MAB8 Koe 26.9.2025 RATKAISUT

1. a) $k = \frac{10}{1} = 10$ $\underline{\underline{V: 10}}$

b) $k = -\frac{30}{1} = -30$ $\underline{\underline{V: -30}}$

c) Pisteiden $(-2,1)$ ja $(0,3)$ kautta piirretyn tangentin kulmakerroin

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3-1}{0-(-2)} = \frac{2}{2} = 1 \qquad \underline{\underline{V: 1}}$$

2. a) $\underline{\underline{2x}}$ b) $\underline{\underline{5}}$ c) $\underline{\underline{0}}$ d) $\underline{\underline{x-1}}$ e) $\underline{\underline{-12t^2+8}}$

3. $f(x) = x^2 - 5x$

a) $f'(x) = \underline{\underline{2x-5}}$ b) $f'(3) = 2 \cdot 3 - 5 = \underline{\underline{1}}$

c) $f'(-1) = 2 \cdot (-1) - 5 = \underline{\underline{-7}}$

4. a) $-2(x-5) \geq 2$

$-2x + 10 \geq 2$

$-2x \geq 2 - 10$

$-2x \geq -8 \quad \| : (-2)$

$\underline{\underline{x \leq 4}}$

b) $4x > 4x^2$

$-4x^2 + 4x > 0$

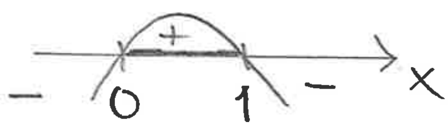
$-4x^2 + 4x = 0$

$4x(-x+1) = 0$

$4x = 0$ tai $-x + 1 = 0$

$x = 0$ tai $x = 1$

Kulkukaavio tai funktion kuvaajan hahmotelma



$\underline{\underline{V: 0 < x < 1}}$

MAB8 KOE 26.9.2025

5. a) $-8 \leq x \leq -2$ tai $x \geq 3$

b) $-10{,}3 < x < 4$ tai $0 < x < 4{,}8$ (likiarvoja)

c) $x \leq -8$ tai $-2 \leq x \leq 3$

6. a) $f(x) = -x^2 + 6x$

$f'(x) = -2x + 6$

$-2x + 6 = 0$

$-2x = -6$

$x = 3$

$f(-2) = -(-2)^2 + 6 \cdot (-2)$
$= -4 - 12 = -16$

$f(3) = -3^2 + 6 \cdot 3$
$= -9 + 18 = 9$

$f(4) = -4^2 + 6 \cdot 4$
$= -16 + 24 = 8$

V: Suurin arvo on 9 ja pienin -16

b) $g(x) = 2x + 7$

$g'(x) = 2$

Derivaatalla ei nollakohtia

$f(-3) = 2 \cdot (-3) + 7 = 1$

$f(3) = 2 \cdot 3 + 7 = 13$

V: Suurin arvo on 13 ja pienin 1

7. GeoGebran CAS

a) $f(1) = \frac{25}{12} = \underline{\underline{2\frac{1}{12}}}$

b) $f'(x) = -x^3 + x^2 + 2x$

$f'(1) = \underline{\underline{2}}$

c) $f'(x) = 0$, kun $\underline{\underline{x = -1,\ x = 0 \text{ tai } x = 2}}$.

8. $f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 7$

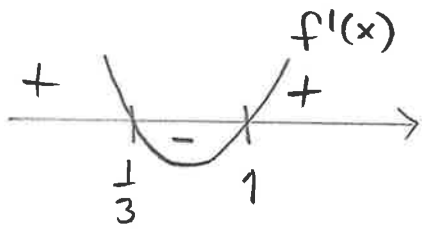
a) $f'(x) = 3x^2 - 4x + 1$

$3x^2 - 4x + 1 = 0$

$x = \frac{1}{3}$ tai $x = 1$ (CAS-laskin)

b)

	$\frac{1}{3}$		1	
$f'(x)$	$+$	$-$	$+$
$f(x)$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$



c) Kasvava $x \leq \frac{1}{3}$ tai $x \geq 1$

Vähenevä $\frac{1}{3} \leq x \leq 1$.

7.

1 $f(x) := -\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + x^2 + 1$

$\rightarrow$ $f(x) := \frac{-1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + x^2 + 1$

2 $g(x) := f'(x)$

$\rightarrow$ $g(x) := -x^3 + x^2 + 2x$

3 $f(1)$

$\rightarrow$ $\frac{25}{12}$

4 $g(1)$

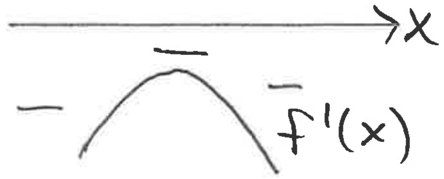
$\rightarrow$ 2

5 $g(x) = 0$

Ratkaise: $\{x = -1, x = 0, x = 2\}$

9. a) $f(x) = -x^3 - 6x^2 - 13x + 4$

$f'(x) = -3x^2 - 12x - 13$



$-3x^2 - 12x - 13 = 0$

Ei nollakohtia.

Derivaattafunktio on aina negatiivinen → Funktio $f(x)$ on kaikkialla vähenevä.

b) $g(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 4x$

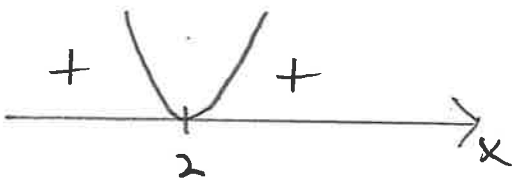
$g'(x) = x^2 - 4x + 4$

$x^2 - 4x + 4 = 0$

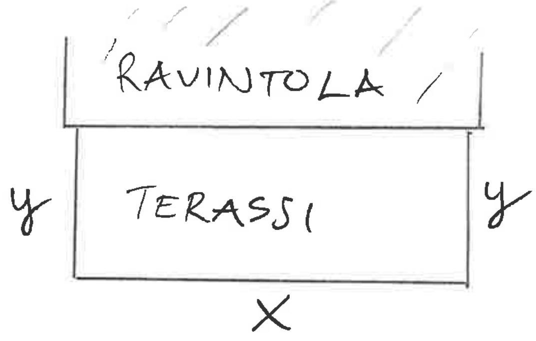
$x = 2$ (CAS-laskin)

Derivaattafunktio $g'(x)$ on muilloin positiivinen paitsi kohdassa $x = 2$, jossa se on nolla. Derivaattafunktio ei ole koskaan negatiivinen

→ Funktio $g(x)$ ei ole vähenevä millään x:n arvolla.



10.



x voi saada arvoja väliltä [0, 8]

$$2y + x = 20$$
$$2y = 20 - x \quad || :2$$
$$y = 10 - \frac{x}{2}$$

Pinta-ala $f(x) = xy = x \cdot \left(10 - \frac{x}{2}\right) = 10x - \frac{x^2}{2}$

$$f'(x) = 10 - 2x$$
$$10 - 2x = 0$$
$$-2x = -10$$
$$x = 5$$

$f(x) = 10x - \frac{x^2}{2}$

$f(0) = 0$

$f(5) = 10 \cdot 5 - \frac{5^2}{2} = 37{,}5$

Kun $x = 5$ $\quad y = 10 - \frac{x}{2} = 10 - \frac{5}{2} = 7{,}5$

V: Suurin mahdollinen pinta-ala on $37{,}5\,m^2$, kun x-sivu on 5 m ja y-sivu 7,5 m