

Koe koostuu 13 tehtävästä, joista vastataan kymmeneen. Tehtävät on jaettu kolmeen osaan. A-osassa on neljä kaikille pakollista tehtävää. A-osan tehtävässä 4 voi valita vastaako joko tehtävään 4.1 tai 4.2, mutta molempiin ei voi vastata. B1-osassa on viisi tehtävää, joista vastataan kolmeen. B2-osassa on neljä tehtävää, joista vastataan kolmeen. Kaikki tehtävät arvostellaan pistein 0–12, joten kokeen maksimipistemäärä on 120.

A-osassa saat käyttää koejärjestelmässä olevaa taulukkokirjaa ja perusohjelmia. A-osa palautetaan tehtävän 4 jälkeen olevalla painikkeella. Tämän jälkeen A-osan vastauksia ei voi enää muokata. A-osan palauttamisen jälkeen kaikki koejärjestelmän ohjelmat ovat käytettävissäsi. Voit vastata B-osien tehtäviin myös ennen A-osan palauttamista.

Useimmissa tehtävissä kaikkien osatehtävien vastaukset kirjoitetaan samaan vastauskenttään. Jaottele vastauksesi osatehtävien mukaisesti. Halutessasi voit tuottaa vastausten tueksi piirroksia, kaavioita tai taulukoita ja liittää niistä kuvakaappauksen mihin tahansa tekstivastaukseen.

Älä jätä mitään merkintöjä sellaisen tehtävän vastaukselle varattuun tilaan, jota et halua jättää arvosteltavaksi.

Sisällys

Osa 1: A-osa

Vastaa neljään tehtävään.

- | | | |
|------------------------------------|----------|-------|
| 1. Perusasioita | | 12 p. |
| 2. Monivalintatehtävä | | 12 p. |
| 3. Suora ja aritmeettinen lukujono | | 12 p. |
| 4. Noppa tai laatikko | Aineisto | 12 p. |

Osa 2: B1-osa

Vastaa kolmeen tehtävään.

- | | | |
|---------------------------------|----------|-------|
| 5. Lääkelasku | | 12 p. |
| 6. Pörssisähköä ja verotusta | Aineisto | 12 p. |
| 7. Pyramidi | | 12 p. |
| 8. Tuulivoimat Suomessa | Aineisto | 12 p. |
| 9. Laulujoutsen (Cygnus cygnus) | Aineisto | 12 p. |

Osa 3: B2

Vastaa kolmeen tehtävään.

- | | | |
|-----------------|----------|-------|
| 10. Asuntolaina | | 12 p. |
| 11. Derivaatta | | 12 p. |
| 12. Ilmakehä | | 12 p. |
| 13. Leija | Aineisto | 12 p. |

Koe yhteensä

120 p.

Osa 1: A-osa

 Vastaa neljään tehtävään.

1. Perusasioita 12 p.

Laske tai ratkaise välivaiheet esittäen. Pelkkä vastaus antaa vain 1 p. / kohta.

1.1 Lausekkeen arvo 3 p.

Laske

$$\frac{7 - 5 \cdot (-3)}{11}$$

1.2 Funktion arvo 3 p.

Olkoon $f(x) = x^2 + 3x$. Laske $f(5)$.

1.3 Ensimmäisen asteen yhtälö 3 p.

Ratkaise yhtälö

$$20x + 2 = 4x + 10.$$

1.4 Toisen asteen yhtälö 3 p.

Ratkaise yhtälö

$$x^2 - 2x - 15 = 0.$$

2. Monivalintatehtävä 12 p.

Valitse oikea vaihtoehto. Vastauksia ei tarvitse perustella. Oikea vastaus 2 p., väärä vastaus 0 p., ei vastausta 0 p.

2.1 Yhtälön $x^2(x + 3) = 0$ ratkaisu on 2 p.

$x = -3$ $x = 0$ ja $x = -3$ $x = 3$ $x = 0$

2.2 Suora $y = 5 - \frac{x}{2}$ leikkaa y-akselin pisteessä 2 p.

(0,5) (0,2) (2,0) (0;0.5)

2.3 Suorakulmaisen kolmion pinta-ala on 20m^2 . Kateettien pituudet voivat olla 2 p.

10 m ja 2 m 4 m ja 5 m 12 m ja 8 m 8 m ja 5 m

2.4 Rekursiivisen lukujonon

$$\begin{cases} a_1 = 4 \\ a_n = \frac{1}{2}a_{n-1} + 1 \end{cases}$$

3. jäsen a_3 on 2 p.

$\frac{2}{5}$ $\frac{5}{2}$ 3 $\frac{3}{2}$

2.5 Geometrisen jonon viides jäsen on 112 ja kuudes jäsen on -224. Jonon yleinen jäsen a_n on 2 p.

$(-2)^{-7n}$ $-2n$ $7 \cdot (-2)^{n-1}$ $(-2)^n$

2.6 Salmiakkin kilohinta nousee 8 % ja samalla sitä ruvetaan myymään massaltaan 12 % suuremmassa pussissa. Salmiakkipussin hinta 2 p.

laskee 4 % nousee 21 % nousee 4 % laskee 21 %

3. Suora ja aritmeettinen lukujono 12 p.

3.1 Suoran yhtälö 6 p.

Suora l kulkee pisteiden $A = (2, -3)$ ja $B = (4,1)$ kautta. Muodosta suoran l kulmakerroin ja yhtälö.

3.2 Aritmeettinen lukujono 6 p.

Aritmeettisen lukujonon kaksi ensimmäistä jäsentä ovat $a_1 = 10$ ja $a_2 = 18$. Laske lukujonon 500. jäsen ja 500 ensimmäisen jäsenen summa.

4. Noppa tai laatikko 12 p.

Vastaa joko tehtävään 4.1 tai 4.2.

Tehtävä 4.1

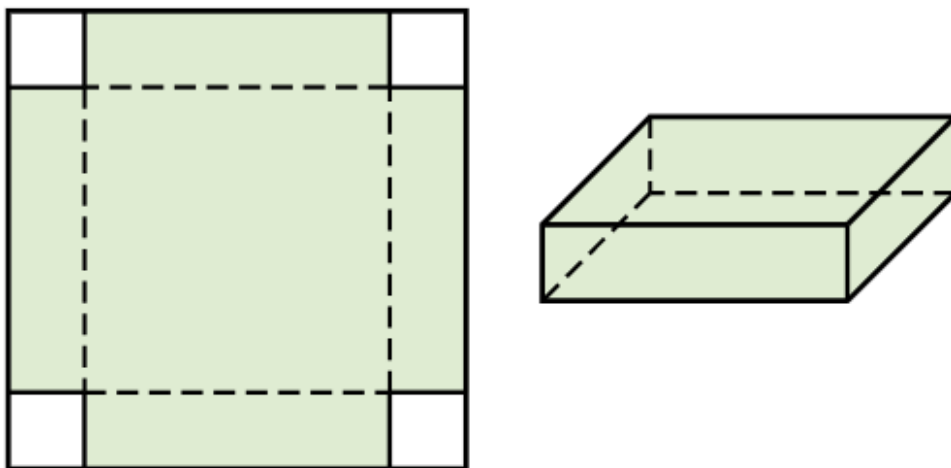
Tavallista arpakuutiota heitetään kaksi kertaa.

- a) Millä todennäköisyydellä silmälukujen summa on suurempi kuin viisi? (3 p.)
- b) Millä todennäköisyydellä silmälukujen tulo on kolmella jaollinen? (3 p.)
- c) Millä todennäköisyydellä saadaan ainakin kerran vähintään 4? (3 p.)
- d) Millä todennäköisyydellä 1.heitolla saadaan vähintään 3 ja toisella enintään 4? (3 p.)

TAI

Tehtävä 4.2

Neliön muotoisen pahvin nurkista leikataan pois samankokoiset neliöt ja pahvi taitellaan kannettomaksi suorakulmaisen särmiön muotoiseksi laatikoksi. Alkuperäisen pahvineliön sivun pituus on 6 dm.



- a) Olkoon poisleikattavan neliön sivun pituus x dm. Osoita, että laatikon tilavuus on $f(x) = 4x^3 - 24x^2 + 36x$. (5 p.)
- b) Mistä tiedetään, että $0 \leq x \leq 3$? (4 p.)
- c) Millä x :n arvolla saavutetaan suurin laatikon tilavuus ja paljonko tämä suurin tilavuus on? (3 p.)

Aineisto

4.A Funktion f kuvaaja

Saat estetyt laskinohjelmat käyttöön palautettuasi A-osan.

Palauta A-osa

Osa 2: B1-osa

 Vastaa kolmeen tehtävään.

5. Lääkelasku 12 p.

Funktio

$$f(x) = 500 \cdot 0,5^{\frac{x}{3}}$$

ilmaisee asetyylisalisyylihapon määrän milligrammoina elimistössä, kun lääketabletin ottamisesta on kulunut x tuntia.

a) Kuinka paljon lääkettä on elimistössä 6 tunnin kuluttua lääkkeen ottamisesta? (2 p.)

b) Kuinka paljon lääketabletissa on asetyylisalisyylihappoa? (2 p.)

c) Kuinka pitkän ajan kuluttua lääkkeen ottamisesta asetyylisalisyylihappoa oli jäljellä elimistössä 300 milligrammaa? Anna vastaus minuutin tarkkuudella. (2 p.)

d) Mikä on lääkkeen puoliintumisaika eli missä ajassa asetyylisalisyylihapon määrä puoliintuu? (3 p.)

e) Ibuprofeenin puoliintumisaika on 2 tuntia. Tabletissa on 400 milligrammaa ibuprofeenia. Määritä funktio, joka ilmaisee ibuprofeenin määrän milligrammoina elimistössä, kun lääketabletin ottamisesta on kulunut x tuntia. (3 p.)

6. Pörssisähköä ja verotusta 12 p.

6.1 8 p.

Pörssisähkösopimuksen energiahinta tunneittain määräytyy NordPool sähköpörssin Suomen hinta-alueen Spot-hinnan eli tuntihinnan perusteella. Tähän Spot-hintaan lisätään ensin välityspalkkio 0,3 c/kWh ja sitten arvonlisävero 24 %, jolloin saadaan tunnin kokonaishinta. Asiakkaan energiamaksu muodostuu siten, että kunkin tunnin aikana käytetty energiamäärä kerrotaan kyseisen tunnin kokonaishinnalla.

Oheisessa liitetiedostossa on taulukoituna kotitalouden yhden vuorokauden (5.11.2021) sähkönkulutus ja Spot-hinta tunneittain. Laske kotitalouden kyseisen vuorokauden energiamaksu.

Aineisto

6.1.A Kulutus

6.2 4 p.

Hallitus on päättänyt laskea sähkön energiamaksun arvonlisäveron määräaikaisesti 24 prosentista 10 prosenttiin. Kuinka monta prosenttia kuluttajan energialaskun suuruus pienenee?

7. Pyramidi 12 p.

Tässä tehtävässä vastaukset voi antaa joko tarkkoina arvoina tai likiarvoina kahden desimaalin tarkkuudella. Tehtävän voi ratkaista joko laskemalla tai geometriaohjelmistolla piirtämällä ja mittaamalla.

Suoran pyramidin korkeus on 4 ja neliönmuotoisen pohjan lävistäjän pituus 5.

- Mikä on pyramidin sivusärmän ja pohjan lävistäjän välinen kulma? (3 p.)
- Mikä on pyramidin pohjaneliön sivun pituus? (3 p.)
- Mikä on pyramidin tilavuus? (3 p.)
- Mikä on pyramidin sivutahkon pinta-ala? (3 p.)

8. Tuulivoimalat Suomessa 12 p.

Oheisessa taulukossa on vuosina 1991 - 2022 Suomessa valmistuneet tuulipuistot ja -voimalat.

Lähde: Suomen tuulivoimayhdistys ry, <https://tuulivoimayhdistys.fi/kategoria/tilastot-2>

- Laadi pistekaavio, josta ilmenee vuodesta 2001 alkaen vuosittain valmistuneiden voimaloiden lukumäärän kehitys. Kuinka monta voimalaa vuosittain valmistui keskimäärin ja kuinka suuri oli keskihajonta. (6p.)
- Luokittele vuodesta 2001 vuoteen 2022 valmistuneiden tuulipuistojen tehot kuuteen eri tasaväliseen luokkaan ja muodosta luokitellun aineiston frekvenssitaulukko sekä pistekaavio. (6p.)

Aineisto

- [Tuulivoimalat Suomessa \(xlsx\)](#)
- [Tuulivoimalat Suomessa \(ods\)](#)

9. Laulujoutsen (Cygnus cygnus) 12 p.

Suomessa oli 1930-luvulla enää 20 pesivää laulujoutsenparia niiden metsästyksen ja pesänryöstöjen takia. Rauhoituksen ansiosta kanta elpyi nopeasti ja 1970-luvulla oli jo 200 pesivää paria. Valistuksen ja luonnonsuojelun ansiosta kanta kasvoi ja oli 2000-luvulla jo 4500 paria ja edelleen 2010-luvulla jo 11000 pesivää paria.

- Kuinka monta prosenttia laulujoutsenten lukumäärä on kasvanut keskimäärin vuodessa, jos kasvuprosentti on koko ajan pysynyt samana kullakin aikavälillä
I) 1930 - 1980, II) 1980 - 2010 ja edelleen III) 2010 - 2020. (6 p.)

b) Vanhin Suomessa rengastettu laulujoutsen on ollut 16 vuotta 8 kuukautta ja 12 päivää vanha. Euroopan vanhin oli 26 vuotta 6 kuukautta vanha Tanskassa rengastettu joutsen.

Kuinka moninkertainen Tanskassa rengastetun joutsenen ikä oli verrattuna Suomessa rengastettuun? (4 p.)

c) Laulujoutsen munii maassa olevaan pesään 4-7 kermanvalkeaa munaa. Silti näet joutsenperheessä vain kaksi poikasta ja emot. Millä todennäköisyydellä 5 kuoriutuneesta poikasesta selviytyy vain 2, jos poikasen selviytymistodennäköisyys on 35%. (2 p.)

Aineisto

9.A Laulujoutsen

Osa 3: B2

 Vastaa kolmeen tehtävään.

10. Asuntolaina 12 p.

Vilhelmiina ja Lauri ottivat 150 000 euron asuntolainan 18.11.2021. Laina-aika on 25 vuotta ja lainaa lyhennetään tasaerin kuukausittain. Lainan vuosikorko on muuttuva viitekorko Euribor 12 kk + kiinteä asiakaskohtainen marginaali 0,984 %. Lainan viitekoron arvo tarkistetaan kerran vuodessa, jolloin vuosikorko muuttuu ja maksuerä voi nousta tai laskea tai laina-aika voi pidentyä tai lyhentyä. Lainan vuosikorko muuttuu ensimmäisen kerran 18.11.2022. Päivämäärällä 18.11.2021 Euribor 12 kk oli -0,488 % ja 18.11.2022 2,837 %.

Asuntolainan viitekorko on aina vähintään 0, vaikka Euribor olisi negatiivinen.

a) Kuinka suuri takaisinmaksuerä oli ensimmäisen 12 kk aikana? (4 p.)

b) Kuinka paljon lainaa oli jäljellä 12 kuukauden kuluttua juuri lyhennyksen jälkeen? (2 p.)

c) 18.11.2022 lasketaan uusi takaisinmaksuerä perustuen jäljellä olevaan lainapääomaan ja uuteen vuosikorkoon. Mikäli laina-aika pidetään ennallaan, kuinka suuri takaisinmaksuerä on 18.11.2022 alkaen? (3 p.)

d) Mikäli takaisinmaksuerä pidetään ennallaan 18.11.2022, kuinka pitkä on jäljellä oleva laina-aika vuosina? (3 p.)

11. Derivaatta 12 p.

Tutkitaan funktiota

$$f(x) = (x - 3)^2.$$

11.1 Derivaatta graafisesti 4 p.

Määritä funktion f kuvaajan avulla $f'(5)$ ja funktion $f(x)$ derivaatan nollakohta.

11.2 Korjaa väärä derivointi 6 p.

Laura ja Lassi derivoivat funktion $f(x)$ seuraavasti:

Laura sievensi ensin ja derivoi sitten

$$D(x-3)^2 = D(x^2-9) = 2x.$$

Lassi taas pyöritteli päässään vastauksen suoraan

$$D(x-3)^2 = 2x-6.$$

Toisen heistä vastaus on väärin. Kumman? Perustele. Korjaa väärä vastaus esittäen kaikki välivaiheet.

11.3 Derivaatta laskemalla 2 p.

Määritä laskemalla derivaatan lauseketta käyttäen $f'(5)$ ja funktion $f(x)$ derivaatan nollakohta.

12. Ilmakehä 12 p.

Käytä apunasi taulukkokirjaa.

a) Määritä Maan ilmakehän massa, kun jokaista maanpinnan neliösenttimetriä kohden on noin 1,01 kg ilmaa. (4 p.)

b) Piirrä ilmakehän lämpötilan muutoskäyrä korkeuden x ($0 \text{ km} \leq x \leq 50 \text{ km}$) funktiona. Sovita taulukkokirjan aineistoon 3.asteen polynomifunktio. Arvioi tämän funktion perusteella ilmakehän lämpötila 6,0 km korkeudessa. (4 p.)

c) Piirrä ilmakehän ilmanpaineen muutoskäyrä korkeuden x ($0 \text{ km} \leq x \leq 50 \text{ km}$) funktiona sovittamalla taulukkokirjan aineistoon eksponenttifunktio ja määritä sen kantaluku a . Mitä a käytännössä tässä tapauksessa tarkoittaa? (4 p.)

13. Leija 12 p.

Ohessa on deltoidi eli leija. Leijan kehikon tukiosat AC ja BD ovat kohtisuorassa toisiaan vasten. Lisäksi tämän sateenkaarileijän kulmat A ja C ovat suorita kulmia.

a) Määritä leijan piiri senttimetrien tarkkuudella, jos koordinaatiston pituusyksikkönä on senttimetri. (3 p.)

b) Määritä leijan pinta-ala kolmella merkitsevällä numerolla. Ilmoita tulos neliödesimetreinä. (3 p.)

c) Piirrä sateenkaarileijän mallikuvan mukainen sateenkaarileija piirto-ohjelmalla värejä käyttäen. Merkitse kärkipisteet A, B, C ja D ja niiden koordinaatit näkyviin. Oleta, että leijan kärjestä (25,0) lähtevät janat jakavat vastaiset sivut keskenään yhtäpitkiin osiin. (3 p.)

d) Määritä c-kohdan väritettyjen osien pinta-alat neliösenttimetrin tarkkuudella. Voit selvittää pinta-alat mittaamalla. (3 p.)

Aineisto

13.A [Sateenkaarileija](#)

Kokeen tehtävät loppuvat tähän.