20. Olkoon A: "aurinko paistaa" ja B: "tuulee". Tutki kuvaa ja selvitä, onko lause tosi vai epätosi.

a) $A \wedge B$ b) $A \vee B$
c) $A \wedge \neg B$ d) $\neg A \vee B$

a) $A \wedge B$ Epätosi
Perustelu: Ei tuule

b) $A \vee B$ Tosi
P: Pilvetön, sininen taivas
$\rightarrow$ Aurinko paistaa

c) $A \wedge \neg B$ Tosi
P: a ja b -kohdat

d) $\neg A \vee B$ Ei paista tai tuulee
Epätosi

21. **E1** a) Laadi totuustaulut lauseille $\neg A \wedge \neg B$ ja $\neg(A \vee B)$. Vertaa totuustauluja.
b) Olkoon A: "Mortti on syyllinen" ja B: "Vertti on syyllinen". Suomenna a-kohdan lauseet.

Totuustaulu lauseelle $\neg A \wedge \neg B$.

A	B	$\neg A$	$\neg B$	$\neg A \wedge \neg B$
1	1	0	0	0
1	0	0	1	0
0	1	1	0	0
0	0	1	1	1

Totuustaulu lauseelle $\neg(A \vee B)$.

A	B	$A \vee B$	$\neg(A \vee B)$
1	1	1	0
1	0	1	0
0	1	1	0
0	0	0	1

22. Laadi lauseen totuustaulu. Milloin lause on
E2 tosi?

a) $A \vee (B \wedge C)$

b) $(A \vee B) \vee (A \wedge \neg C)$

a) Laaditaan lauseille totuustaulut.

Totuustaulu lauseelle $A \vee (B \wedge C)$.

A	B	C	$B \wedge C$	$A \vee (B \wedge C)$
~~1~~	~~1~~	~~1~~	1	1
~~1~~	~~1~~	~~0~~	0	1
~~1~~	~~0~~	~~1~~	0	1
~~1~~	~~0~~	~~0~~	0	1
~~0~~	~~1~~	~~1~~	1	1
0	1	0	0	0
0	0	1	0	0
0	0	0	0	0

Lause on tosi, kun A on tosi tai B ja C ovat yhtä aikaa tosia.

22. Laadi lauseen totuustaulu. Milloin lause on
E2 tosi?

a) $A \vee (B \wedge C)$

b) $(A \vee B) \vee (A \wedge \neg C)$

Totuustaulu lauseelle $(A \vee B) \vee (A \wedge \neg C)$.

A	B	C	$\neg C$	$(A \vee B)$	$(A \wedge \neg C)$	$(A \vee B) \vee (A \wedge \neg C)$
1	1	1	0	1	0	1
1	1	0	1	1	1	1
1	0	1	0	1	0	1
1	0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0	1
0	1	0	1	1	0	1
0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0

Lause on tosi, kun A ~~on tosi tai B on tosi.~~

23. **a)** Laadi totuustaulut lauseille $A \vee (B \Rightarrow A)$ ja $(A \vee B) \Rightarrow A$. Vertaa totuustauluja.
E3
b) Olkoon A: "pidän sushista" ja B: "pidän pitsasta". Suomenna a-kohdan lauseet.

a) Laaditaan lauseille totuustaulut.

Totuustaulu lauseelle $A \vee (B \Rightarrow A)$.

A	B	$(B \Rightarrow A)$	$A \vee (B \Rightarrow A)$
1	**1**	1	1
1	**0**	1	1
0	**1**	0	0
0	**0**	1	1

Totuustaulu lauseelle $(A \vee B) \Rightarrow A$.

A	B	$A \vee B$	$(A \vee B) \Rightarrow A$
1	**1**	1	1
1	**0**	1	1
0	**1**	1	0
0	**0**	0	1

Lauseiden totuusarvot ovat samat. Lauseet ovat ekvivalentit.

b) $A \vee (B \Rightarrow A)$: "Pidän sushista, tai jos pidän pitsasta, niin pidän sushista."

$(A \vee B) \Rightarrow A$: "Jos pidän sushista tai pizzasta, niin pidän pizzasta."

25

Viesti $L \wedge (\neg L \Leftrightarrow O)$ oli luotettavalta taholta eli voidaan olettaa, että se on totta.

Tutkitaan lauseen $L \wedge (\neg L \Leftrightarrow O)$ totuutta totuustaulun avulla.

L	O	$\neg L$	$\neg L \Leftrightarrow O$	$L \wedge (\neg L \Leftrightarrow O)$
1	**1**	0	0	0
1	**0**	0	1	1
0	**1**	1	1	0
0	**0**	1	0	0

Lause on tosi vain, kun lause L on tosi ja lause O epätosi eli syyllinen on lehtori Lehikoinen.

Vastaus Syyllinen on lehtori Lehikoinen.

26

Olkoon A: "Jukka on syytön", B: "Paavo on syytön", C: "Mika on syytön".

Formalisoidaan lauseet.

"Jos Jukka on syytön tai Paavo on syyllinen, niin Mika on syyllinen."

$(A \vee \neg B) \Rightarrow \neg C$

"Jos Jukka on syytön, niin Mika on syytön."

$A \Rightarrow C$

"Jukka ja Mika eivät rötöstele yhdessä" eli ainakin toinen heistä on syytön.

$\neg(\neg A \wedge \neg C)$ eli $A \vee C$

A	B	C	$\neg B$	$\neg C$	$A \vee \neg B$	$(A \vee \neg B) \Rightarrow \neg C$	$A \Rightarrow C$	$A \vee C$
1	**1**	**1**	0	0	1	0	1	1
1	**1**	**0**	0	1	1	1	0	1
1	**0**	**1**	1	0	1	0	1	1
1	**0**	**0**	1	1	1	1	0	1
0	**1**	**1**	0	0	0	1	1	1
0	**1**	**0**	0	1	0	1	1	0
0	**0**	**1**	1	0	1	0	1	1
0	**0**	**0**	1	1	1	1	1	0

Lauseet $(A \vee \neg B) \Rightarrow \neg C$, $A \Rightarrow C$ ja $A \vee C$ ovat yhtä aikaa tosia vain, kun lause A on epätosi ja lauseet B ja C ovat tosia. Eli Jukka on syyllinen, Mika ja Paavo ovat syyttömiä.

Vastaus Jukka on syyllinen.

27

Olkoon A: "Aino on ritari" ja B: "Björn on ritari"

Formalisoidaan Ainon väite "molemmat ovat kelmejä" eli "Aino on kelmi ja Björn on kelmi".

$$\neg A \wedge \neg B$$

Tutkitaan lausetta totuustaulun avulla.

A	B	$\neg A$	$\neg B$	$\neg A \wedge \neg B$
1	**1**	0	0	0
1	**0**	0	1	0
0	**1**	1	0	0
0	**0**	1	1	1

Mikäli Aino on ritari, hän puhuu totta. Mikäli Aino on kelmi, hän valehtelee. Hyväksyttäviä rivejä ovat ne, joissa Ainon väitteellä on sama totuusarvo, kuin lauseella A: "Aino on ritari".

Ehdon täyttäviä rivejä on ainoastaan yksi. Tällä rivillä lause A on epätosi ja lause B tosi.

Tällöin Aino on kelmi ja Björn on ritari.

32

a) Laaditaan totuustaulu.

A	B	$A \Rightarrow B$	$B \Rightarrow A$	$(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$	$A \Leftrightarrow B$
1	**1**	1	1	1	1
1	**0**	0	1	0	0
0	**1**	1	0	0	0
0	**0**	1	1	1	1

Havaitaan, että lauseiden $(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$ ja $A \Leftrightarrow B$ totuusarvot ovat samat eli lauseet tarkoittavat loogisessa mielessä samaa (ovat loogisesti ekvivalentit).

b) $(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$: "Jos pidän sushista, niin pidän pitsasta, ja jos pidän pitsasta, niin pidän sushista."

$A \Leftrightarrow B$: "Pidän sushista, jos ja vain jos pidän pitsasta."

40

Formalisoidaan lauseet

a) "Riittävä ehto sille, että monikulmio on nelikulmio on, että monikulmio on neliö."

$B \Rightarrow A$

B on riittävä ehto A:lle, koska jos monikulmio on neliö, se on myös nelikulmio.

b) "Välttämätön ehto sille, että monikulmio on neliö, on että monikulmio on nelikulmio."

$B \Rightarrow A$

A on välttämätön ehto B:lle, koska monikulmio voi olla neliö vain, kun se on nelikulmio.

c) "Välttämätön ja riittävä ehto sille, että monikulmio on nelikulmio on, että monikulmio kulmien summa on 360°."

$A \Leftrightarrow C$

A on riittävä ehto C:lle, koska jos monikulmio on nelikulmio, sen kulmien summa on 360°.

A on välttämätön ehto C:lle, koska monikulmion kulmien summa on 360° vain, kun monikulmio on nelikulmio.

Vastaus a) $B \Rightarrow A$
b) $B \Rightarrow A$
c) $A \Leftrightarrow C$

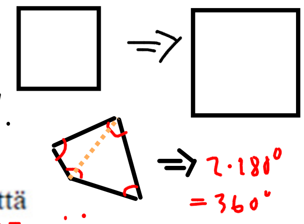
40.

A: "monikulmio on nelikulmio"

B: "monikulmio on neliö"

C: "monikulmio kulmien summa on 360°".

a)
b)



$\Rightarrow 2 \cdot 180° = 360°$

a) "Riittävä ehto sille, että monikulmio on nelikulmio on, että monikulmio on neliö."

Jos monikulmio on neliö, niin monikulmio on nelikulmio.

$B \rightarrow A$

b) "Välttämätön ehto sille, että monikulmio on neliö, on että monikulmio on nelikulmio."

Jos monikulmio on neliö, niin monikulmio on nelikulmio.

$B \rightarrow A$

c) "Välttämätön ja riittävä ehto sille, että monikulmio on nelikulmio on, että monikulmio kulmien summa on 360°."

Jos monikulmio on nelikulmio, niin monikulmion kulmien summa on 360°.

$A \Rightarrow C$