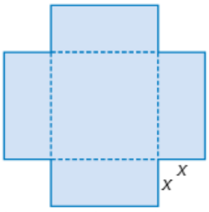
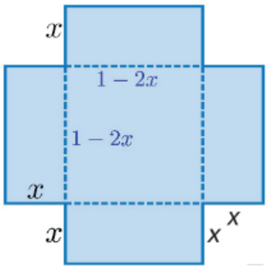
13.1 E1

Neliön muotoisen pahvilevyn sivun pituus on 1,0 m. Sen jokaisesta kulmasta leikataan pois pienempi neliö, jonka sivun pituus on x. Tämän jälkeen kaikki neljä reunoille jäänyttä suorakulmion muotoista osaa taitetaan 90 astetta ylöspäin ja teipataan kiinni vierekkäisiin osiin niin, että syntyy suorakulmainen laatikko ilman kantta. Millä muuttujan x arvolla tämän laatikon tilavuus on mahdollisimman suuri?



[yo lyhyt k2021]

1. Poisleikattavan neliön sivun pituus on x.



$x\cdot(1-2\cdot x)\cdot(1-2\cdot x)$	$x\cdot(2\cdot x-1)^2$
$\text{expand}\left(x\cdot(2\cdot x-1)^2\right)$	$4\cdot x^3-4\cdot x^2+x$
$v(x):=4\cdot x^3-4\cdot x^2+x$	*Valmis*
$\text{fMax}(v(x),x,0,0.5)$	$x=\frac{1}{6}$

2. Laatikon pohja muodostuu keskelle jäävästä neliöstä, jonka sivun pituus on $1{,}0-2x$ metriä. Laatikon korkeus on x metriä.

Muodostetaan funktio, joka ilmaisee laatikon tilavuuden.

3. $V(x) = x\cdot(1-2x)(1-2x)$ Sievennetään CAS-laskimella.

$= 4x^3 - 4x^2 + x$

4. Särmien pituuksien on oltava epänegatiivisia. Päätellään tämän perusteella funktion V määrittelyehto.

$x \geq 0$

$1-2x \geq 0$ Ratkaistaan CAS-laskimella.

$x \leq \frac{1}{2}$

On siis määritettävä kohta, jossa funktio V saa suurimman arvonsa välillä $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$.

5. Määritellään CAS-laskimeen funktio $V(x) = 4x^3 - 4x^2 + x$.

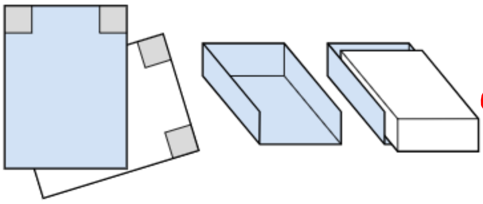
6. Määritetään laskimen Max-komennolla väliltä $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$ kohta, jossa funktion V arvo on suurin.

Laskin antaa kohdaksi $x = \frac{1}{6} \approx 0{,}17$ (m).

7. Laatikon tilavuus on suurin, kun poisleikattavan neliön sivun pituus $x \approx 0{,}17$ m.

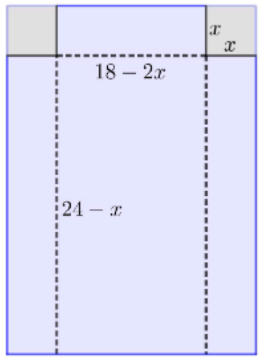
$x\cdot(1-2\cdot x)\cdot(1-2\cdot x)$	$x\cdot(2\cdot x-1)^2$
$\text{expand}\left(x\cdot(2\cdot x-1)^2\right)$	$4\cdot x^3-4\cdot x^2+x$
$v(x):=4\cdot x^3-4\cdot x^2+x$	*Valmis*
$\text{fMax}(v(x),x,0,0.5)$	$x=\frac{1}{6}$

13.2 Kahden pahviarkin mitat ovat 24 cm × 18 cm. Kummankin arkin lyhyemmän sivun nurkista leikataan pois yhtä suuret neliöt ja arkeista taitetaan suorakulmaisen särmiön muotoinen rasian pohja ja kansi. Kuinka pitkä poisleikattavan neliön sivun tulee olla, jotta rasian tilavuus olisi mahdollisimman suuri? Mikä on suurimman rasian tilavuus?



1. Merkitään poisleikattavan neliön sivun pituutta senttimetreinä kirjaimella x.

Laatikon pohja muodostuu keskelle jäävästä suorakulmiosta, jonka sivujen pituudet ovat $24 - x$ ja $18 - 2x$. Laatikon korkeus on x metriä.



2. Muodostetaan funktio, joka ilmaisee laatikon tilavuuden.

$$V(x) = x \cdot (24 - x)(18 - 2x)$$
$$= 2x^3 - 66x^2 + 432x$$

$x \cdot (24-x) \cdot (18-2 \cdot x)$	$2 \cdot x \cdot (x-24) \cdot (x-9)$
$\text{expand}(2 \cdot x \cdot (x-24) \cdot (x-9))$	
	$2 \cdot x^3 - 66 \cdot x^2 + 432 \cdot x$
$v(x) := 2 \cdot x^3 - 66 \cdot x^2 + 432 \cdot x$	*Valmis*
$\text{fMax}(v(x), x, 0, 9)$	$x=4$

3. Yhdistetään määrittelyehdot. On siis määritettävä kohta, jossa funktio V saa suurimman arvonsa välillä $0 \le x \le 9$.

4. Määritellään CAS-laskimeen funktio $V(x) = 2x^3 - 66x^2 + 432x$.

5. Määritetään laskimen Max-komennolla väliltä $0 \le x \le 9$ kohta, jossa funktion V arvo on suurin.

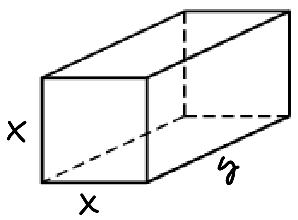
Laskin antaa kohdaksi $x = 4$.

6. Rasian tilavuus on suurin, kun poisleikattavan neliön sivun pituus $x = 4$ (cm).

Laatikon suurin tilavuus on $V(4) = 800$ (cm^3).

7. Tilavuus on suurin, kun poisleikattavan neliön sivun pituus on 4 cm. Tällöin rasian tilavuus on 800 cm^3.

13.3 **E2** Rautalangasta taivutetaan suorakulmaisen särmiön muotoinen lampunvarjostimen kehikko, jonka pääty on neliö. Miten varjostimen mitat pitää valita, jotta varjostimen pinta-ala olisi mahdollisimman suuri? Rautalankaa on käytettävissä 3,0 metriä.



Rautalankaa kuluu
$2 \times$ päädyt $+ 4y$
$= 2 \cdot 4x + 4y$
$= 8x + 4y$

Koska $8x + 4y = 3{,}0$, saadaan
$4y = -8x + 3 \quad \| :4$
$y = -2x + \frac{3}{4}$

Pinta-ala on:
$A(x) = 2x^2 + 4xy$
$= 2x^2 + 4x(-2x + \frac{3}{4})$
$= 2x^2 - 8x^2 + 3x$
$= -6x^2 + 3x$

fMax$(A(x), x, 0, 3/8)$
$x = 0{,}25$

Ehdot $x \ge 0$
$-2x + \frac{3}{4} \ge 0$
$-2x \ge -\frac{3}{4} \quad \| :(-2)$
$x \le \frac{3}{8}$

V: $x = 0{,}25$ (m) ja
$y = 0{,}25$ (m)

Varjostin on kuutio.