

11. KAHDEN MUUTTUJAN YHTÄLÖ

Yhtälössä kaksi lauseketta merkitään yhtä suureksi. Yhtälössä $2x + 1 = 0$ on yksi muuttuja (x).

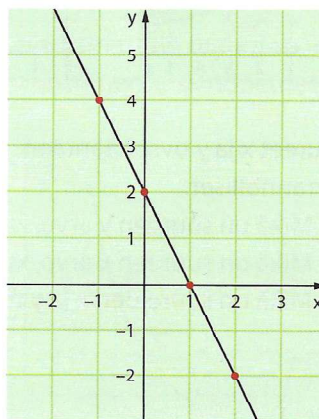
Yhtälössä $2x + y = 2$ on kaksi muuttujaa. Ratkaistaan yhtälö muuttujan y suhteen.

$$\begin{aligned} 2x + y &= 2 \\ y &= -2x + 2 \end{aligned}$$

Sijoitetaan muuttujan x paikalle joitakin lukuja ja lasketaan niitä vastaavat muuttujan y arvot.

x	$y = -2x + 2$
0	$-2 \cdot 0 + 2 = 2$
1	$-2 \cdot 1 + 2 = 0$
2	$-2 \cdot 2 + 2 = -2$
-1	$-2 \cdot (-1) + 2 = 4$

Merkitään lukuparit $(0, 2)$, $(1, 0)$, $(2, -2)$ ja $(-1, 4)$ pisteinä koordinaatistoon.



Pisteet sijaitsevat samalla suoralla.

Tämän suoran **kaikki pisteet toteuttavat** yhtälön $2x + y = 2$.

Yhtälön toteuttavia lukupareja on siis äärettömän monta.

KAHDEN MUUTTUJAN YHTÄLÖ

Yhtälö $ax + by = c$ on kahden muuttujan yhtälö ($a \neq 0$, $b \neq 0$).

Sen muuttujat ovat x ja y .

Yhtälön ratkaisu voidaan esittää graafisesti piirtämällä suoran $ax + by = c$ kuvaaja.

ESIMERKKI 1

Toteuttaako lukupari $(1, 3)$ yhtälön $2x - y = -1$?

Sijoitetaan $x = 1$ ja $y = 3$ yhtälöön $2x - y = -1$.

$$2 \cdot 1 - 3 = -1$$

$$2 - 3 = -1$$

$$-1 = -1$$

identtisesti tosi

VASTAUS: Toteuttaa.

12. YHTÄLÖPARI

Yhtälöparilla tarkoitetaan kahta yhtälöä, joille etsitään yhteisiä ratkaisuja.

YHTÄLÖPARI

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases} \quad \text{Yhtälöiden muuttujat ovat } x \text{ ja } y.$$

Yhtälöparin **ratkaisu** on lukupari (x, y) , joka toteuttaa molemmat yhtälöt. Ratkaisun voi merkitä usealla eri tavalla.

esimerkiksi $x = 3$ ja $y = -1$ $(3, -1)$ $\begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$

ESIMERKKI 1

Onko lukupari $(1, 2)$ yhtälöparin ratkaisu?

a) $\begin{cases} y = 3x - 1 \\ y = -2x + 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} y = x + 1 \\ y = -2x + 4 \end{cases}$

Sijoitetaan $x = 1$ ja $y = 2$ molempiin yhtälöihin.

a) $\begin{matrix} y & x \\ \downarrow & \downarrow \\ 2 & = 3 \cdot 1 - 1 \\ 2 & = 3 - 1 \\ 2 & = 2 \end{matrix}$

tosi

$\begin{matrix} y & x \\ \downarrow & \downarrow \\ 2 & = -2 \cdot 1 + 1 \\ 2 & = -2 + 1 \\ 2 & = -1 \end{matrix}$

epätosi

VASTAUS: Lukupari $(1, 2)$ ei ole yhtälöparin ratkaisu.

b) $\begin{matrix} y & x \\ \downarrow & \downarrow \\ 2 & = 1 + 1 \\ 2 & = 2 \end{matrix}$

tosi

$\begin{matrix} y & x \\ \downarrow & \downarrow \\ 2 & = -2 \cdot 1 + 4 \\ 2 & = -2 + 4 \\ 2 & = 2 \end{matrix}$

tosi

VASTAUS: Lukupari $(1, 2)$ on yhtälöparin ratkaisu.