

## 3.3 Potenssiyhtälö

### LUO PERUSTA

346. a)  $3^2 = 9$ , joten  $x = 3$  on yhtälön  $x^2 = 9$  ratkaisu.  
 $(-3)^2 = 9$ , joten  $x = -3$  on yhtälön  $x^2 = 9$  ratkaisu.
- b)  $3^3 = 27$ , joten  $x = 3$  on yhtälön  $x^3 = 27$  ratkaisu.  
 $(-3)^3 = -27$ , joten  $x = -3$  ei ole yhtälön  $x^3 = 27$  ratkaisu.
- c)  $3^2 = 9$ , joten  $x = 3$  ei ole yhtälön  $x^2 = -9$  ratkaisu.  
 $(-3)^2 = 9$ , joten  $x = -3$  ei ole yhtälön  $x^2 = -9$  ratkaisu.
- d)  $3^3 = 27$ , joten  $x = 3$  ei ole yhtälön  $x^3 = -27$  ratkaisu.  
 $(-3)^3 = -27$ , joten  $x = -3$  on yhtälön  $x^3 = -27$  ratkaisu.

Vastaus: **a)** Sekä luku  $x = 3$  että  $x = -3$  ovat ratkaisuja.

- b)** Vain luku  $x = 3$  on ratkaisu.  
**c)** Kumpikaan luvuista ei ole ratkaisu.  
**d)** Vain luku  $x = -3$  on ratkaisu.

347. a)  $x^2 = 49$   
 $x = \sqrt{49}$  tai  $x = -\sqrt{49}$   
 $x = 7$        $x = -7$
- b)  $x^2 = 1$   
 $x = \sqrt{1}$  tai  $x = -\sqrt{1}$   
 $x = 1$        $x = -1$
- c)  $x^3 = 125$   
 $x = \sqrt[3]{125}$   
 $x = 5$

$$\begin{aligned} \text{d)} \quad x^3 &= 0 \\ x &= \sqrt[3]{0} \\ x &= 0 \end{aligned}$$

Vastaus: **a)**  $x = 7$  tai  $x = -7$  **b)**  $x = 1$  tai  $x = -1$  **c)**  $x = 5$   
**d)**  $x = 0$

348. **a)**  $x^2 = 7$   
 $x = \sqrt{7}$  tai  $x = -\sqrt{7}$

**b)**  $x^2 = -81$   
Minkään luvun toinen potenssi ei ole negatiivinen, joten yhtälöllä ei ole ratkaisua.

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad x^3 &= -27 \\ x &= \sqrt[3]{-27} \\ x &= -3 \end{aligned}$$

$\sqrt[3]{(-27 ; 3)}$

$$= -3$$

$$\begin{aligned} \text{d)} \quad x^3 &= 0,008 \\ x &= \sqrt[3]{0,008} \\ x &= 0,2 \end{aligned}$$

$\sqrt[3]{(0,008 ; 3)}$

$$= 0,2$$

Vastaus: **a)**  $x = \sqrt{7}$  tai  $x = -\sqrt{7}$  **b)** Ei ratkaisuja. **c)**  $x = -3$   
**d)**  $x = 0,2$

349. **a)**  $x^2 + 6 = 295$   
 $x^2 = 289$   
 $x = \sqrt{289}$  tai  $x = -\sqrt{289}$   
 $x = 17$                        $x = -17$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad -x^2 + 4 &= 12 \\ -x^2 &= -16 \quad \| :(-1) \\ x^2 &= 16 \\ x &= \sqrt{16} \text{ tai } x = -\sqrt{16} \\ x &= 4 \quad \quad x = -4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad x^3 - 4 &= 212 \\ x^3 &= 216 \\ x &= \sqrt[3]{216} \\ x &= 6 \end{aligned}$$

Vastaus: **a)**  $x = 17$  tai  $x = -17$       **b)**  $x = 4$  tai  $x = -4$       **c)**  $x = 6$

$$\begin{aligned} 350. \quad \text{a)} \quad 2x^2 - 3 &= 47 \\ 2x^2 &= 50 \quad \quad \| :2 \\ x^2 &= 25 \\ x &= \sqrt{25} \text{ tai } x = -\sqrt{25} \\ x &= 5 \quad \quad x = -5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad -3x^2 + 250 &= -50 \\ -3x^2 &= -300 \quad \quad \| :(-3) \\ x^2 &= 100 \\ x &= \sqrt{100} \text{ tai } x = -\sqrt{10} \\ x &= 10 \quad \quad x = -10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad 6 + 4x^3 &= 2 \\ 4x^3 &= -4 \quad \quad \| :4 \\ x^3 &= -1 \\ x &= \sqrt[3]{-1} \\ x &= -1 \end{aligned}$$

Vastaus: **a)**  $x = 5$  tai  $x = -5$       **b)**  $x = 10$  tai  $x = -10$       **c)**  $x = -1$

351. a)  $\frac{x^2}{2} = 7 \quad \parallel \cdot 2$   
 $x^2 = 14$   
 $x = \sqrt{14}$  tai  $x = -\sqrt{14}$

b)  $3x^3 + 2 = -22$   
 $3x^3 = -24 \quad \parallel : 3$   
 $x^3 = -8$   
 $x = \sqrt[3]{-8}$   
 $x = -2$

c)  $\frac{x^2}{3} - 12 = 0$   
 $\frac{x^2}{3} = 12 \quad \parallel \cdot 3$   
 $x^2 = 36$   
 $x = \sqrt{36}$  tai  $x = -\sqrt{36}$   
 $x = 6 \quad x = -6$

Vastaus: a)  $x = \sqrt{14}$  tai  $x = -\sqrt{14}$     b)  $x = -2$     c)  $x = 6$  tai  $x = -6$

352.  $4x^2 - 13 = -1$   
 $4x^2 = 12 \quad \parallel : 4$   
 $x^2 = 3$   
 $x = \sqrt{3}$     tai  $x = -\sqrt{3}$   
 $x = 1,732\dots$      $x = -1,732\dots$   
 $x \approx 1,73$      $x \approx -1,73$

Vastaus:  $x = \sqrt{3} \approx 1,73$  tai  $x = -\sqrt{3} \approx -1,73$

353. a) Suorakulmion pinta-ala lasketaan kertomalla kanta  $2x$  korkeudella  $x$ .

$$2x \cdot x = 121$$

$$2x^2 = 122 \quad \parallel : 2$$

$$x^2 = 61$$

$$x = \sqrt{61} \text{ tai } x = -\sqrt{61}$$

Korkeus ei voi olla negatiivinen, joten on oltava  $x = \sqrt{61}$ .

- b) Kolmion pinta-ala on puolet kannan  $4x$  ja korkeuden  $3x$  tulosta.

$$\frac{1}{2} \cdot 4x \cdot 3x = 120$$

$$6x^2 = 120 \quad \parallel : 6$$

$$x^2 = 20$$

$$x = \sqrt{20} \quad \text{tai } x = -\sqrt{20}$$

$$x = 4,472... \quad x = -4,472...$$

Korkeus  $3x$  ei voi olla negatiivinen, joten täytyy olla  $x = 4,472...$

Nyt  $3x = 3 \cdot 4,472... = 13,41... \approx 13,4$  cm.

Vastaus: a)  $\sqrt{60}$       b) 13,4 cm

## VAHVISTA OSAAMISTA

354. a)  $x^2 = 6$

$$x = \sqrt{6} \quad \text{tai } x = -\sqrt{6}$$

$$x = 2,4494... \quad x = -2,4494...$$

$$x \approx 2,449 \quad x \approx -2,449$$

b)  $(-2,449)^2 = 5,997601 \neq 6$  ja  $2,449^2 = 5,997601 \neq 6$

Luvut  $-2,449$  ja  $2,449$  eivät siis ole yhtälön  $x^2 = 6$  ratkaisuja.

Vastaus: a)  $x = \sqrt{6} \approx 2,449$  tai  $x = -\sqrt{6} \approx -2,449$       b) eivät ole

355. a) Luvun  $x$  neliön  $x^2$  vastaluku on  $-x^2$ .

Tätä vastaa siis yhtälö VI.

$$-x^2 = 9 \quad ||: (-1)$$

$$x^2 = -9$$

ei ratkaisua

- b) Luvun  $x$  vastaluvun  $-x$  neliö on  $(-x)^2$ .

Tätä vastaa siis yhtälö I.

$$(-x)^2 = 9$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \sqrt{9} \text{ tai } x = -\sqrt{9}$$

$$x = 3 \quad x = -3$$

- c) Lukujen  $x$  ja 3 neliöiden  $x^2$  ja  $3^2$  erotus on  $x^2 - 3^2$ .

Tätä vastaa siis yhtälö IV.

$$x^2 - 3^2 = 0$$

$$x^2 - 9 = 0$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \sqrt{9} \text{ tai } x = -\sqrt{9}$$

$$x = 3 \quad x = -3$$

Vastaus: a) VI, ei ratkaisua b) I,  $x = 3$  tai  $x = -3$  c) IV,  $x = 3$  tai  $x = -3$

356. a) Ratkaisussa on unohdettu negatiivinen vaihtoehto.

Ratkaisu:

$$x^2 = 16$$

$$x = \sqrt{16} \text{ tai } x = -\sqrt{16}$$

$$x = 4 \quad x = -4$$

- b) Ratkaisussa on mukana negatiivinen vaihtoehto, joka ei kuulu tähän.

Ratkaisu:

$$x^3 = 125$$

$$x = \sqrt[3]{125}$$

$$x = 5$$

Vastaus: a) unohdettu negatiivinen vaihtoehto,  $x = 4$  tai  $x = -4$

b) mukana negatiivinen vaihtoehto, joka ei kuulu tähän  $x = 5$

$$\begin{aligned}
 357. \quad \text{a)} \quad x^2 + \frac{1}{4} &= \frac{1}{2} \\
 x^2 &= \frac{2}{4} - \frac{1}{4} \\
 x^2 &= \frac{2-1}{4} \\
 x^2 &= \frac{1}{4} \\
 x &= \sqrt{\frac{1}{4}} \quad \text{tai} \quad x = -\sqrt{\frac{1}{4}} & \parallel \frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 2} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \\
 x &= \frac{1}{2} \quad \quad \quad x = -\frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b)} \quad 16x^2 - 9 &= 0 \\
 16x^2 &= 9 \quad \parallel :16 \\
 x^2 &= \frac{9}{16} \\
 x &= \sqrt{\frac{9}{16}} \quad \text{tai} \quad x = -\sqrt{\frac{9}{16}} & \parallel \frac{9}{16} = \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 4} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 \\
 x &= \frac{3}{4} \quad \quad \quad x = -\frac{3}{4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c)} \quad 4x^2 - 9 &= 16 \\
 4x^2 &= 25 \quad \parallel :4 \\
 x^2 &= \frac{25}{4} \\
 x &= \sqrt{\frac{25}{4}} \quad \text{tai} \quad x = -\sqrt{\frac{25}{4}} & \parallel \frac{25}{4} = \frac{5 \cdot 5}{2 \cdot 2} = \left(\frac{5}{2}\right)^2 \\
 x &= \frac{5}{2} \quad \quad \quad x = -\frac{5}{2}
 \end{aligned}$$

Vastaus: **a)**  $x = \frac{1}{2}$  tai  $x = -\frac{1}{2}$       **b)**  $x = \frac{3}{4}$  tai  $x = -\frac{3}{4}$

**c)**  $x = \frac{5}{2}$  tai  $x = -\frac{5}{2}$

358. a)  $\frac{4}{7}x^2 = 1\frac{3}{4}$

$$\frac{4}{7}x^2 = \frac{7}{4} \parallel \cdot \frac{7}{4}$$

$$x^2 = \frac{49}{16}$$

$$x = \sqrt{\frac{49}{16}} \text{ tai } x = -\sqrt{\frac{49}{16}} \quad \parallel \frac{49}{16} = \frac{7 \cdot 7}{4 \cdot 4} = \left(\frac{7}{4}\right)^2$$

$$x = \frac{7}{4} \quad x = -\frac{7}{4}$$

$$x = 1\frac{3}{4} \quad x = -1\frac{3}{4}$$

TAI

$$\frac{4}{7}x^2 = 1\frac{3}{4}$$

$$\frac{4}{7}x^2 = \frac{7}{4} \parallel \cdot 7$$

$$\frac{4}{\cancel{7}} \cdot \frac{\cancel{7}}{1} x^2 = \frac{7}{4} \cdot \frac{7}{1}$$

$$4x^2 = \frac{49}{4} \parallel : 4$$

$$x^2 = \frac{49}{4} : 4$$

$$x^2 = \frac{49}{4} \cdot \frac{1}{4}$$

$$x^2 = \frac{49}{16}$$

$$x = \sqrt{\frac{49}{16}} \text{ tai } x = -\sqrt{\frac{49}{16}} \quad \parallel \frac{49}{16} = \frac{7 \cdot 7}{4 \cdot 4} = \left(\frac{7}{4}\right)^2$$

$$x = \frac{7}{4} \quad x = -\frac{7}{4}$$

$$x = 1\frac{3}{4} \quad x = -1\frac{3}{4}$$

**b)**  $x^2 - 0,64 = 0$

$$x^2 = 0,64$$

$$x = \sqrt{0,64} \text{ tai } x = -\sqrt{0,64}$$

$$x = 0,8 \quad x = -0,8$$

$\sqrt{(0,64)}$

= 0,8

**c)**  $2x^2 - 0,5 = 0$

$$2x^2 = 0,5 \quad \parallel : 2$$

$$x^2 = 0,25$$

$$x = \sqrt{0,25} \text{ tai } x = -\sqrt{0,25}$$

$$x = 0,5 \quad x = -0,5$$

$\sqrt{(0,25)}$

= 0,5

Vastaus: **a)**  $x = \frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$  tai  $x = -\frac{7}{4} = -1\frac{3}{4}$     **b)**  $x = 0,8$  tai  $x = -0,8$

**c)**  $x = 0,5$  tai  $x = -0,5$

**359. a)**  $(3x)^3 - 54 = 0$

$$3^3 x^3 - 54 = 0$$

$$27x^3 - 54 = 0$$

$$27x^3 = 54 \quad \parallel : 27$$

$$x^3 = 2$$

$$x = \sqrt[3]{2}$$

**b)**  $4 - (-2x)^2 = 0$

$$4 - (-2)^2 x^2 = 0$$

$$4 - 4x^2 = 0$$

$$-4x^2 = -4 \quad \parallel : (-4)$$

$$x^2 = 1$$

$$x = \sqrt{1} \text{ tai } x = -\sqrt{1}$$

$$x = 1 \quad x = -1$$

$$\text{c) } \left(-\frac{x}{2}\right)^2 = 9^{-1}$$

$$\left(\frac{x}{-2}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

$$\frac{x^2}{(-2)^2} = \frac{1}{9}$$

$$\frac{x^2}{4} = \frac{1}{9} \quad \parallel \cdot 4$$

$$x^2 = \frac{4}{9}$$

$$x = \sqrt{\frac{4}{9}} \text{ tai } x = -\sqrt{\frac{4}{9}} \quad \parallel \frac{4}{9} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 3} = \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

$$x = \frac{2}{3} \quad x = -\frac{2}{3}$$

Vastaus: **a)**  $x = \sqrt[3]{2}$    **b)**  $x = 1$  tai  $x = -1$    **c)**  $x = \frac{2}{3}$  tai  $x = -\frac{2}{3}$

$$360. \quad \text{a) } \frac{x^2}{3} + \left(\frac{x}{3}\right)^2 = 1$$

$$\frac{x^2}{3} + \frac{x^2}{3^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{3} + \frac{x^2}{9} = 1 \quad \parallel \cdot 9$$

$$3x^2 + x^2 = 9$$

$$4x^2 = 9 \quad \parallel : 4$$

$$x^2 = \frac{9}{4}$$

$$x = \sqrt{\frac{9}{4}} \text{ tai } x = -\sqrt{\frac{9}{4}} \quad \parallel \frac{9}{4} = \frac{3 \cdot 3}{2 \cdot 2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

$$x = \frac{3}{2} \quad x = -\frac{3}{2}$$

$$\text{b) } 6 \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^2 - 54 = 0$$

$$6 \cdot \frac{x^2}{2^2} = 54$$

$$\cancel{6} \cdot \frac{x^2}{\cancel{4}} = 54$$

$$\frac{3x^2}{2} = 54 \quad \parallel \cdot \frac{2}{3}$$

$$x^2 = 36$$

$$x = \sqrt{36} \text{ tai } x = -\sqrt{36}$$

$$x = 6 \quad x = -6$$

$54 \times (2 / 3)$

$$= 36$$

$\sqrt{36}$

$$= 6$$

$$\text{c) } (-2x)^3 - 1 = 0$$

$$(-2)^3 x^3 = 1$$

$$-8x^3 = 1 \quad \parallel :(-8)$$

$$x^3 = -\frac{1}{8}$$

$$x = \sqrt[3]{-\frac{1}{8}} \quad \parallel \frac{1}{8} = \frac{1 \cdot 1 \cdot 1}{2 \cdot 2 \cdot 2} = \left(\frac{1}{2}\right)^3, \text{ joten } -\frac{1}{8} = \left(-\frac{1}{2}\right)^3$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

Vastaus: **a)**  $x = \frac{3}{2}$  tai  $x = -\frac{3}{2}$

**b)**  $x = 6$  tai  $x = -6$

**c)**  $x = -\frac{1}{2}$

**A361. a)** Luvun  $x$  neliön  $x^2$  vastaluku on  $-x^2$ . Luvun 4 käänteisluku on  $\frac{1}{4}$ .

$$-x^2 + \frac{1}{4} = 0$$

$$\frac{1}{4} = x^2$$

$$x^2 = \frac{1}{4}$$

$$x = \sqrt{\frac{1}{4}} \text{ tai } x = -\sqrt{\frac{1}{4}} \quad \parallel \frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 2} = \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$x = \frac{1}{2} \quad x = -\frac{1}{2}$$

**b)** Luvun  $x$  kuution on  $x^3$ .

$$x^3 \cdot (-2) = 0,128$$

$$-2x^3 = 0,128 \quad \parallel :(-2)$$

$$x^3 = -0,064$$

$$x = \sqrt[3]{-0,064}$$

$$x = -0,4$$

0,128 / -2

$$= -0,064$$

$\sqrt[3]{(-0,064 : 3)}$

$$= -0,4$$

Vastaus: **a)**  $-x^2 + \frac{1}{4} = 0$ ;  $x = \frac{1}{2}$  tai  $x = -\frac{1}{2}$

**b)**  $-2x^3 = 0,128$ ;  $x = -0,4$

**362. a)**

1 Ratkaise( $3x^2 - 27 = 0$ )



$$\rightarrow \{x = -3, x = 3\}$$

**b)**

1 Ratkaise( $0,2x^2 - 3 = 1,2$ )



$$\rightarrow \{x = -\sqrt{21}, x = \sqrt{21}\}$$

c)

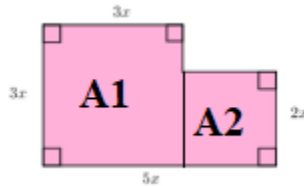
1  Ratkaise  $\left(\frac{x^2}{3} - \frac{1}{2} = 6 + \frac{1}{4}\right)$   
 $\rightarrow \left\{x = \frac{-9}{2}, x = \frac{9}{2}\right\}$

Vastaus: a)  $x = 3$  tai  $x = -3$

b)  $x = \sqrt{21}$  tai  $x = -\sqrt{21}$

c)  $x = \frac{9}{2}$  tai  $x = -\frac{9}{2}$

363. Jaetaan kuusikulmio kahdeksi suorakulmioksi.



Alueen A1 kanta on  $3x$  ja korkeus  $3x$ , joten sen pinta-ala on  $3x \cdot 3x = 9x^2$ .  
 Alueen A2 kanta on  $(5x - 3x) = 2x$  ja korkeus  $2x$ , joten sen pinta-ala on  $2x \cdot 2x = 4x^2$ .

Pinta-alojen A1 ja A2 summa on 0,52.

1  Ratkaise  $(9x^2 + 4x^2 = 0,52)$   
 $\rightarrow \left\{x = \frac{-1}{5}, x = \frac{1}{5}\right\}$

2   $\left\{x = -\frac{1}{5}, x = \frac{1}{5}\right\}$   
 $\approx \{x = -0,2, x = 0,2\}$

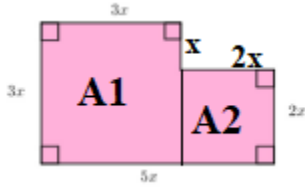
Mitta  $x$  ei voi olla negatiivinen, joten on oltava  $x = 0,2$ .

3   $2 \cdot \{x = -0,2, x = 0,2\}$   
 $\approx \{2x = -0,4, 2x = 0,4\}$

4   $3 \cdot \{x = -0,2, x = 0,2\}$   
 $\approx \{3x = -0,6, 3x = 0,6\}$

5   $5 \cdot \{x = -0,2, x = 0,2\}$   
 $\approx \{5x = -1, 5x = 1\}$

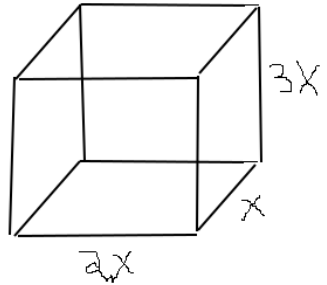
Lisätään kuvaan puuttuvien sivujen pituudet kirjaimen  $x$  avulla.



Sivut ovat siis vasemmasta alnurkasta vastapäivään:  
1; 0,4; 0,4; 0,2; 0,6 ja 0,6 yksikköä pitkät.

Vastaus: Sivut ovat 1; 0,4; 0,4; 0,2; 0,6 ja 0,6 yksikköä pitkät.

364. Merkitään särmiön pituutta kirjaimella  $x$ , jolloin sen leveys on  $2x$  ja korkeus  $3x$ . Särmiön tilavuus on pohjan ala kertaa korkeus, eli  $x \cdot 2x \cdot 3x = 6x^3$ .



- |                       |  |
|-----------------------|--|
| <input type="radio"/> | 1 Ratkaise( $x \cdot 2x \cdot 3x = 0.120$ )<br>$\approx \{x = 0.27144\}$       |
| <input type="radio"/> | 2 $\{x = 0.2714417616595\} \cdot 100$<br>$\approx \{100x = 27.14418\}$         |
| <input type="radio"/> | 3 $100 \cdot 2 \cdot \{x = 0.2714417616595\}$<br>$\approx \{200x = 54.28835\}$ |
| <input type="radio"/> | 4 $100 \cdot 3 \cdot \{x = 0.2714417616595\}$<br>$\approx \{300x = 81.43253\}$ |

Sivut  $2x$  ja  $3x$  ovat 54 cm ja 81 cm.

Vastaus: leveys 54 cm, korkeus 81 cm ja pituus 27 cm.

365. Merkitään kuution särmän pituutta  $x$ , jolloin sen tilavuus on  $x^3$ . Tämän tilavuuden halutaan olevan 165 l. Pituusyksikköjä ei voida ratkaista vetomitoista, joten muutetaan vetomitta tilavuusyksiköksi.

$$165 \text{ l} = 165 \text{ dm}^3 = 165\,000 \text{ cm}^3$$

1 Ratkaise( $x^3 = 165000$ )

$\approx \{x = 54.84807\}$

Kuution sivun pituus on siis noin 55 cm.

Merkitään neliön sivun pituutta  $a$ , jolloin sen pinta-ala on  $a^2$ . Tämän pinta-alan halutaan olevan 0,5 ha = 50 a = 5 000 m<sup>2</sup>.

1 Ratkaise( $a^2 = 5000$ )

$\approx \{a = -70.71068, a = 70.71068\}$

Sivun pituus ei voi olla negatiivinen, joten se on noin 71 m.

Vastaus: Kuution särmän pituus on 55 cm ja neliön sivun pituus 71 m.

366. Ratkaistaan nopeudet.

1 Ratkaise( $12 = 4.3 \cdot 10^{-3} v^2$ )

$\approx \{v = -52.82705, v = 52.82705\}$

2 Ratkaise( $57 = 4.3 \cdot 10^{-3} \cdot v^2$ )

$\approx \{v = -115.1339, v = 115.1339\}$

Nopeudet eivät voi olla negatiivisia, joten ne ovat 53 km/h ja 115 km/h.

Vastaus: 53 km/h ja 115 km/h

367. a) Ratkaistaan säde.

$$4\pi r^2 = 28 \quad || : (4\pi)$$

$$r^2 = \frac{28}{4\pi}$$

$$r = \sqrt{\frac{28}{4\pi}} \quad \text{tai} \quad r = -\sqrt{\frac{28}{4\pi}}$$

$$r = 1,492\dots \quad r = -1,492\dots$$

Säde ei voi olla negatiivinen, joten se on noin 1,5 m.

$$4\pi r^2 = 28 \quad || : (4\pi)$$

$$r^2 = 2,228\dots$$

$$r = \sqrt{2,228\dots} \quad \text{tai } r = -\sqrt{2,228\dots}$$

$$r = 1,492\dots \quad r = -1,492\dots$$

$$28 / (4 \times \pi)$$

$$= 2,22816920328653470076$$

$$\sqrt{(2,22816920328653470076)}$$

$$= 1,49270533036046156566$$

b) Ratkaistaan säde.

$$\frac{4}{3}\pi r^3 = 0,9$$

$$\frac{4\pi}{3} r^3 = 0,9 \quad || \cdot \frac{3}{4\pi}$$

$$r^3 = \frac{0,9 \cdot 3}{4\pi}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{0,9 \cdot 3}{4\pi}}$$

$$r = 0,598\dots$$

Säde on noin 0,6 dm.

TAI

$$\frac{4}{3}\pi r^3 = 0,9 \quad || \cdot 3$$

$$4\pi r^3 = 2,7 \quad || : 4\pi$$

$$r^3 = 0,214\dots$$

$$r = \sqrt[3]{0,214\dots}$$

$$r = 0,598\dots$$

$$0,9 \times 3$$

$$= 2,7$$

$$2,7 / (4 \times \pi)$$

$$= 0,214859173174058703288$$

$$\sqrt[3]{(0,214859173174058703288 ; 3)}$$

$$= 0,598941813698262045654$$

Vastaus: a) 1,5 m      b) 0,6 dm

## SYVENNÄ YMMÄRRYSTÄ

368. a) Ratkaistaan ensimmäisen yhtälö.

$$\frac{x}{2} - \frac{x-1}{3} = 2 \quad \parallel \cdot 6$$

$$3x - 2(x-1) = 12$$

$$3x - 2x + 2 = 12$$

$$x = 10$$

Tarkistetaan toteuttaako tämä ratkaisu toisen yhtälön.

$$1 - \left(\frac{10}{10}\right)^2 = 1 - 1^2 = 1 - 1 = 0$$

On siis osoitettu, että ensimmäisen yhtälönratkaisu toteuttaa myös toisen yhtälön.

b) Kohdassa a nähtiin, että  $x = 10$  on yhtälön  $1 - \left(\frac{x}{10}\right)^2 = 0$  yksi ratkaisu.

Tästä nähdään, että myös  $x = -10$  on sen ratkaisu:

$$1 - \left(\frac{-10}{10}\right)^2 = 1 - (-1)^2 = 1 - 1 = 0.$$

Toisen asteen yhtälöllä ei voi olla enempää kuin kaksi ratkaisua, eli ne on molemmat löydetty. Kohdassa a nähtiin, että ratkaisu  $x = 10$  toteuttaa ensimmäisen yhtälön. Koska ensimmäinen yhtälö sieveni muotoon  $ax = b$  se on ensimmäisen asteen yhtälö, ja sillä on vain yksi ratkaisu. Joten jälkimmäisen yhtälön toinen ratkaisu  $x = -10$  ei voi olla ensimmäisen yhtälön ratkaisu.

TAI

Ratkaistaan ensimmäisen yhtälö.

$$1 - \left(\frac{x}{10}\right)^2 = 0$$

$$1 = \left(\frac{x}{10}\right)^2$$

$$1 = \frac{x^2}{10^2}$$

$$1 = \frac{x^2}{100} \quad \parallel \cdot 100$$

$$100 = x^2$$

$$x^2 = 100$$

$$x = 10 \text{ tai } x = -10$$

Kohdassa a nähtiin, että  $x = 10$  on toisen yhtälön ratkaisu. Tarkistetaan sitten  $x = -10$ .

$$\frac{-10}{2} - \frac{-10-1}{3} = -5 - \frac{-11}{3} = \frac{-15}{3} + \frac{11}{3} = \frac{-4}{3} \neq 2$$

Ensimmäisen yhtälön ratkaistu eivät siis molemmat ole toisen yhtälön ratkaisuja.

Vastaus: **a)** – **b)** Eivät ole.

**369. a)** Jos leveys on  $x$  ja leveyden ja korkeuden suhde on  $\sqrt{2} = 1 : \sqrt{2}$  niin arkin korkeus on  $\sqrt{2} \cdot x$ .

1 Ratkaise ( $x \sqrt{2} x = 1$ )

$\approx \{x = -0.8409, x = 0.8409\}$

2 1000  $\{x = -0.8408964152537, x = 0.8408964152537\}$

$\approx \{1000 x = -840.89642, 1000 x = 840.89642\}$

3 1000  $\cdot \sqrt{2} \cdot \{x = -0.8408964152537, x = 0.8408964152537\}$

$\approx \{1414.21356 x = -1189.20712, 1414.21356 x = 1189.20712\}$

Arkin leveys on siis 0,8409... m = 841 mm ja korkeus 1189 mm.

**b)** Kun A0 puolitetaan, saadaan A1.

Tällöin A0 arkin lyhyemmästä sivusta tulee A1 arkin pidempi sivu, ja A1 arkin lyhyempi sivu on A0 arkin pidemmän sivun puolikas.

Arkki	pidempi sivu	lyhyempi sivu
A0	1198,2...	840,8...
A1	840,8...	1198,2.../2 = 594,6...
A2	594,6...	840,8.../2 = 420,4...
A3	420,4...	594,6.../2 = 297,3...
A4	297,3...	420,4.../2 = 210,2...

A4 arkin mitat ovat siis 210 mm x 297 mm

Vastaus: **a)** 841 mm x 1189 mm      **b)** 210 mm x 297 mm

$$\begin{aligned} 370. \quad \text{a)} \quad \frac{1}{2}at^2 &= s && \parallel \cdot 2 \\ at^2 &= 2s && \parallel : a \neq 0 \\ t^2 &= \frac{2s}{a} \\ t &= \sqrt{\frac{2s}{a}} \text{ tai } t = -\sqrt{\frac{2s}{a}} \end{aligned}$$

Tässä aika  $t$  on positiivinen, joten  $t = \sqrt{\frac{2s}{a}}$ .

- b) Tehtävänannossa on annettu arvot  $a = 9,81 \text{ m/s}^2$  ja  $s = 110 \text{ m}$ . Sijoitetaan ne lausekkeeseen, jolloin saadaan hypyn kesto aika  $t$ .

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 110}{9,81}} = 4,73\dots$$

$$\sqrt{(2 \times 110 / 9,81)}$$

$$= 4,73561989823837460352$$

Harry oli siis ilmassa noin 4,7 sekuntia.

Vastaus: a)  $t = \sqrt{\frac{2s}{a}}$                       b) 4,7 s

$$\begin{aligned} 371. \quad \text{a)} \quad (x+1)^2 &= 16 \\ x+1 &= 4 \text{ tai } x+1 = -4 \\ x &= 3 \quad \quad \quad x = -5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad (x+5)^3 &= 27 \\ x+5 &= 3 \\ x &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad (2x-3)^2 &= 1 \\ 2x-3 &= 1 \quad \quad \text{tai} \quad 2x-3 = -1 \\ 2x &= 4 \quad \parallel :2 & \quad \quad 2x &= 2 \quad \parallel :2 \\ x &= 2 & \quad \quad x &= 1 \end{aligned}$$

Vastaus: a)  $x = -5$  tai  $x = 3$                       b)  $x = -2$                       c)  $x = 1$  tai  $x = 2$

372. Sijoitetaan  $x = 8$  ja ratkaistaan  $a$ .

$$a^2 \cdot 8^2 - 576 = 0$$

$$64a^2 = 576 \quad \parallel : 64$$

$$a^2 = 9$$

$$a = 3 \text{ tai } a = -3$$

Koska  $a^2 = 9$  yhtälö on molemmissa tapauksissa muotoa  $9x^2 - 576 = 0$ .

Koska  $x = 8$  on ratkaisu, niin yhtälöstä nähdään suoraan, että sen toinen ratkaisu on  $x = -8$ .

TAI

Ratkaistaan yhtälö.

$$9x^2 - 576 = 0$$

$$9x^2 = 576 \quad \parallel : 9$$

$$x^2 = 64$$

$$x = 8 \text{ tai } x = -8$$

Vastaus: Kun  $a = 3$  tai  $a = -3$ . Toinen ratkaisu on  $x = -8$ .

373. Siirretään kaikki vakion oikealle.

$$x^2 + 1 = a$$

$$x^2 = a - 1$$

Tällä yhtälöllä ei ole ratkaisuja, jos  $a - 1 < 0$ .

Erotus  $a - 1$  on negatiivinen täsmälleen silloin kun  $a < 1$ .

Vastaus: Yhtälöllä ei ole ratkaisuja, kun  $a < 1$ .