

1. a) $k = \frac{10}{1} = 10$ V: 10

b) $k = -\frac{30}{1} = -30$ V: -30

c) Pisteiden $(-2, 1)$ ja $(0, 3)$ kautta piirretyn tangentin kulmakerroin

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 1}{0 - (-2)} = \frac{2}{2} = 1 \quad \underline{\underline{V: 1}}$$

2. a) 2x b) 5 c) 0 d) x - 1 e) -12x^2 + 8

3. $f(x) = x^2 - 5x$

a) $f'(x) = \underline{2x - 5}$

b) $f'(3) = 2 \cdot 3 - 5 = \underline{1}$

c)
$$\begin{aligned} 2x - 5 &= -3 \\ 2x &= -3 + 5 \\ 2x &= 2 \quad \parallel : 2 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

4. a) $-2(x - 5) \geq 2$

$$-2x + 10 \geq 2$$

$$-2x \geq 2 - 10$$

$$-2x \geq -8 \quad \parallel : (-2)$$

$$\underline{\underline{x \leq 4}}$$

b) $4x > 4x^2$

$$-4x^2 + 4x > 0$$

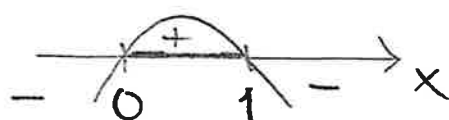
$$-4x^2 + 4x = 0$$

$$4x(-x + 1) = 0$$

$$4x = 0 \text{ tai } -x + 1 = 0$$

$$x = 0 \text{ tai } x = 1$$

Kulkukaavio tai funktion kuvaajan hahmotelma



$$\underline{\underline{V: 0 < x < 1}}$$

TÄI
RATKAISU-
KAAVALLA

5. a) Kasvava $x \leq -2$ tai $x \geq 1$

b) Negatiivinen $x < -3,1$ tai $-0,5 < x < 2,1$
KÄY MYÖS $x < -3$ tai $-0,5 < x < 2$

c) Derivaatta negatiivinen, kun kuvaaja laskeva $-2 \leq x \leq 1$

6. a) $f(x) = -x^2 + 6x$
 $f'(x) = -2x + 6$
 $-2x + 6 = 0$
 $-2x = -6$
 $x = 3$

$$f(-2) = -(-2)^2 + 6 \cdot (-2) \\ = -4 - 12 = -16$$

$$f(3) = -3^2 + 6 \cdot 3 \\ = -9 + 18 = 9$$

$$f(4) = -4^2 + 6 \cdot 4 \\ = -16 + 24 = 8$$

V: Suurin arvo on 9 ja pienin -16

b) $g(x) = 2x + 7$

$$g'(x) = 2$$

Derivaatalla ei nollakohtia

$$f(-3) = 2 \cdot (-3) + 7 = 1$$

$$f(3) = 2 \cdot 3 + 7 = 13$$

V: Suurin arvo on 13 ja pienin 1

7.

☒ $f(x) = -\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + x^2 + 1$

☐ eq1: $x = 1$

☐ $A = \text{Leikkauspiste}(f, \text{eq1})$
 $= (1, 2.08)$

☒ g: $\text{Tangentti}(A, f)$
 $= y = 2x + 0.08$

☐ k = $\text{Kulmakerroin}(g)$
 $= 2$

☐ Ääriarvopisteet(f)
 $= B = (-1, 1.42)$

☐ $C = (0, 1)$

☐ $D = (2, 3.67)$

☒ h: $\text{Tangentti}(B, f)$
 $= y = 1.42$

☒ i: $\text{Tangentti}(C, f)$
 $= y = 1$

☒ j: $\text{Tangentti}(D, f)$
 $= y = 3.67$

≡

⋮

⋮

⋮

⋮

⋮

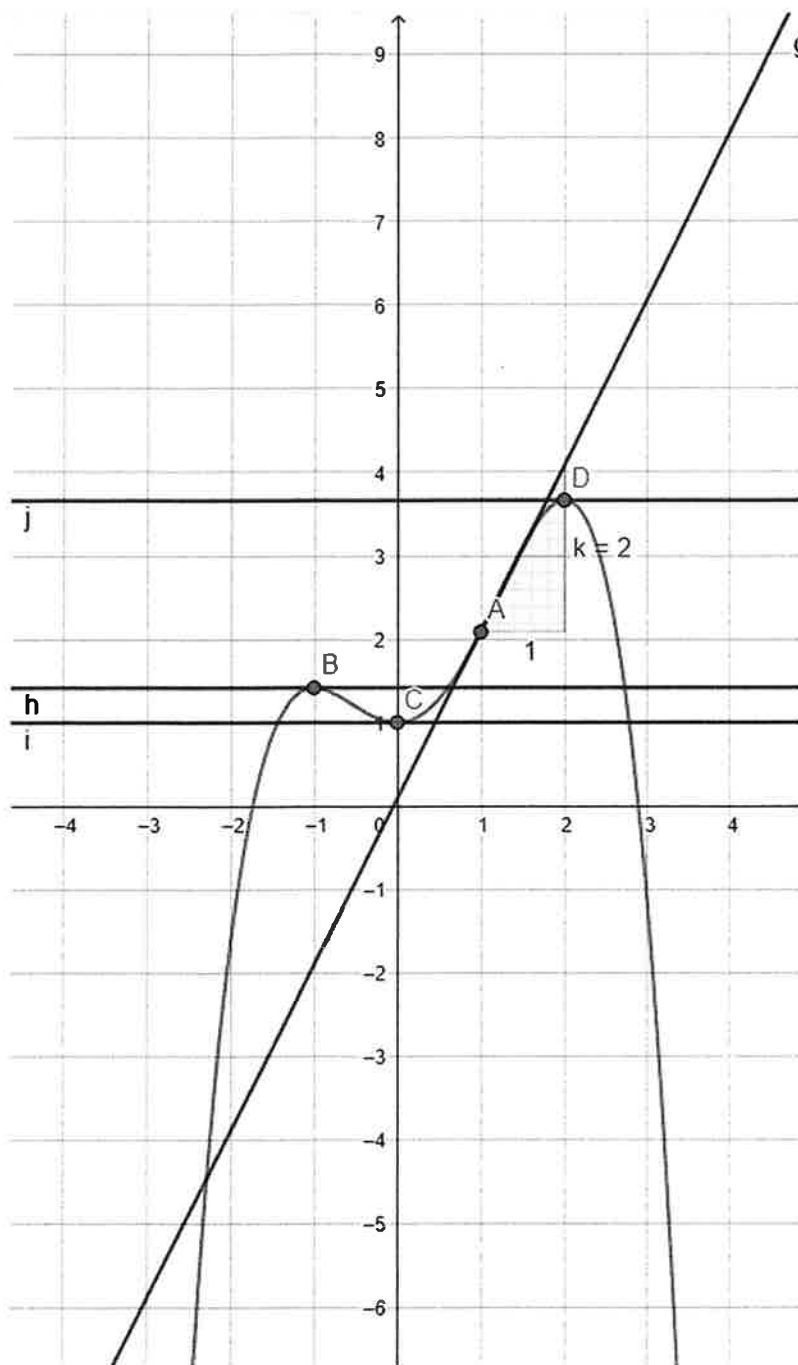
⋮

⋮

⋮

⋮

⋮



V: a) Piste A eli $f(1) = 2,08$. b) $f'(1) = 2$ (kulmakerroin $k=2$).

c) Ääriarvopisteet B, C ja D eli $x = -1$, $x = 0$ tai $x = 2$

8. $f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 7$

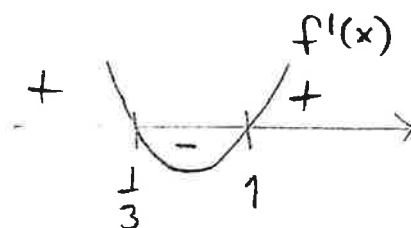
a) $f'(x) = 3x^2 - 4x + 1$

$$3x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$x = \frac{1}{3} \text{ tai } x = 1 \quad (\text{CAS-laskin})$$

b)

	$\frac{1}{3}$		1		
$f'(x)$	+		-		+
$f(x)$	$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$



c) Kasvava $x \leq \frac{1}{3}$ tai $x \geq 1$

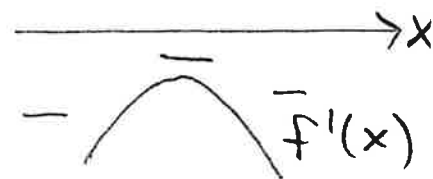
Vähenevä $\frac{1}{3} \leq x \leq 1$

9. a) $f(x) = -x^3 - 6x^2 - 13x + 4$

$$f'(x) = -3x^2 - 12x - 13$$

$$-3x^2 - 12x - 13 = 0$$

Ei nollakohtia.



Derivaattafunktio on aina negatiivinen $\rightarrow$ Funktio $f(x)$ on kaikkialla vähenevä.

10. x voi saada arvoja väliltä $[0, 20]$.

$$3x + y = 60$$

$$y = 60 - 3x$$

Pinta-ala $A(x) = (60 - 3x) \cdot x = 60x - 3x^2$

$$A'(x) = 60 - 6x$$

$$60 - 6x = 0$$

$$-6x = -60 \quad || : (-6)$$

$$x = 10$$

$$A(0) = 60 \cdot 0 - 3 \cdot 0^2 = 0$$

$$A(10) = 60 \cdot 10 - 3 \cdot 10^2 = 300$$

$$A(20) = 60 \cdot 20 - 3 \cdot 20^2 = 0$$

Suurin pinta-ala, kun $x = 10$

$$\rightarrow y = 60 - 3x = 60 - 3 \cdot 10 = 30$$

V: Suurin pinta-ala, kun $x = 10\text{m}$ ja $y = 30\text{m}$