KOKOAVIA TEHTÄVIÄ

YLIOPPILASKOKEEN A-OSAN OHJELMAT SALLITTU

1. Ensimmäisessä vaiheessa on 2 vaihtoehtoa, toisessa vaiheessa 3 ja viimeisessä vaiheessa 2 vaihtoehtoa. Vaihtoehtojen määrä on tuloperiaatteen mukaan $2 \cdot 3 \cdot 2 = 12$.

Kolmen ruokalajin kokonaisuuksia on 12.

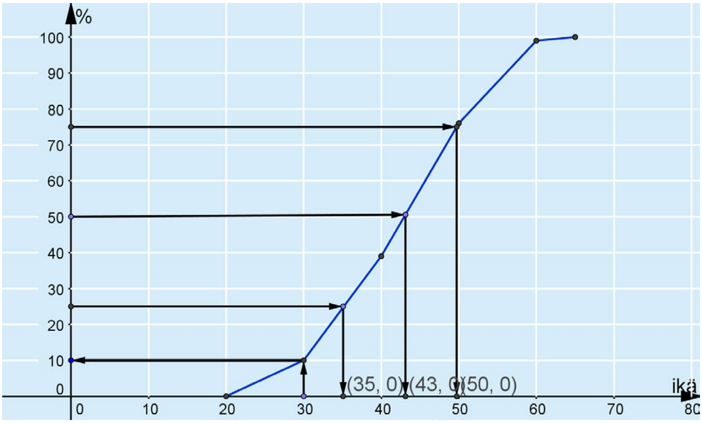
Vastaus: 12 kokonaisuutta

2. Järjestetään poikasmäärät suuruusjärjestykseen:
1, 1, 2, 2, 3, 3, 5, 5, 6, 6, 6, 7, 7.

Huomataan, että lukumäärää 6 on eniten, joten moodi Mo = 6.
Järjestetyn aineiston keskimmäinen arvo on 5, joten mediaani Md = 5.

Vastaus: Mo = 6, Md = 5

3. Piirroksessa havainnollistetaan sitä, miten vastaukset luetaan kuvaajasta.



a) Mediaani-ikä on ikä, jota nuorempia ja vanhempia on puolet palomiehistä. Etsitään y-akselilta arvo 50 % ja huomataan, että sitä vastaava x-akselin arvo on noin 43 vuotta.

Vastaus: n. 43 vuotta

b) Kuvaajasta nähdään, että 25 % palomiehistä oli nuorempia kuin 35 vuotta. Alakvartiili oli siis 35 vuotta.

Vastaus: n. 35 vuotta

c) Kuvaajasta nähdään, että 75 % palomiehistä oli vanhempia kuin 50 vuotta. Alakvartiili oli siis 50 vuotta.

Vastaus: n. 50 vuotta

d) Katsotaan kuvaajalta mikä y-akselin arvo vastaa x-akselin arvoa 30 vuotta. Prosenttiluku on noin 10.

Vastaus: n. 10 %

e) 50 vuotta on yläkvartiili-ikä, joten 50 vuotta täyttäneitä oli 25 %.

Vastaus: n. 25 %

4. Kysytty todennäköisyys voidaan laskea geometrisena todennäköisyytenä. Käytetään geometrisena mittana pituutta. Koko putken pituus on 32 m ja suotuisan osan pituus on 32 m − 4 m = 28 m.

Kysytty todennäköisyys on

$P(\text{tukos ei ole varaston alla}) = \frac{28}{32}^{(4} = \frac{7}{8} = 0{,}875 \approx 0{,}88.$

Todennäköisyys sille, että tukos ei ole varaston alla, on 0,88.

Vastaus: $\frac{7}{8} \approx 0{,}88$

5. **a)** Tutkitaan vaihtoehdot I–VII yksi kerrallaan.

Tapahtumassa I kuutosia voi olla enemmänkin, koska muista heitoista ei tiedetä. Ehto ei siis välttämättä täyty.

Tapahtumassa II saadaan 2 kuutosta, joten ehto ei täyty.

Tapahtumassa III saadaan yksi kuutonen ja muilla kerroilla ei saada kuutosta, joten ehto täyttyy varmasti.

Tapahtumassa IV kuutosia voi olla enemmän kuin yksi, joten ehto ei välttämättä täyty.

Tapahtumassa V kuutosia ei välttämättä saada yhtään, joten ehto ei välttämättä täyty.

Tapahtumassa VI ei saada kuutosia, joten ehto ei täyty.

Tapahtumassa VII kuutosia saadaan kaksi, joten ehto ei täyty.

Vastaus: III

b) Tutkitaan tapahtumat I–VII yksi kerrallaan.

Tapahtumassa I saadaan ensin kuutonen ja ehkä vielä lisää kuutosia, joten ehto täyttyy varmasti.

Tapahtumassa II saadaan 2 kuutosta, joten ehto täyttyy varmasti.

Tapahtumassa III saadaan aluksi yksi kuutonen, joten ehto täyttyy varmasti.

Tapahtumassa IV kuutosia saadaan vähintään yksi, joten ehto täyttyy varmasti.

Tapahtumassa V kuutosia ei välttämättä saada yhtään, joten ehto ei välttämättä täyty.

Tapahtumassa VI ei saada kuutosia, joten ehto ei täyty.

Tapahtumassa VII kuutosia saadaan kaksi, joten ehto täyttyy varmasti.

Vastaus: I, II, III, IV ja VII

6. **a)** Opiskelijoita oli yhteensä 120. Kuvan mukaan 3 opiskelijaa valitsi kaikkien aineiden syventäviä kursseja, joten kysytty todennäköisyys on

P(opiskelee kaikkien aineiden syventäviä kursseja)

$$=\frac{3}{120}^{(3}=\frac{1}{40}=0,025.$$

Satunnainen opiskelija opiskelee kaikkien aineiden syventäviä kursseja todennäköisyydellä $\frac{1}{40}=0,025$.

Vastaus: $\frac{1}{40}=0,025$

b) Fysiikan opiskelijoita oli 25. Heistä 3 opiskeli kaikkien muidenkin aineiden syventäviä kursseja, joten kysytty todennäköisyys on

P(fysiikkaa opiskeleva opiskelee kaikkien muidenkin aineiden syventäviä kursseja) $=\frac{3}{25}=0{,}12.$

Fysiikkaa opiskeleva opiskelee myös kaikkien muiden aineiden syventäviä kursseja todennäköisyydellä $\frac{3}{25}=0{,}12$.

Vastaus: $\frac{3}{25}=0{,}12$

c) Kuvan mukaan matematiikan ja fysiikan syventäviä kursseja oli valinnut 10 + 10 + 2 + 3 = 25 opiskelijaa, ja heistä 10 ei ollut valinnut biologiaa eikä kemiaa. Kysytty todennäköisyys on siis

P(matematiikan ja fysiikan syventäviä kursseja opiskeleva ei opiskele biologiaa eikä kemiaa) $=\frac{10}{25}^{(5}=\frac{2}{5}=0{,}4.$

Todennäköisyys sille, että matematiikan ja fysiikan syventäviä kursseja opiskeleva ei opiskele biologiaa eikä kemiaa, on $\frac{2}{5}=0{,}4$.

Vastaus: $\frac{2}{5}=0{,}4$

7. Taulukoidaan tiedot.

	Sinisilmäisiä	Ruskeasilmäisiä	Yhteensä
16-vuotias	12	10	22
17-vuotias	4	8	12
Yhteensä	16	18	34

a) Ryhmässä on 34 henkilöä, joista 4 on 17-vuotiaita sinisilmäisiä. Kysytty todennäköisyys on

P(valittu henkilö on 17-vuotias sinisilmäinen)

$$=\frac{4}{34}^{(2}=\frac{2}{17}=0{,}117\ldots\approx 0{,}12.$$

Ryhmästä umpimähkään valittu henkilö on 17-vuotias sinisilmäinen todennäköisyydellä $\frac{2}{17}\approx 0{,}12$.

Vastaus: $\frac{2}{17}\approx 0{,}12$

b) Ryhmässä oli 18 ruskeasilmäistä, joista 8 oli 17-vuotiaita. Kysytty todennäköisyys on

P(valittu ruskeasilmäinen on 17-vuotias)

$$=\frac{8}{18}^{(2}=\frac{4}{9}=0{,}444\ldots\approx 0{,}44.$$

Ryhmästä umpimähkään valittu ruskeasilmäinen on 17-vuotias todennäköisyydellä $\frac{4}{9}\approx 0{,}44$

Vastaus: $\frac{4}{9}\approx 0{,}44$

YLIOPPILASKOKEEN B-OSAN OHJELMAT SALLITTU

8. Parittomia numeroita ovat 1, 3, 5, 7 ja 9. Ensimmäinen numero voi olla mikä tahansa niistä, joten sille on 5 vaihtoehtoa.

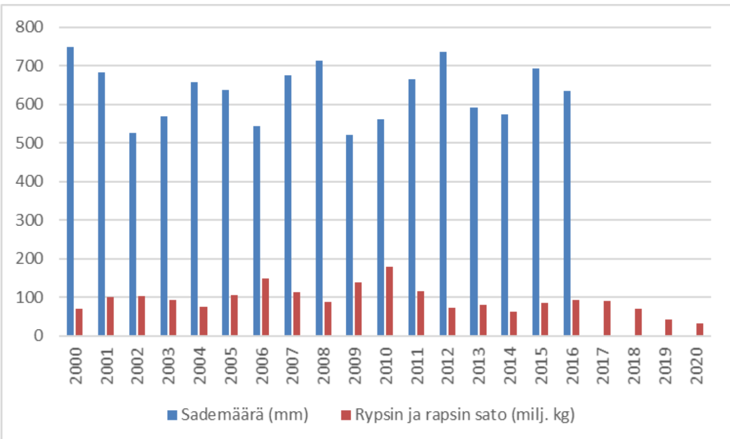
Koska mikään numero ei esiinny kuin kerran, niin toinen numero ei voi olla sama kuin ensimmäinen, joten toiselle numerolle on 4 vaihtoehtoa. Vastaavasti kolmannelle numerolle on 3 vaihtoehtoa ja neljännelle numerolle 2 vaihtoehtoa.

Tuloperiaatteen mukaan erilaisia tunnuslukuvaihtoehtoja on
$5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 120$.

Jere joutuu arvaamaan 120:n eri tunnusluvun joukosta.

Vastaus: 120:n eri tunnusluvun

9. **a)** Piirretään pylväskaavio taulukkolaskentaohjelmalla.



b) Määritetään keskiarvot ja keskihajonnat GeoGebralla.

Sademäärä:

n	17
Keskiarvo	631.3529
σ	71.6798
s	73.8858
Σx	10733
Σx²	6863657
Min	520
Q1	565
Mediaani	637
Q3	688
Max	750

Sademäärän keskiarvo on $\overline{x} \approx 631$ mm ja keskihajonta $s \approx 71{,}7$ mm

Rypsi- ja rapsisato:

n	21
Keskiarvo	93.4619
σ	33.1732
s	33.9924
Σx	1962.7
Σx²	206547.35
Min	31.2
Q1	72.05
Mediaani	91.2
Q3	109.6
Max	178.5

Rypsi- ja rapsisadon keskiarvo on $\overline{x} \approx 93{,}5$ miljoonaa kilogrammaa ja keskihajonta $s \approx 33{,}2$ miljoonaa kilogrammaa.

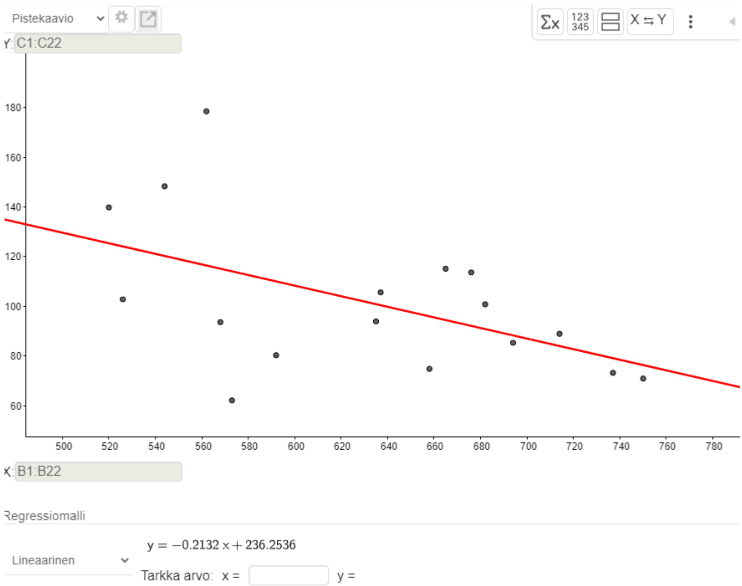
Vastaus: sademäärä: $\overline{x} \approx 631$ mm s ≈ 71,7 mm,
sato: $\overline{x} \approx 93{,}5$ milj. kg, $s \approx 33{,}2$ milj. kg

c) Sademäärän ja sadon välinen korrelaatiokerroin ja selitysaste ovat $r \approx -0{,}52$ ja $r^2 \approx 0{,}27$. Korrelaatio on kohtalainen ja negatiivinen eli sademäärän kasvaessa sato vähenee. Sademäärä selittää noin 27 % rypsi- ja rapsisadon vaihtelusta.

KeskiarvoX	631.3529
KeskiarvoY	101.6176
Sx	73.8858
Sy	30.5466
r	-0.5158
ρ	-0.5196
Sxx	87345.8824
VarianssiY	14929.5647
Sxy	-18626.5059
R²	0.2661
SSE	10957.4631

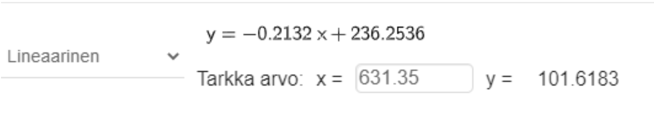
Vastaus: $r \approx -0{,}52$ ja $r^2 \approx 0{,}27$. Korrelaatio on kohtalainen ja negatiivinen eli sademäärän kasvaessa sato vähenee. Sademäärä selittää noin 27 % rypsi- ja rapsisadon vaihtelusta.

d) Sademäärän ja sadon riippuvuutta kuvaavan regressiosuoran yhtälö on $y = -0{,}21x + 236{,}25$.



Vastaus: $y = -0{,}21x + 236{,}25$

e) Arvio rypsi- ja rapsisadosta saadaan sijoittamalla regressiosuoran yhtälöön sademäärän keskiarvo $\overline{x} = 631{,}35$.



Ohjelma antaa rypsi- ja rapsisadon suuruudeksi
101,6 milj. kg ≈ 102 milj. kg.

Vastaus: 102 milj.kg

10. **a)** Lasketaan kuinka monella tavalla kuuden koria voidaan valita 10 heiton joukosta. $\binom{10}{6} = 210,$ joten kysyttyjä sarjoja on 210.

Erilaisia 10 heiton sarjoja, joissa Jaajo saa tasan 6 koria, on 210.

Vastaus: 210 sarjaa

b) Todennäköisyys, että pallo menee koriin, on 0,7, joten todennäköisyys, että pallo ei mene koriin, on $1 - 0{,}7 = 0{,}3$.

Ensimmäinen menee koriin todennäköisyydellä 0,7, samoin toinen jne.

Kertolaskusäännön perusteella
P(6 ensimmäistä koriin ja loput 4 ohi)
$= 0{,}7 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}3$
$= 0{,}7^6 \cdot 0{,}3^4 = 0{,}000952\ldots = 0{,}0952\ldots\ \% \approx 0{,}095\ \%$

Todennäköisyys sille, että 10 heiton sarjassa 6 ensimmäistä heittoa menee koriin ja loput 4 ohi, on 0,095 %.

Vastaus: 0,095 %

11. Kättelyssä muodostuu pari eli kahden henkilön joukko, joten kun juhlissa on n vierasta, kättelyiden määrä on $\binom{n}{2}$. Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan siitä n.

$$\binom{n}{2} = 276$$

```
1  ratkaise(nCr(n, 2) = 276)
   → {n = 24}
```

Ohjelmalla yhtälön ratkaisuksi saadaan $n = 24$.
Vieraita oli siis 24.

Vastaus: 24 vierasta

12. **a)** Videossa https://vimeo.com/228962982/ab57c28031 näytetään, miten tehtävä ratkaistaan ohjelmalla.

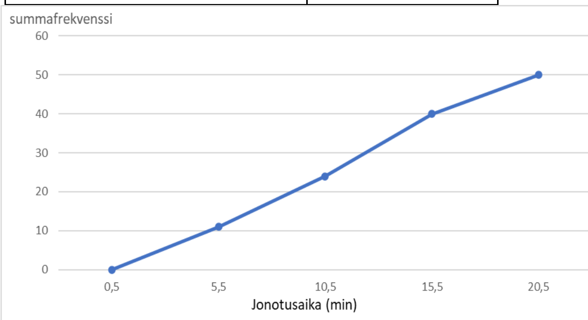
n	50
Keskiarvo	10.48
σ	5.2278
s	5.2808
Σx	524
Σx²	6858
Min	1
Q1	6
Mediaani	11
Q3	15
Max	20

Vastaus: Mo = 11 min ja Mo = 15 min, Md = 11 min, $\bar{x} \approx 10{,}5$ min
$s \approx 5{,}2$ min

b) Videossa https://vimeo.com/228962982/ab57c28031 näytetään, miten tehtävä voidaan ratkaista ohjelmalla.

Vastaus:

jonotusaika (min)	frekvenssi
0,5–5,5	11
5,5–10,5	13
10,5–15,5	16
15,5–20,5	10



13. Puhelin ei joudu korjattavaksi, jos kaikki 150 osaa pysyvät ehjinä. Todennäköisyys, että yksittäinen osa pysyy ehjänä, on
100 % − 1 % = 99 %.
Lasketaan todennäköisyys sille, että kaikki osat pysyvät ehjinä.

P(puhelimen kaikki 150 osaa pysyvät ehjinä)
= 0,99150 = 0,221… ≈ 0,22

Todennäköisyys sille, että ainakin yksi osa rikkoontuu, on

P(ainakin yksi osa rikkoutuu)
= 1 – P(kaikki osat pysyvät ehjinä)
= 1 – 0,221... = 0,778… ≈ 0,78 = 78 %.

Vastaus: Todennäköisyys, että ainakin 1 osa rikkoutuu, on noin 78 %.

14. **a)** Lasketaan todennäköisyys sille, että toinen osapuoli on syntynyt tammikuussa ja toinen kesäkuussa.

P(toinen tammikuussa ja toinen kesäkuussa)
$= P$(1. tammikuussa ja 2. kesäkuussa, tai 1. kesäkuussa ja 2. tammikuussa)
$= P$(1. tammikuussa) · P(2. kesäkuussa)
$+ P$(1. kesäkuussa) · P(2. tammikuussa)

$$=\frac{1}{12}\cdot\frac{1}{12}+\frac{1}{12}\cdot\frac{1}{12}=\frac{1}{72}=0{,}0138\ldots\approx 0{,}014$$

Toinen osapuoli on syntynyt tammikuussa ja toinen kesäkuussa todennäköisyydellä 0,014.

Vastaus: $\frac{1}{72}\approx 0{,}014$

b) Jos molemmat ovat syntyneet samassa kuussa, voi ensimmäinen olla syntynyt missä kuussa tahansa, ja toisen pitää olla syntynyt samassa kuussa.

P(molemmat samassa kuussa)
$= P$(toinen samassa kuussa kuin ensimmäinen)

$$=\frac{1}{12}=0{,}0833\ldots\approx 0{,}083$$

Molemmat ovat syntyneet samassa kuussa todennäköisyydellä 0,083.

Vastaus: $\frac{1}{12}\approx 0{,}083$

c) Jos pari on syntynyt peräkkäisinä kuukausina, ensimmäinen voi olla syntynyt missä kuussa tahansa, ja toisen pitää olla syntynyt joko edellisenä tai seuraavana kuukautena.

P(peräkkäisinä kuukausissa)
= P(toinen edellisenä tai seuraavana kuin ensimmäinen)
$$=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}=0{,}166...\approx 0{,}17$$

Syntymäpäivät ovat peräkkäisinä kuukausina todennäköisyydellä 0,17.

Vastaus: $\frac{1}{6}\approx 0{,}17$