1	1	0	0	1	0	0
1	0	0	1	1	0	0
0	1	1	0	0	1	0
0	0	1	1	1	0	0

Lause on kontradiktio, koska se on epätosi kaikilla atomilauseiden totuusarvoilla.

44

a) Muodostetaan totuustaulu lauseille $(A \vee B) \vee C$ ja $A \vee (B \vee C)$.

A	B	C	$A \vee B$	$B \vee C$	$(A \vee B) \vee C$	$A \vee (B \vee C)$
1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1	1
1	0	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	1	1
0	1	1	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1	1
0	0	1	0	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0

Koska lauseiden $(A \vee B) \vee C$ ja $A \vee (B \vee C)$ totuusarvot ovat samat kaikilla atomilauseiden A , B ja C totuusarvoilla, lauseet ovat loogisesti ekvivalentit.

(47a)

Yritetään löytää A:n ja B:n avulla
käyttäen \neg , \vee ja \wedge konnektiiveja väite P.
Pitäisi olla loogisesti ekvivalentti eli sama väite.

A	B	$\neg A$	$\neg B$	$\neg A \vee B$	$A \vee \neg B$	P
1	1	0	0	1	1	1
1	0	0	1	0	1	1
0	1	1	0	1	0	0
0	0	1	1	1	1	1

EI KYLLÄ

47. Muodosta lauseista A ja B konnektiivien \neg , \wedge ja \vee avulla jokin yhdistetty lause, joka on loogisesti ekvivalentti lauseen P kanssa, kun lauseen P totuustaulu on

a)

A	B	P
1	1	1
1	0	1
0	1	0
0	0	1

b)

A	B	P
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

