

2 Tasaisessa liikkeessä nopeus on vakio

Tehtävien ratkaisut

Tehtävät 1–4 ovat automaattisesti tarkistettavia tehtäviä ja ne ovat digikirjassa.

2-1.

Täydennä.

Kappaleen liike on ***tasaista***, kun kappale etenee vakionopeudella. Tällöin kappale kulkee aina yhtä pitkän ***matkan*** samaan suuntaan samanpituisina aikaväleinä. Tasaisen liikkeen kuvaaja t,x -koordinaatistossa on nouseva tai laskeva ***suora***. Tasaisen liikkeen kuvaaja t,v -koordinaatistossa on ***vaakasuora*** suora.

Yksiulotteisessa liikkeessä kappaleen paikkaa ajan funktiona eli ***rataa*** esittää t,x -koordinaatistoon piirretty kuvaaja. Kun halutaan esittää kappaleen rata, on valittava liikkeelle ***positiivinen*** suunta sekä ajalle ja paikalle ***nollakohta***.

2-2.

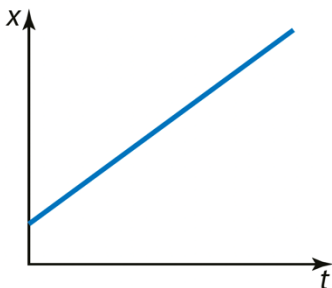
Oikein/väärin väittämät

1. Tasaisen liikkeen kuvaaja t,x -koordinaatistossa voi olla laskeva suora. ***Kyllä//Ei***
2. Suoraviivaisessa liikkeessä nopeuden etumerkki kertoo liikkeen suunnan. ***Kyllä//Ei***
3. Tasaisessa liikkeessä suoran jyrkkyys kuvaa kappaleen nopeutta t,v -koordinaatistossa. ***Kyllä//Ei***
Kommentti: Suoran jyrkkyys kuvaa nopeutta t,x -koordinaatistossa.
4. Tasaisen liikkeen nopeuden kuvaaja voi olla nouseva suora. ***Kyllä//Ei***
Kommentti: Ei, tasaisen liikkeen nopeuden kuvaaja (t,v -koordinaatistossa) on vaakasuora suora.
5. Suoraviivaisessa liikkeessä kappaleen siirtymä Δx saadaan t,v -koordinaatistosta fysikaalisen pinta-alan avulla. ***Kyllä//Ei***

2-3.

Monivalintatehtävä

- a) Jos paikan kuvaaja on nouseva suora,

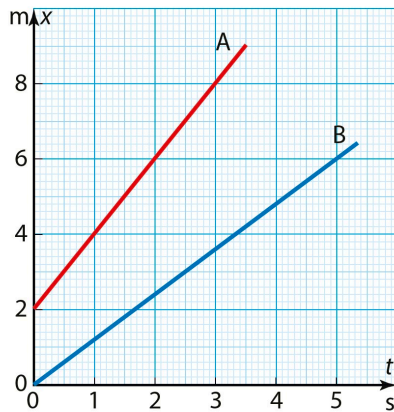


- **liike on tasaista**
- **kappaleen nopeus ei muutu**
- kappaleen nopeus kasvaa
- **kappaleen nopeus on positiivinen.**

2 Tasaisessa liikkeessä nopeus on vakio

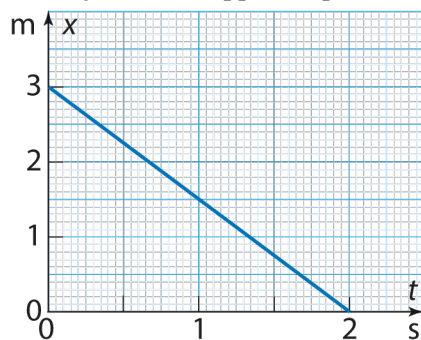
- b) Kun kappaleen liike on tasaista,
- kappaleen paikan kuvaaja on vaakasuora suora
 - **kappaleen paikan kuvaaja on nouseva tai laskeva suora**
 - **kappaleen nopeuden kuvaaja on vaakasuora suora**
 - **kappale etenee vakionopeudella**
 - **kappale kulkee aina yhtä pitkät matkat samaan suuntaan samanpituisina aikaväleinä**
 - kappaleen paikan kuvaajasta saadaan kappaleen tietyssä aikana kulkema matka graafisella integroinnilla
 - **kappaleen nopeuden kuvaajasta saadaan kappaleen tietyssä aikana kulkema matka graafisella integroinnilla.**

- c) Mitkä väitteistä pitävät paikkansa?



- **B:n nopeus on pienempi kuin A:n nopeus.**
- Hetkellä $t = 2,0$ s A:n ja B:n paikkojen ero on 1,8 m.
- Aikavälillä 0,0 ... 2,0 s A on edennyt 6,0 m.
- **Aikavälillä 0,0 ... 2,0 s A on edennyt 4,0 m.**
- A:n nopeus on 2,7 m/s.
- **A:n nopeus on 2,0 m/s.**
- **B:n nopeus hetkellä 3,0 s on 1,2 m/s.**

- d) Kuvaaja esittää kappaleen paikkaa ajan funktiona.



Kappaleen

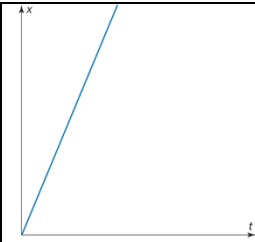
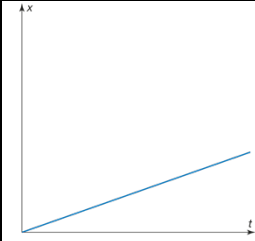
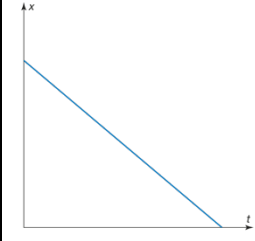
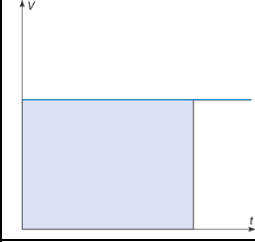
- nopeus pienenee
- siirtymä on positiivinen
- **siirtymä on $-3,0$ m**
- **nopeus on $-1,5$ m/s**
- **paikka lähtöhetkellä on 3,0 m.**

2 Tasaissa liikkeessä nopeus on vakio

- e) Jääkiekko liikkuu suoraviivaisesti vakionopeudella $-2,2$ m/s. Jääkiekon paikka hetkellä $t_0 = 0,0$ s on $x_0 = 9,0$ m. Jääkiekon paikka hetkellä $1,1$ s on
- 11,4 m
 - 6,8 m
 - **6,6 m** **Kommentti:** Jääkiekon paikka on $x = x_0 + vt = 9,0 \text{ m} + (-2,2 \text{ m/s}) \cdot 1,1 \text{ s} \approx 6,6 \text{ m}$.
 - 3,5 m.
- f) Puupalikka etenee vakionopeudella. Sen paikka hetkellä t_0 on $x_0 = 1,0$ m ja 4,5 sekunnin kuluttua paikka on 12,2 m. Puupalikan nopeus on
- **2,5 m/s** **Kommentti:** Paikan yhtälöstä $x = x_0 + vt$ nopeus on

$$v = \frac{x - x_0}{t} = \frac{12,2 \text{ m} - 1,0 \text{ m}}{4,5 \text{ s}} \approx 2,5 \text{ m/s}.$$
 - 2,9 m/s
 - 2,7 m/s
 - 0 m/s.

2-4.

	suuri nopeus
	pieni nopeus
	nopeus negatiivinen
	kuljettu matka
$x = x_0 + vt$	paikka
$s = vt$	kuljettu matka

2-5.

Tasaista liikettä edustavat kuvaajat a), c) ja e).

2 Tasaisessa liikkeessä nopeus on vakio

2-6.

- Auton nopeus on suurin aikavälillä 10...20 s.
- Auto liikkuu hitaimmin aikavälillä 30...40 s.
- Auto on liikkumatta aikavälillä 0...10 s, aikavälillä 20...30 s ja aikavälillä 40...50 s.
- Auton nopeus on negatiivinen aikavälillä 30...40 s.

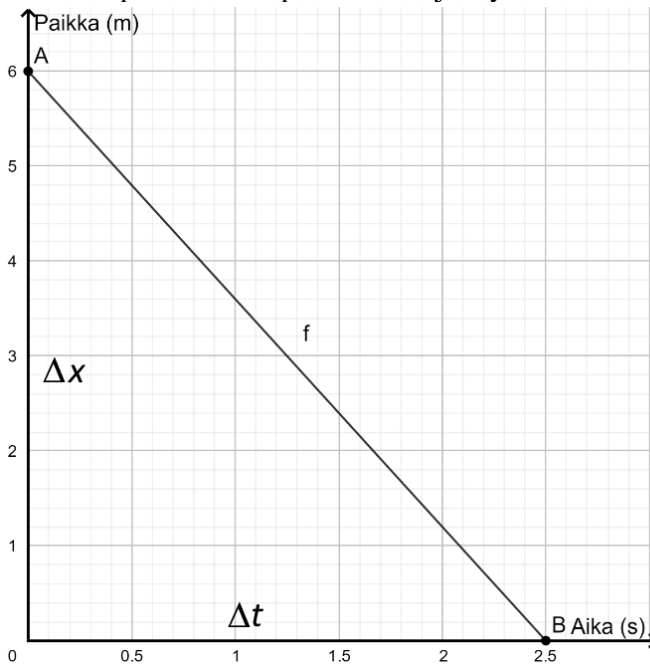
2-7.

Oletetaan, että positiivinen suunta on eteenpäin ja negatiivinen taaksepäin.

- Auto lähtee paikasta 2,0 m. Aluksi auto liikkuu eteenpäin 1,0 s ajan vakionopeudella. Tämän jälkeen auto lähtee taaksepäin suuremmalla nopeudella. Hetkellä 1,3 s auto on lähtöpaikassaan. Matka jatkuu vielä tästä taaksepäin, ja lopuksi auton paikka on 4,0 m lähtöpaikasta taaksepäin ja tähän paikkaan auto pysähtyy.
- Auton
 - siirtymä on $\Delta x = x_2 - x_1 = 4,0 \text{ m} - 2,0 \text{ m} = 2,0 \text{ m}$
 - nopeus on $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2,0 \text{ m}}{1,0 \text{ s}} = 2,0 \text{ m/s}$, suunta eteenpäin
 - siirtymä on $\Delta x = x_2 - x_1 = -2,0 \text{ m} - 4,0 \text{ m} = -6,0 \text{ m}$
 - nopeus on $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-6,0 \text{ m}}{1,0 \text{ s}} = -6,0 \text{ m/s}$, suunta taaksepäin
 - siirtymä aikavälillä 0,0 s ... 3,0 s on $\Delta x = x_2 - x_1 = (-2,0 \text{ m}) - (2,0 \text{ m}) = -4,0 \text{ m}$.

2-8.

- Kuulan nopeus saadaan paikan kuvaajan fysikaalisesta kulmakertoimesta.



$$\Delta x = 0,0 \text{ m} - 6,0 \text{ m} = -6,0 \text{ m ja}$$

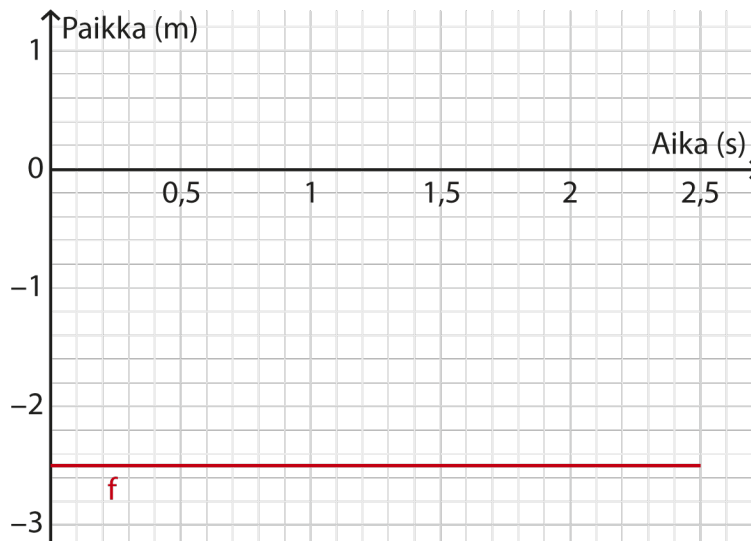
$$\Delta t = 2,5 \text{ s} - 0,0 \text{ s} = 2,5 \text{ s.}$$

$$\text{Nopeus on } v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-6,0 \text{ m}}{2,5 \text{ s}} = -2,4 \text{ m/s.}$$

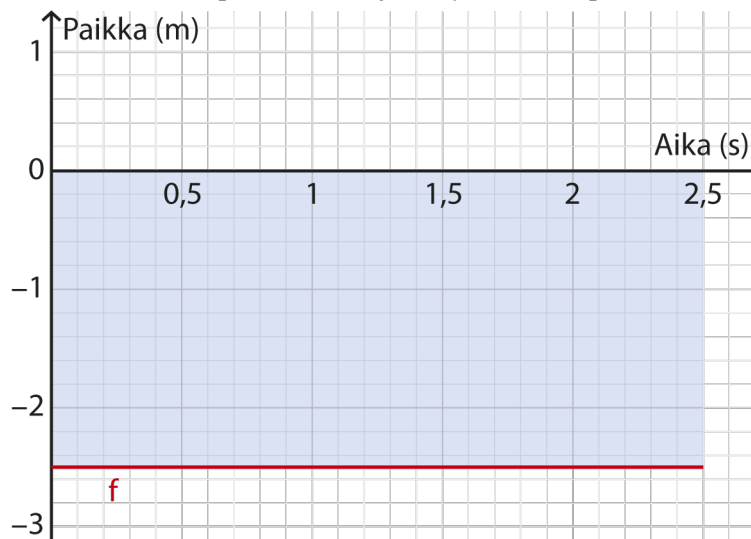
$$\text{Näin ollen radan yhtälö on } x = 6,0 \text{ m} + (-2,4 \text{ m/s}) \cdot t = 6,0 \text{ m} - 2,4 \text{ m/s} \cdot t.$$

2 Tasaisessa liikkeessä nopeus on vakio

b) Nopeuden kuvaaja:



c) Matka saadaan nopeuden kuvaajasta fysikaalisen pinta-alana.



$$\text{Matka on } s = |-2,4 \text{ m/s} \cdot 2,5 \text{ s}| = 6,0 \text{ m.}$$

2-9.

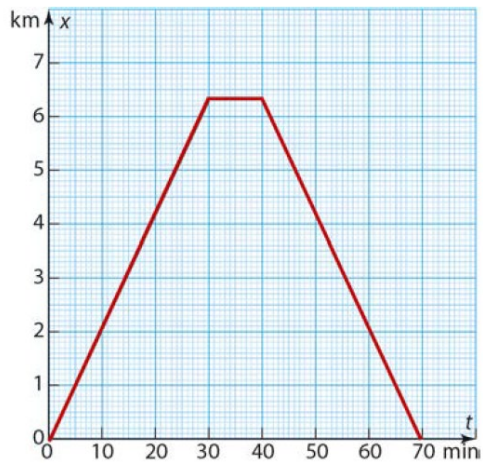
Valitaan liikkeen positiiviseksi suunnaksi liikkeen alkusuunta, paikan nollakohtaksi lähtöpiste (origo) ja ajan nollakohtaksi liikkeelle lähtemisen hetki.

Karrin paikka 30 minuutin kuluttua on $s = vt = 3,5 \text{ m/s} \cdot 1800 \text{ s} = 6300 \text{ m} = 6,3 \text{ km}$.

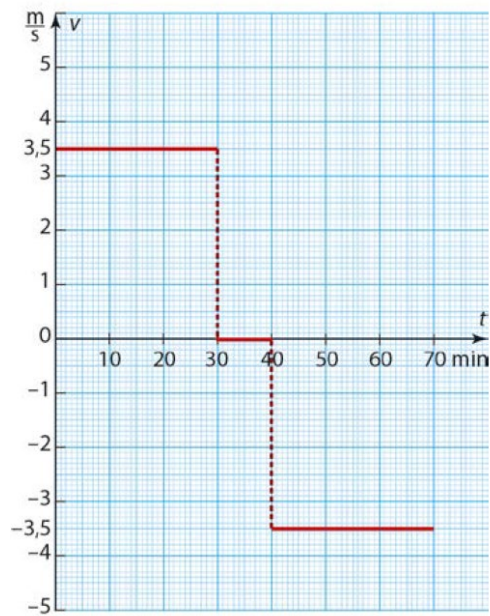
Koska paluumatkalla nopeus on myös $3,5 \text{ m/s}$, paluumatkaan kuluu aikaa 30 min. Kokonaisaika on siis 70 min.

2 Tasaisessa liikkeessä nopeus on vakio

Paikan kuvaaja:

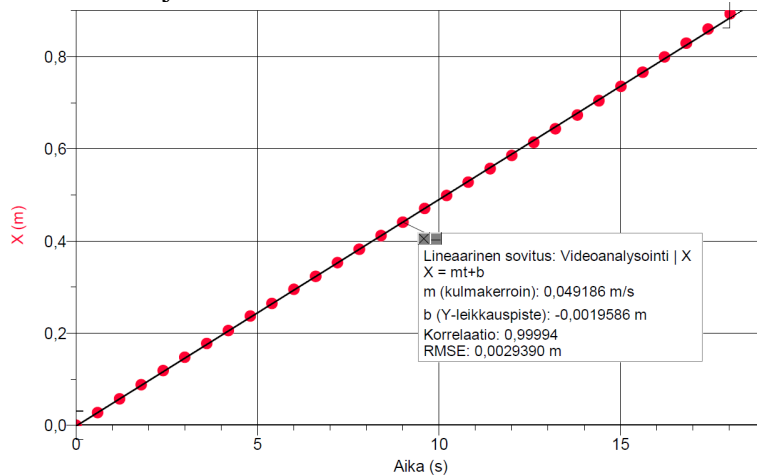


Nopeuden kuvaaja:



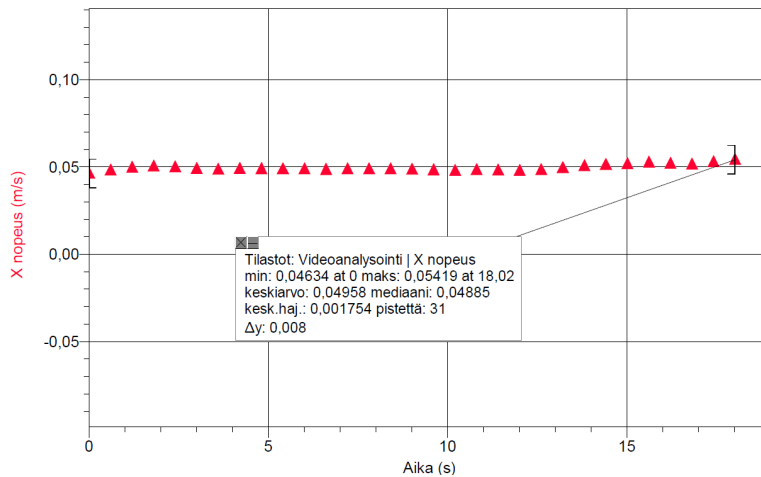
2-10.

a) Paikan kuvaaja:



2 Tasaisessa liikkeessä nopeus on vakio

Veturin nopeus saadaan suoran fysikaalisesta kulmakertoimesta: $v = 4,9 \text{ cm/s}$.
 Nopeuden kuvaaja:

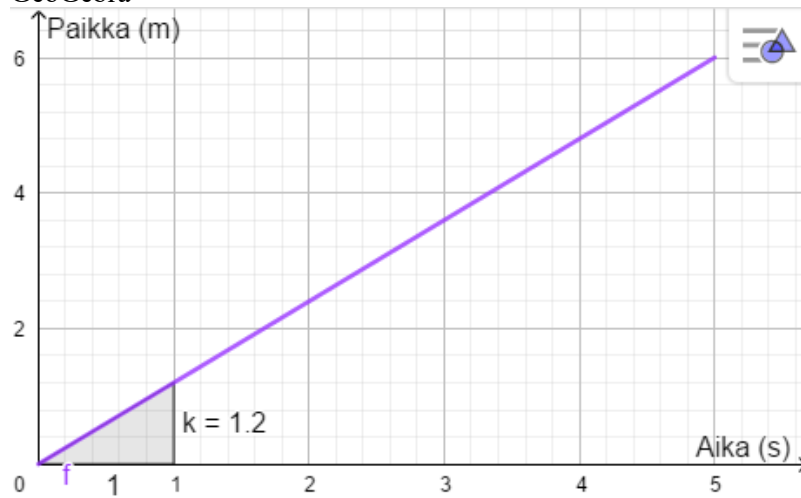


- b) Virhettä aiheuttaa mm. se, että videon pysäytyskuvinna veturin muoto hieman vääristyy. Samoin veturin paikan merkitseminen varsinkin liikkeen alussa ja lopussa on ongelmallista, koska tilannetta katsotaan vinosti kameran paikasta johtuen.

2-11.

- a) Paikan kuvaaja.

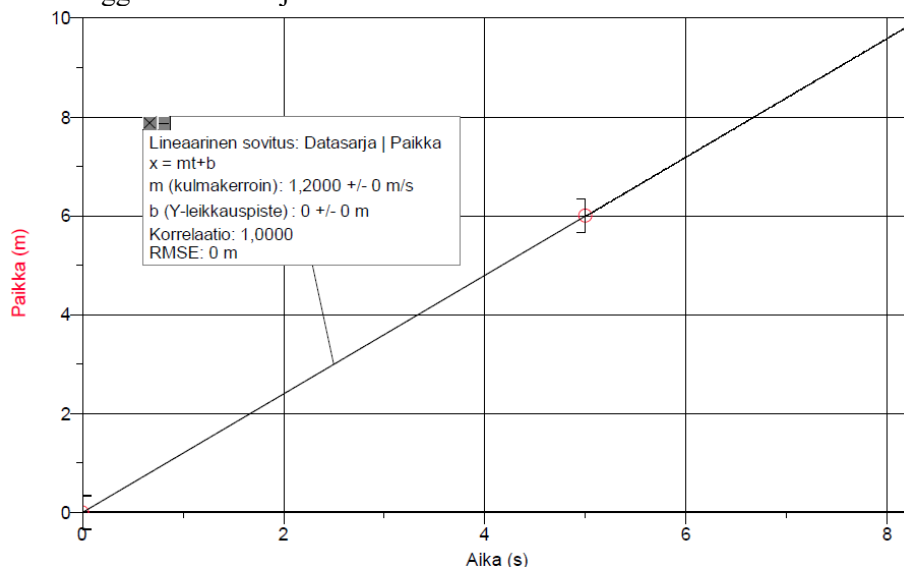
GeoGebra



Suoran fysikaalinen kulmakerroin eli nopeus on $1,2 \text{ m/s}$.

2 Tasaisessa liikkeessä nopeus on vakio

Sama Logger Pro-kuvaajan avulla.

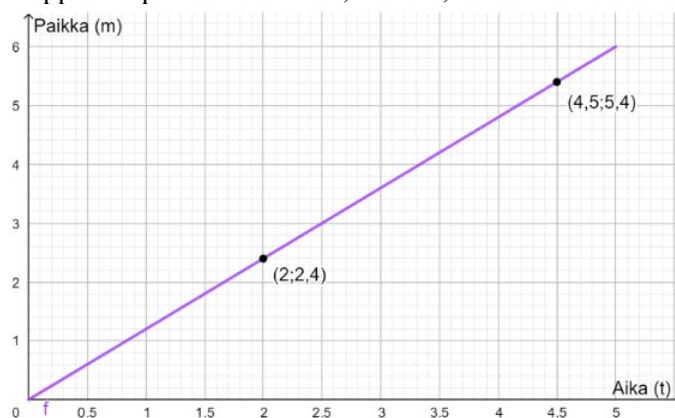


Väite on oikein, koska $1,2 \text{ m/s} \approx 4,3 \text{ km/h}$.

b) Geogebra

Kappaleen paikka hetkellä 2,0 s on 2,4 m.

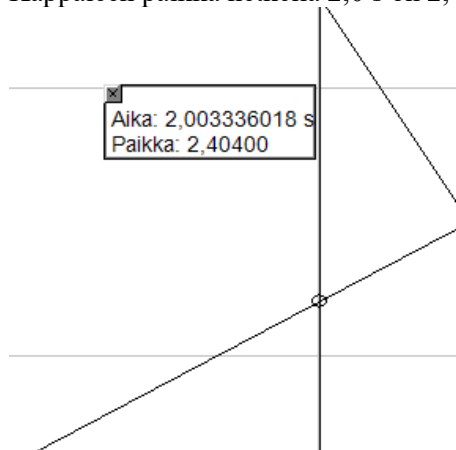
Kappaleen paikka hetkellä 4,5 s on 5,4 m.



Näin ollen kappale etenee aikavälillä 2,0...4,5 s matkan $5,4 \text{ m} - 2,4 \text{ m} = 3,0 \text{ m}$. Joten väite on väärin.

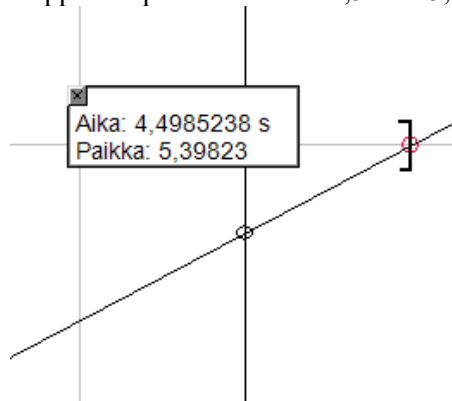
Logger Pro:

Kappaleen paikka hetkellä 2,0 s on 2,4040 m.



2 Tasaisessa liikkeessä nopeus on vakio

Kappaleen paikka hetkellä 4,5 s on 5,3982 m.



Näin ollen kappale etenee aikavälillä 2,0...4,5 s matkan $5,3982 \text{ m} - 2,4040 \text{ m} \approx 3,0 \text{ m}$. Joten väite on väärin.

- c) Väite on oikein.

2-12.

- a) Kuvaajan mukaan Pekan nopeus on $v_p = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{50,0 \text{ m}}{80,0 \text{ s}} = 0,625 \text{ m/s}$ ja Villen

$$v_v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{50,0 \text{ m}}{120,0 \text{ s}} = 0,416667 \text{ m/s}.$$

Poikien välinen etäisyys on oltava 10 m: ehto $\Delta x = 10 \text{ m}$ saadaan muotoon $x_p - x_v = 10 \text{ m}$.

Pekan paikan yhtälö on $x_p = 0,625 \text{ m/s} \cdot t$ ja Villen $x_v = 0,416667 \text{ m/s} \cdot t$, joten saadaan yhtälö $0,625 \text{ m/s} \cdot t - 0,416667 \text{ m/s} \cdot t = 10 \text{ m}$.

Yhtälön ratkaisun mukaan hetkellä $t = 48 \text{ s}$ poikien etäisyys on 10 m.

- b) Pekka saapuu järven toiselle puolelle, kun aikaa on kulunut $t = \frac{s}{v} = \frac{75 \text{ m}}{0,625 \text{ m/s}} = 120 \text{ s}$. Tässä ajassa

Ville on uinut matkan $s = vt = 0,416667 \text{ m/s} \cdot 120 \text{ s} = 50,00004 \text{ m}$.

Villellä on uintimatkaa jäljellä $75 \text{ m} - 50,00004 \text{ m} \approx 25 \text{ m}$.

- c) Villellä menee 25 metrin uimiseen aikaa $t = \frac{s}{v} = \frac{25 \text{ m}}{0,416667 \text{ m/s}} = 60 \text{ s}$ eli Pekka saa odottaa Villeä 60 s.

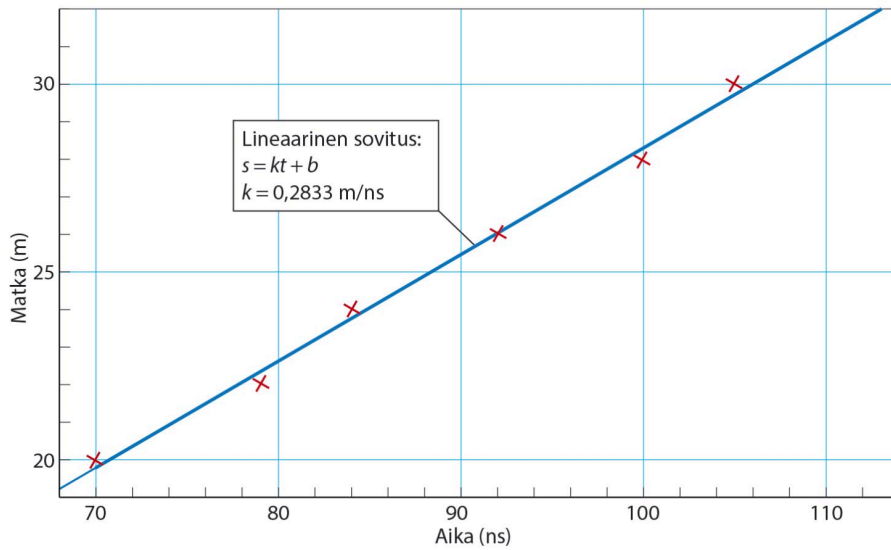
2-13.

Koska valo heijastuu peilistä takaisin, peilin etäisyys on kerrottava kahdella, jotta saadaan valon kulkema matka.

t (ns)	s (m)
70	20,00
79	22,00
84	24,00
92	26,00
100	28,00
105	30,00
113	32,00

2 Tasaisessa liikkeessä nopeus on vakio

Viedään mittausdata mittausohjelmaan.

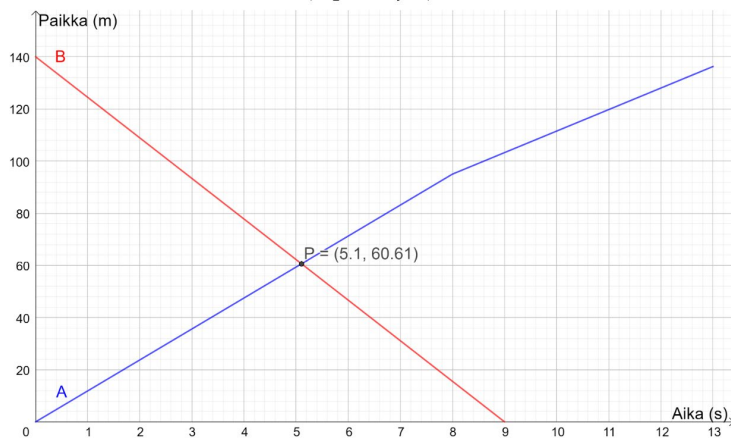


Suoran fysikaalinen kulmakerroin on kysytty valon nopeus eli $c = 0,2833 \text{ m/ns} \approx 2,8 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

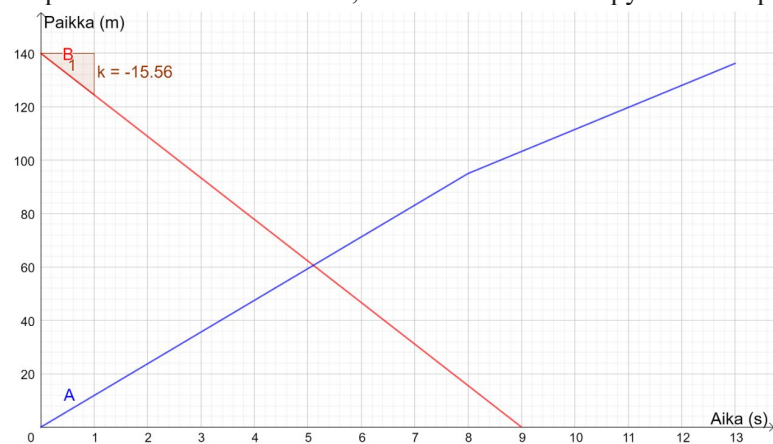
2-14.

Tapa 1 Ratkaisu GeoGebralla

- a) Moottoripyörät ovat samassa paikassa silloin, kun niiden paikan kuvaajat leikkaavat eli hetkellä $t = 5,1 \text{ s}$.

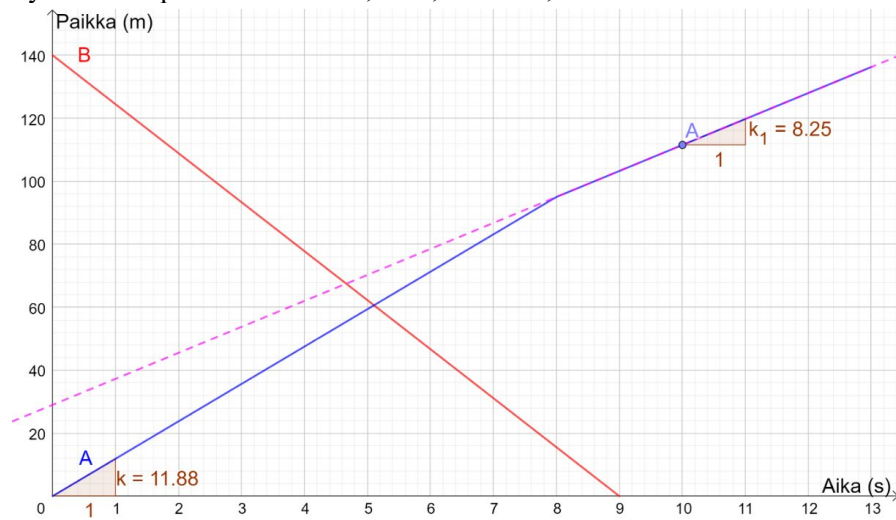


- b) Nopeuden suuruus on 16 m/s , suunta vastakkainen pyörän A nopeudelle.



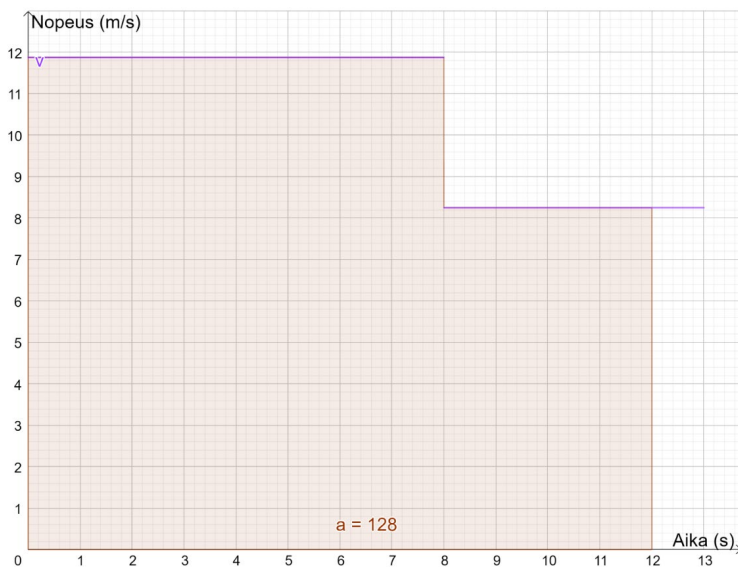
2 Tasaisessa liikkeessä nopeus on vakio

c) Pyörän A nopeus aikavälillä 0,0...8,0 s on 11,88 m/s.



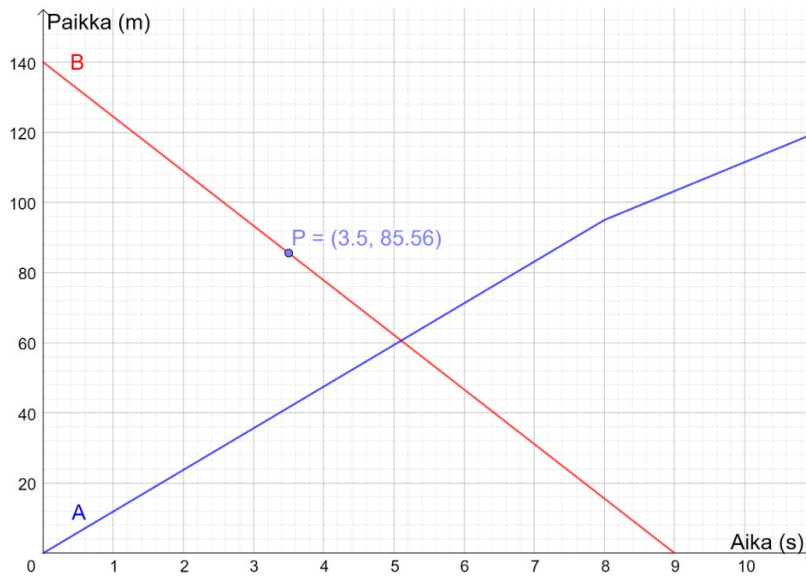
ja aikavälillä 8,0...12,0 s 8,25 m/s.

Pyörän A 12,0 sekunnissa kulkema matka saadaan nopeuden kuvaajasta fysikaalisena pinta-alana:
 $s = 128 \text{ m} \approx 130 \text{ m}$.

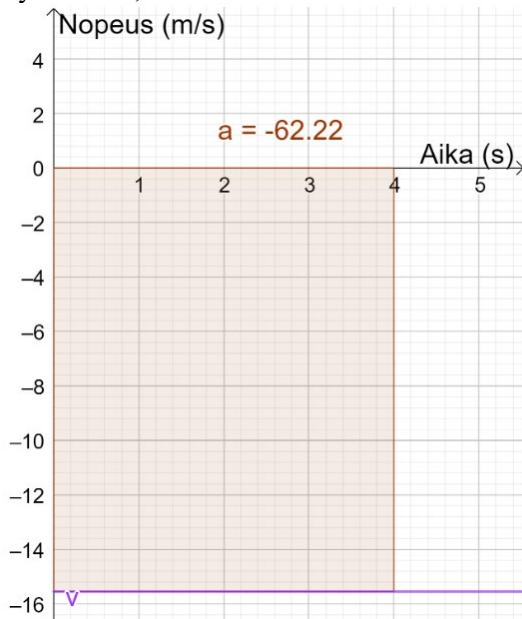


2 Tasaisessa liikkeessä nopeus on vakio

- d) Pyörän B paikka hetkellä 3,5 sekuntia on $x \approx 86$ m.



- e) Pyörän B 4,0 sekunnissa kulkema matka on $s \approx 62$ m.



Tapa 2, perinteisesti

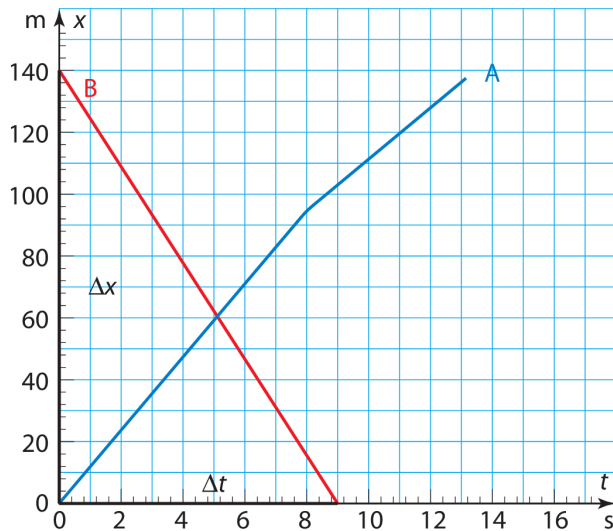
- a) Moottoripyörät ovat samassa paikassa silloin, kun niiden paikan kuvaajat leikkaavat eli hetkellä $t = 5,1$ s.
 b) Valitaan pyörän A liikkeen suunta positiiviseksi.

Pyörä B:

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 0,0 \text{ m} - 140,0 \text{ m} = -140,0 \text{ m ja}$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 9,0 \text{ s} - 0,0 \text{ s} = 9,0 \text{ s.}$$

2 Tasaisessa liikkeessä nopeus on vakio

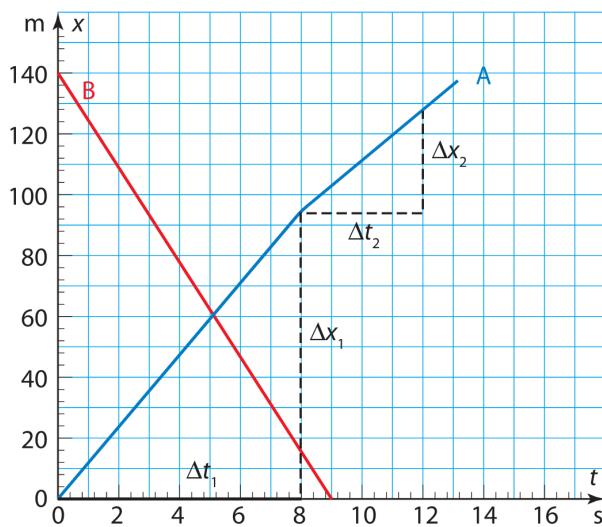


Pyörän B nopeus on

$$v_B = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-140,0 \text{ m}}{9,0 \text{ s}} = -15,5556 \text{ m/s} \approx -16 \text{ m/s}.$$

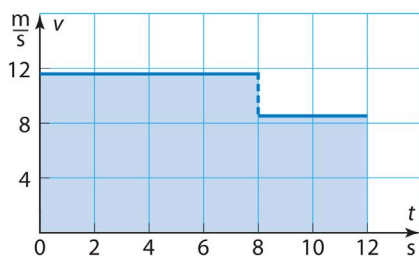
Nopeuden suuruus on 16 m/s, suunta vastakkainen pyörän A nopeudelle.

- c) Pyörän A nopeus aikavälillä 0,0...8,0 s on $v = \frac{\Delta x_1}{\Delta t_1} = \frac{95 \text{ m} - 0,0 \text{ m}}{8,0 \text{ s} - 0,0 \text{ s}} = 11,875 \text{ m/s}.$



ja aikavälillä 8,0...12,0 s $v = \frac{\Delta x_2}{\Delta t_2} = \frac{128 \text{ m} - 95 \text{ m}}{12,0 \text{ s} - 8,0 \text{ s}} = \frac{33 \text{ m}}{4,0 \text{ s}} = 8,25 \text{ m/s}.$

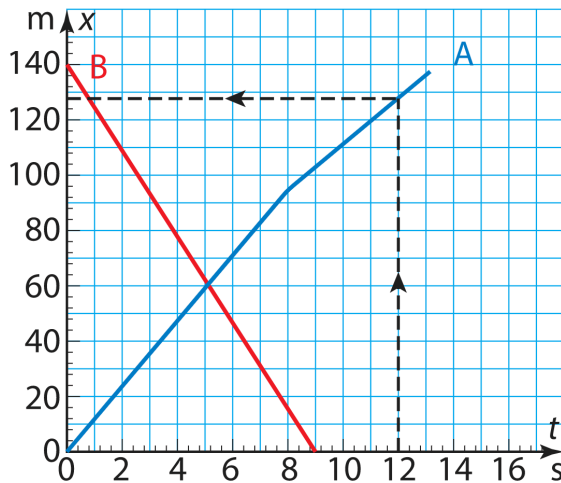
Kuvassa on esitetty moottoripyörän A nopeus ajan funktiona.



2 Tasaisessa liikkeessä nopeus on vakio

Pyörän A 12,0 sekunnissa kulkema matka saadaan nopeuden kuvaajasta fysikaalisena pinta-alana:
 $s = 11,875 \text{ m/s} \cdot 8,0 \text{ s} + 8,25 \text{ m/s} \cdot 4,0 \text{ s} = 128 \text{ m} \approx 130 \text{ m}$.

Matka paikan kuvaajasta:



Matka on 130 m.

- d) Pyörän B paikka hetkellä 3,5 sekuntia on
 $x = x_0 + vt = 140 \text{ m} + (-15,5556 \text{ m/s}) \cdot 3,5 \text{ s} \approx 86 \text{ m}$.
- e) Pyörän B 4,0 sekunnissa kulkema matka on
 $s = vt = |-15,5556 \text{ m/s}| \cdot 4,0 \text{ s} \approx 62 \text{ m}$.

2-15.

- a) Valitaan liikkeen positiiviseksi suunnaksi Sinin liikkeen suunta, paikan nollakohtaksi Sinin lähtöpiste ja ajan nollakohtaksi liikkeelle lähtemisen hetki.

Tällöin Sinin rata on suora, joka alkaa origosta ja jonka fysikaalinen kulmakerroin on

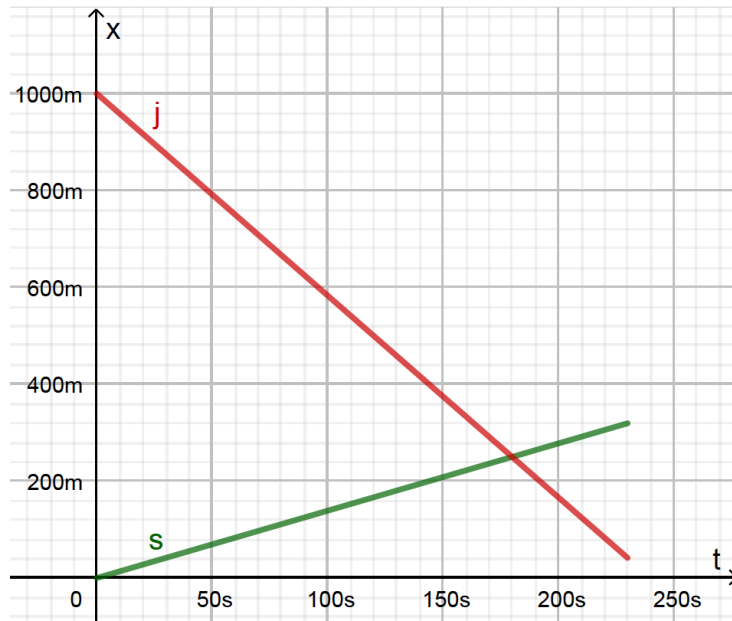
$$5,0 \text{ km/h} = \left(\frac{5,0}{3,6} \right) \text{ m/s}. \text{ Sinin paikkaa ajan funktiona esittää suora } s(t) = \left(\frac{5,0}{3,6} \right) \cdot t.$$

Jonin rata on suora, joka lähtee pisteestä $(t, x) = (0, 1000 \text{ m})$ ja jonka kulmakerroin on

$$-15 \text{ km/h} = \left(-\frac{15}{3,6} \right) \text{ m/s}. \text{ Suoran kulmakerroin on negatiivinen, koska Jonin siirtymä } \Delta x \text{ on negatiivinen.}$$

2 Tasaisessa liikkeessä nopeus on vakio

Jonin paikka ajan funktiona on $j(t) = \left(-\frac{15}{3,6}\right) \cdot t + 1000$. Piirretään kuvaajat piirto-ohjelmaan.



b) Määritetään kuvaajien leikkauspiste matematiikkaohjelmiston avulla:

<input checked="" type="radio"/>	$s(t) = \frac{5}{3,6} t, \quad (0 < t < 230)$	
<input checked="" type="radio"/>	$j(t) = -\frac{15}{3,6} t + 1000, \quad (0 < t < 230)$	⋮
<input type="radio"/>	$A = \text{Leikkauspiste}(s, j, (180, 250))$	⋮
	$\rightarrow (180, 250)$	

Sini ja Joni kohtaavat pisteessä $(t, x) = (180 \text{ s}, 250 \text{ m})$. Kohtaamispaikka on siis 250 m etäisyydellä Sinin lähtöpisteestä ja aikaa lähdöstä on kulunut 180 s.