

GeoGebra⁴

Aloitushje versiolle 4.0

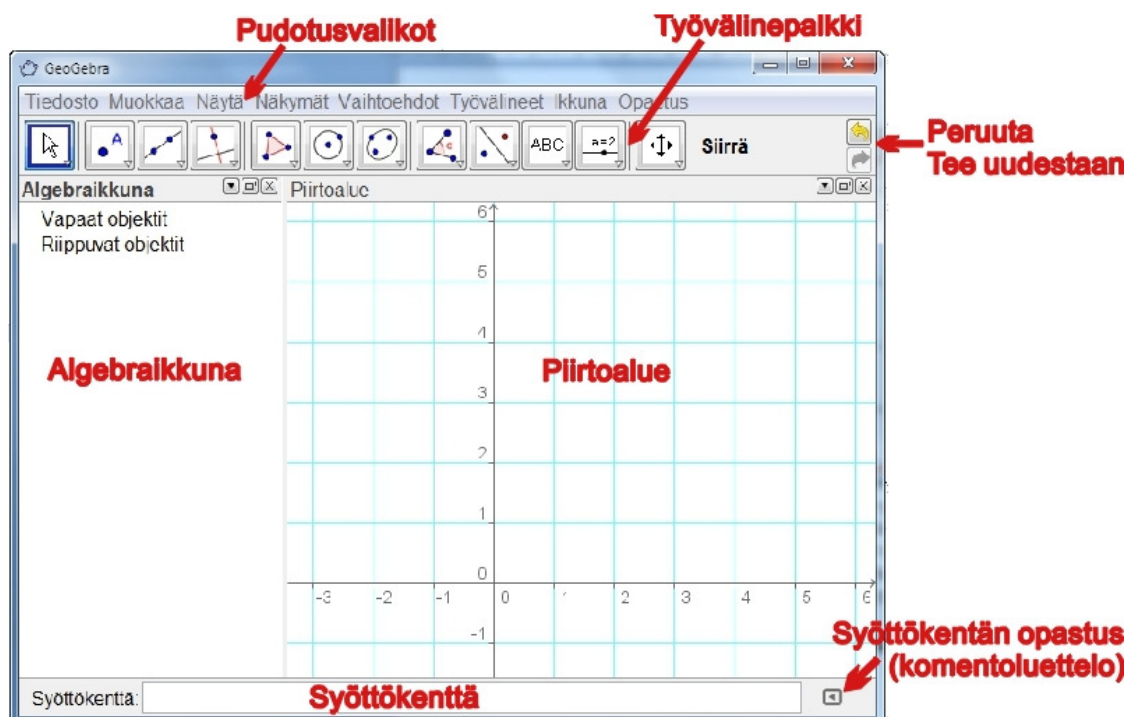
Mikä on Geogebra?

- dynaamisen matematiikan työvälineohjelma helppokäyttöisessä paketissa
- oppimisen ja opetuksen avuksi kaikille koulutustasoille
- vuorovaikutteiset **geometria**, **algebra**, taulukkolaskenta, grafiikka, differentiaali- ja integraalilaskenta sekä tilastotiede
- avoin lähdekoodi, saatavissa ilmaiseksi osoitteesta www.geogebra.org

Perustiedot

- Geogebralla oppijat voivat luoda piirroksia ja matemaattisia malleja, joiden avulla tilannetta voidaan tutkia siirtelämällä kuvioden osia (objekteja) toistensa suhteen ja muuttamalla kertoimien (parametrien) arvoja .
- GeoGebralla opettajat voivat tehdä vuorovaikuttaisia tehtäviä ja verkkosivuja (html-matletteja, mathlet = mathematics applet). Vuorovaikutteista opetus- ja oppimismateriaalia on saatavissa osoitteesta www.geogebra.org. Sinne voit viedä omat työsi muiden käytettäväksi suoraan Geogebra.

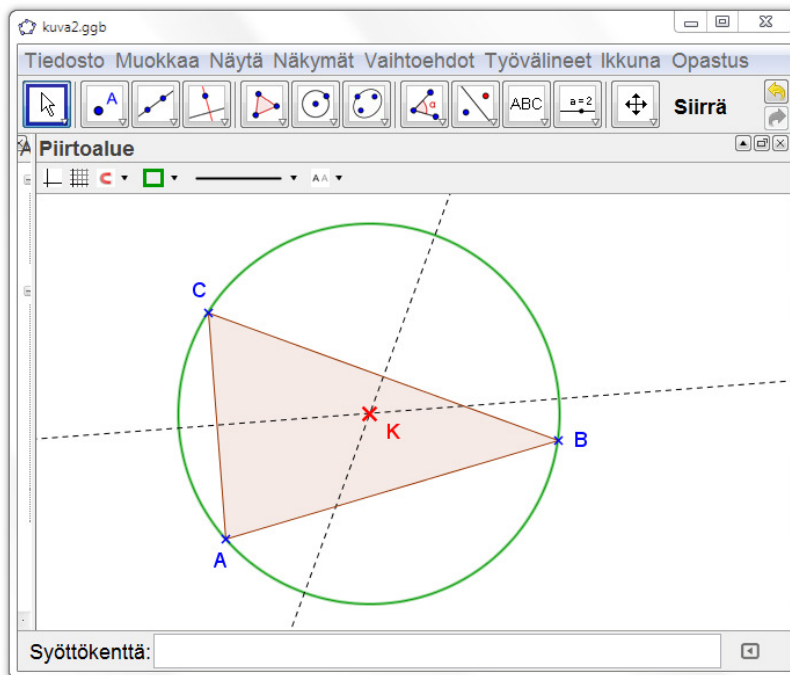
Geogebrian oletusikkuna näyttää tältä:



Työvälinepalkin työvälineitä käytetään hiiren avulla piirroksien (konstruktioiden) tekemiseen piirtoalueelle . Vastaavat koordinaatit ja yhtälöt näkyvät samanaikaisesti **algebraikkunassa**. Syöttökenttään voidaan kirjoittaa koordinaatteja, yhtälöitä, komentoja ja funktioita. Enterin painamisen jälkeen ne näkyvät sekä algebraikkunassa että piirtoalueella. Geogebrian geometria ja algebra toimivat vuorovaikutteisesti yhdessä.

Esimerkki 1: ympyrän kehä

Tehtävä: piirrä Geogebralla ympyrä annetun kolmion ABC ympäri.



Hiiren avulla tehtävä piirros (konstruktio)


Valmistelut


- Avaa *Näkymät*-valikko ja valitse *Perusgeometria*. (Näkymät on 4.0:n uusi valikko.)



Piirroksen vaiheet


1		Valitse työväline " <i>Monikulmio</i> " työvälinepalkista. Näpäytä sitten piirtoaluetta kolmasti luodaksesi kärkipisteet A, B ja C. Sulje sitten kolmio näpäyttämällä uudestaan pistettä A.
2		Valitse työväline " <i>Keskinormaali</i> " (näpäytä ensin vasemmalta lukien neljännen työvälinekuvakkeen oikeassa alakulmassa olevaa pientä nuolenkärkeä) ja osoita kolmion kahta sivua tai niiden päätepisteitä.
3		Valitse työväline " <i>Kahden objektin leikkauspiste</i> " (toisesta valikosta vasemmalta lukien) ja osoita keskinormaalien leikkauspistettä (tai ensin yhtä ja sitten toista keskinormaalia). Vaihda saamasi keskipisteen nimeksi "K" näpäyttämällä sitä hiiren oikealla näppäimellä (Mac OS: ctrl-click) ja valitsemalla " <i>Nimeä uudelleen</i> " näkyviin tulevasta pudotusvalikosta.
4		Valitse työväline " <i>Ympyrä: keskipiste ja kehän piste</i> " ja näpäytä ensin keskipistettä ja sitten mitä tahansa kärkipistettä.
5		Käyttämällä työvälinettä " <i>Siirrä</i> " voi nyt muuttaa annetun kolmion muotoa raahaamalla kärkipisteitä, mihin haluat. Piirroksesi muuttuu dynaamisesti, mutta ympyrä kulkee koko ajan kolmion kärkipisteiden kautta.


Vihjeitä

 Kokeile työvälirivillä oikeanpuoleisissa päissä olevia painikkeita **“Peruuta”/“Tee uudestaan”**.

 Voit piilottaa objektin näpäyttämällä sitä hiiren oikeanpuoleisella näppäimellä (Mac OS: ctrl-click) ja valitsemalla ominaisuusvalikosta ylimmän toiminnon **“Näytä objekti”**. (Näkyviin palauttaminen on työvälirivillä oikeanpuolimmaisessa työväliryhmässä tai algebraikkunassa.)

 Voit **muuttaa** objektien **ulkonäköä** (väriä, pisteen tai suoran tyyliä jne.) helposti työvälirivillä alapuolella olevan tyyliä avulla: näpäytä vain piirtoalueen oikeassa yläkulmassa olevaa nuolenkärkeä  näyttääksesi tai piilottaaksesi sen. Koko ominaisuusvalikon saat näkyviin näpäyttämällä objektia hiiren oikeanpuoleisella näppäimellä (Mac OS: ctrl-click) ja valitsemalla sitten **“Ominaisuudet”** pudotusvalikosta.

 **Akselit** ja **koordinaattiruuduston** voit näyttää tai piilottaa **Näytä**-valikosta, samoin algebraikkunan, piirtoalueen, laskentataulukon ja CAS-ikkunan.

 Voit siirtää koko piirrostasi valitsemalla työvälirivillä **“Siirrä piirtoaluetta”** ja raahaamalla hiirellä.

Objekttiluettelo (Näytä-valikossa) tarjoaa mahdollisuuden tarkastella piirroksesi vaihteita. Voit myös vaihtaa vaihteiden järjestystä. **Objekttiluettelon näyttöpalkin** avulla voit käydä läpi piirroksesi rakentumisen vaihe vaiheelta.

Piirroksen tekeminen syöttökentän avulla

Valmistelut

- Aiomme tehdä nyt saman piirroksen kuin edellä käyttämällä syöttökenttää. Aloita valitsemalla **Uusi Tiedosto-valikosta**.
- Avaa **Näkymät**-valikko ja valitse **Algebra ja grafiikka**.

Piirroksen vaiheet

Kirjoita seuraavat komennot näytön alaosassa olevaan syöttökenttään ja paina Enter jokaisen rivin loppuun.

Syöttökenttä:



$A = (2, 1)$

$B = (12, 5)$

$C = (8, 11)$

Monikulmio[A, B, C]

$l_a = \text{Keskinormaali}[a]$

$l_b = \text{Keskinormaali}[b]$

$K = \text{Leikkauspiste}[l_a, l_b]$

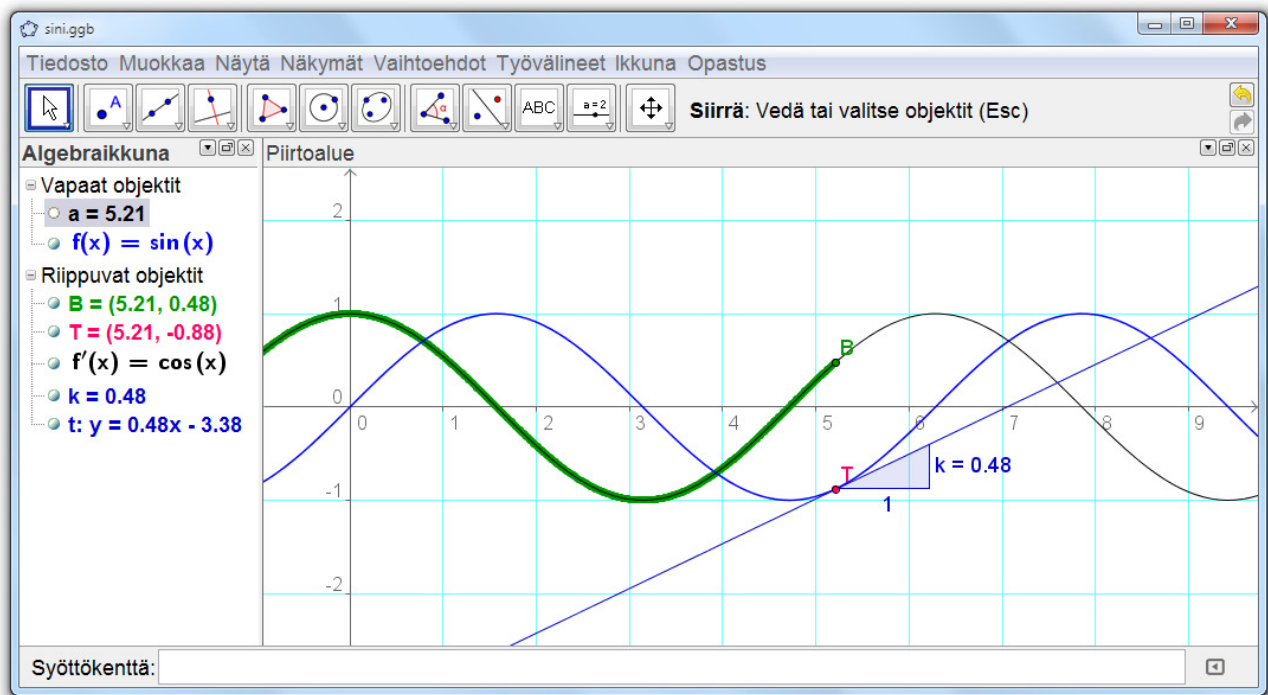
Ympyrä[K, A]

Vihje

Käytä hyväksesi sitä, että syöttökenttä tarjoaa vaihtoehtoja, kun olet kirjoittanut muutaman kirjaimen komennon alusta, ja että vaihtoehtoissa näkyy komennon rakenne, siis se mitä parametreja komenttoon on kirjoitettava.

Esimerkki 2: Funktion tangenti ja derivaatta

Tehtävä: Piirrä funktion $f(x) = \sin(x)$ kuvaaja, sen derivaatta ja tangenti, joka kulkee käyrällä olevan pisteen kautta, sekä kulmakertoimen näytävä kolmio.








Ensimmäinen tapa: käyrällä oleva piste

Valmistelut

- Avaa uusi ikkuna käyttäen *Tiedosto*-valikon kohtaa *Uusi ikkuna*.

Piirroksen vaiheet

1	$f(x) = \sin(x)$	Kirjoita syöttökenttään $f(x) = \sin(x)$ ja paina Enter.
2		Valitse " <i>Uusi piste</i> " ja näpäytä funktion kuvaajaa f . Näin luot käyrällä olevan pisteen A .
3		Valitse työväline " <i>Tangentit</i> " ja näpäytä pistettä A ja kuvaajaa f . Vaihda tangentin nimeksi " t " näpäyttämällä sitä hiiren oikealla näppäimellä (Mac OS: ctrl-click) ja valitsemalla " <i>Nimeä uudelleen</i> ".
4	$k = \text{Kulmakerroin}[t]$	Kirjoita komento $k = \text{Kulmakerroin}[t]$.
5		Valitse työväline " <i>Siirrä</i> ", raahaa pistettä A hiirellä ja tarkkaile tangentin muuttumista.
6	$B = (x(A), s)$	Kirjoita syöttökenttään $B = (x(A), s)$ <u>Vihje:</u> $x(A)$ antaa pisteen A x -koordinaatin.
		Näpäytä pistettä B hiiren oikealla näppäimellä (Mac OS: ctrl-click) ja valitse " <i>Jälki käyttöön</i> ".
7		Valitse " <i>Siirrä</i> " ja raahaa pistettä A hiirellä. Piste B piirtää kulkemansa reitin jättämällä jäljen.
8	$\text{Derivaatta}[f(x)]$.	Kirjoita komento $\text{Derivaatta}[f]$. Vaihda käyrän väri.

Vihjeitä

Kirjoita syöttökenttään uusi funktion lauseke, esimerkiksi $f(x) = x^3 - 2x^2$. Sen derivaatta ja tangenti näkyvät heti. Kokeile myös komentoa *Integraali[f]*.



Valitse “Siirrä” ja raahaa funktion kuvaajaa hiirellä. Huomaa, että funktion ja sen derivaatan lauseke muuttuvat samalla.

Komentojen automaattinen täydentäminen: kun olet kirjoittanut pari ensimmäistä kirjainta komennosta, niin se täydentyy automaattisesti. Jos hyväksyt ehdotuksen, paina Enter. Muuten jatka kirjoittamista.



Syöttökentän opastus on syöttökentän oikealla puolella. Se antaa listan olemassaolevista komennoista.

Toinen tapa: piste kohdassa $x = a$

Valmistelut

- Avaa *Näkymät*-valikko ja valitse *Algebra ja grafiikka*.
- Teemme nyt toisen version edellisestä piirroksesta. Valitse *Tiedosto – Uusi* aloittaaksesi alusta.

Piirroksen vaiheet

Kirjoita seuraavat komennot syöttökenttään ja paina Enter jokaisen rivin loppuun.

$f(x) = \sin(x)$

$a = 2$

$T = (a, f(a))$

$t = \text{Tangentti}[a, f]$

$k = \text{Kulmakerroin}[t]$

$B = (x(T), k)$

Derivaatta[f]

Vihjeitä



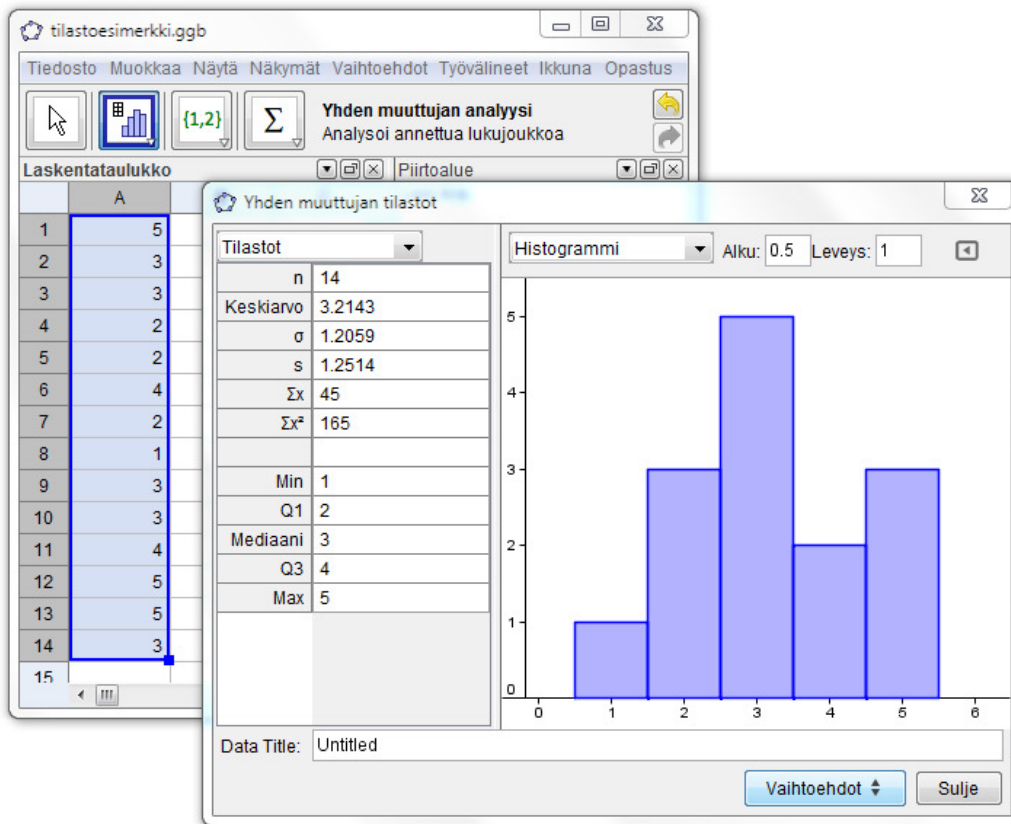
Valitse “Siirrä” ja näpäytä algebraikkunassa näkyvää lukua. Voit muuttaa a :n arvoja suuntanuolilla. Samalla piste T ja tangenti siirtyvät pitkin funktion kuvaajaa.

Voit muuttaa a :n arvoja myös graafisesti. Näpäytä algebraikkunassa a :n edessä olevaa pikkuympyrää \circ **a**. Ympyrä täyttyy ja piirtoalueelle ilmestyy luvun graafinen esitys: **liuku**. Saman voit tehdä avaamalla ominaisuusvalikon hiiren oikealla näppäimellä (Mac OS: ctrl-click) ja valitsemalla “Näytä objekt”. Raahaa sitten liu'ussa näkyvää pistettä hiirellä.

Sivu 6 on jätetty pois, koska se käsittelee vain symbolista laskentaa (CAS), joka ei sisälly versioon 4.0.

Esimerkki 4: tilastojen tarkastelua

Tehtävä: Piirrä histogrammi ja määritä keskiarvo, mediaani sekä pienin ja suurin arvo.



Valmistelut

- Avaa *Näkymät*-valikko ja valitse *Taulukko ja grafiikka*.

Ratkaisun vaiheet

1		Kirjoita tietoja laskentataulukon sarakkeen A soluihin, esimerkiksi luvut 5, 3, 3, 2, 2, 4, 2, 1, 3, 3, 4, 5, 5, 3 soluihin A1–A14.
2		Valitse solut A1–A14 osoittamalla hiirellä. Valitse sitten "Yhden muuttujan analyysi" (toinen kuvake vasemmalta laskentataulukon työvälinepalkissa).
3		Voit vaihtaa luokkien määrää tilastoikkunan yläreunassa olevasta liu'usta. Kuvaajan tyyppiä voit vaihtaa liu'un vasemmalla puolella olevasta pudotusvalikosta. <u>Vihje:</u> Tämän esimerkin luokkien määrän oletusarvo on 5, koska taulukossa on viittä erilaista lukua.
4		Tunnusluvut näkyvät tilastoikkunan vasemmassa reunassa olevassa taulukossa.
5		Tilastoikkunan oikeassa yläkulmassa oleva nuoli antaa valikon, josta saat lisää mahdollisuuksia jakaumakuvion muokkaamiseen. <u>Vihje:</u> Voit valita myös luokkakeskuksen valitsemalla "Aseta luokat käsin" ja antamalla yläpalkkiin alkuarvoksi "Alku" 0.5 ja luokan leveydeksi 1, mikä on järkevää tämän esimerkin aineistolle.

Vihjeitä

Vaihda joitakin sarakkeen A luvuista ja tarkastele muutosten vaikutusta histogrammiin ja jakauman tunnuslukuihin.

Vaihda kuviotyyppiä tilastoikkunan yläreunan pudotusvalikosta.

Lisätietoja löydät verkosta:

Ohjelma

<http://www.geogebra.org>

Käsikirja ja oppaat

<http://wiki.geogebra.org>

Työarkkeja ja materiaalia

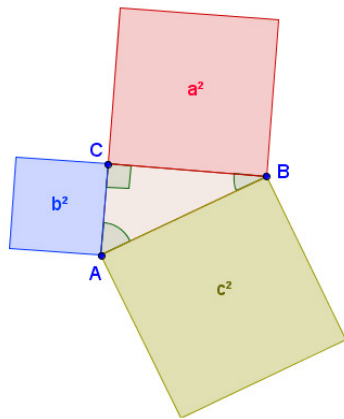
<http://www.geogebraTube.org>

Keskustelut

<http://www.geogebra.org/forum>

Suomen Geogebra-instituutti

<http://www.geogebra.fi/>



$$\begin{array}{l}
 a = 10.36 \quad a^2 = 107.29 \quad a^2 + b^2 = \\
 b = 6.01 \quad b^2 = 36.15 \quad 107.29 + 36.15 = 143.44 \\
 c = 11.98 \quad c^2 = 143.44 \quad a^2 + b^2 = c^2
 \end{array}$$

