

15 Liikemäärää tarvitaan törmäyksen mallintamisessa

15-5.

$$m = 10\,400 \text{ lb} = 4717,36 \text{ kg}, v = 67 \text{ mph} = 29,9517 \text{ m/s}$$

Auton liikemäärän suuruus on $p = mv = 4717,36 \text{ kg} \cdot 29,95168 \text{ m/s} \approx 1,4 \cdot 10^5 \text{ kgm/s}$ ja liikemäärän suunta auton nopeuden suunta.

15-6.

$$m_A = 123 \text{ kg}, v_A = 2,0 \text{ m/s}, m_K = 107 \text{ kg}$$

Akihiran liikemäärä on $p = m_A v_A = 123 \text{ kg} \cdot 2,0 \text{ m/s} = 246 \text{ kgm/s}$. Kisoin liikemäärä on yhtä suuri

$$\text{kuin Akihiran, jos nopeus on } v = \frac{p}{m_K} = \frac{246 \frac{\text{kgm}}{\text{s}}}{107 \text{ kg}} \approx 2,3 \text{ m/s}.$$

15-7.

Voiman vaikutus tuntuu erilaiselta riippuen siitä, kuinka kauan voiman vaikutus kestää. Kovalle alustalle pudotessa törmäys kestää vain hetken, kun taas pehmeä alusta antaa periksi ja törmäys kestää pitempään. Alastulon vaikutusta jalkoihin voi pehmentää notkistamalla polvia.

15-8.

- Kappaleen B törmäys kestää kauemmin.
- Suurempi hetkellinen voima vaikuttaa törmäyksessä A.
- Impulssi saadaan kuvaajista fysikaalisena pinta-alana.

$$\text{A: Impulssi on } I_A = \frac{6 \text{ N} \cdot 2 \text{ s}}{2} = 6 \text{ Ns}.$$

$$\text{B: Impulssi on } I_B = \frac{3 \text{ N} \cdot 4 \text{ s}}{2} = 6 \text{ Ns}.$$

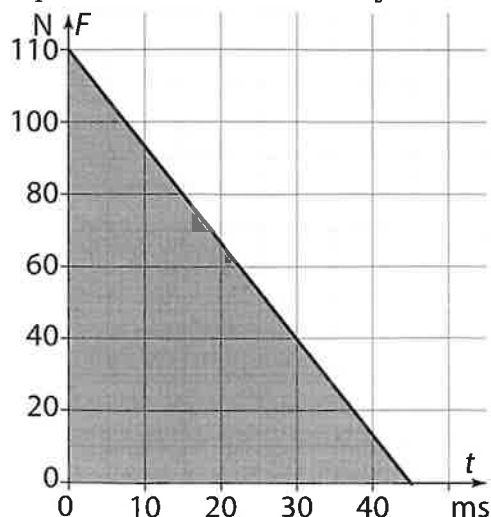
Molemmissa tapauksissa impulssin suuruudeksi saadaan 6 Ns.

Huomaa, että vaikka impulssit ovat yhtä suuret, voiman vaikutus ei aina ole samanlainen. Suurempi voima saattaa esimerkiksi rikkoa rakenteita, mutta pienempi voima ei, vaikka voimien impulssit olisivat yhtä suuret.

15-9.

$$m = 36 \text{ g} = 0,036 \text{ kg}$$

Impulssi saadaan voiman kuvaajasta t, F -koordinaatistossa fysikaalisena pinta-alana.



15 Liikemäärää tarvitaan törmäyksen mallintamisessa

$$\text{Impulssi on } I = \frac{45 \text{ ms} \cdot 110 \text{ N}}{2} = 2,475 \text{ Ns.}$$

Impulssin suuruus saadaan yhtälöstä $I = m\Delta v$, joten nopeuden muutos on

$$\Delta v = \frac{I}{m} = \frac{2,475 \text{ Ns}}{0,036 \text{ kg}} \approx 69 \text{ m/s.}$$

Nuolen lähtönopeus on 69 m/s.

15-10.

$$m = 24 \text{ g} = 0,024 \text{ kg}, t = 3,0 \text{ ms}, v_1 = 27 \text{ m/s}, v_2 = 41 \text{ m/s}$$

Valitaan pallon alkuperäinen liikesuunta positiiviseksi suunnaksi. Silloin $v_1 = 27 \text{ m/s}$ ja $v_2 = -41 \text{ m/s}$.

Pallon liikemäärän muutoksen suuruus on

$$\Delta p = mv_2 - mv_1 = m(v_2 - v_1) = 0,024 \text{ kg} \cdot ((-41 \text{ m/s}) - 27 \text{ m/s}) = -1,632 \text{ kg} \cdot \text{m/s.}$$

Impulssiperiaatteen mukaan on $\bar{F}\Delta t = \Delta p$, jossa \bar{F} on kappaleeseen kohdistunut voima ja Δt voiman vaikutusaika.

Yhtälöstä $F\Delta t = \Delta p$ saadaan voiman suuruudeksi

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{-1,632 \text{ kg} \cdot \text{m/s}}{3,0 \text{ ms}} \approx -0,54 \text{ kN.}$$

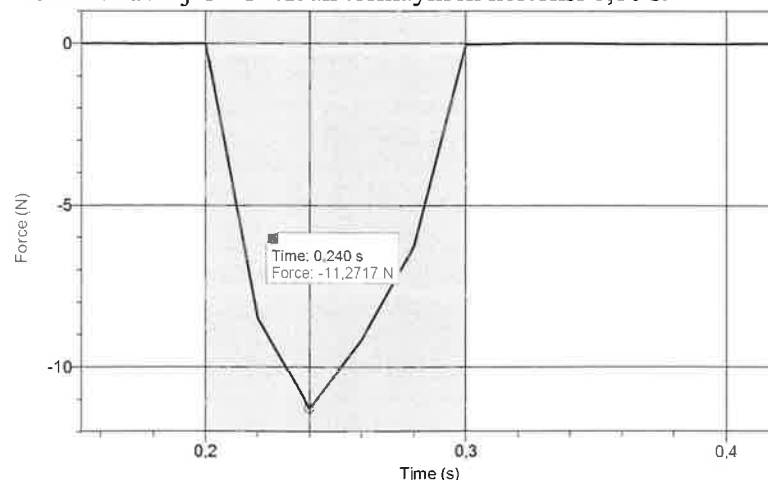
Voiman suunta on vastakkainen alkuperäiselle pallon liikesuunnalle.

15-11.

$$m = 0,570 \text{ kg}$$

Data-aineistossa positiivinen suunta on vaunun suunta ennen törmäystä.

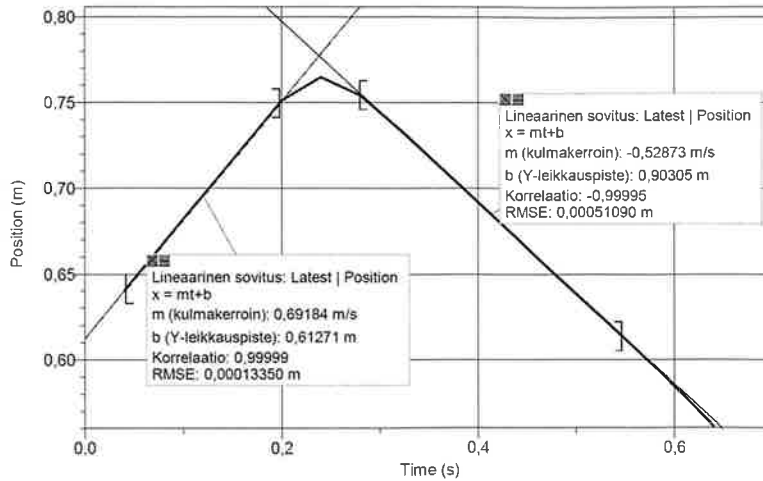
a) Voiman kuvaajasta saadaan törmäyksen kestoksi 0,10 s.



b) Kohdan a kuvaajasta saadaan voiman suurimmaksi arvoksi 11 N.

c) Paikan kuvaajasta saadaan nopeudeksi ennen törmäystä $v_1 = 0,69184 \text{ m/s}$ ja törmäyksen jälkeen $v_2 = -0,52873 \text{ m/s}$.

15 Liikemäärää tarvitaan törmäyksien mallintamisessa



Nopeuden muutos on

$$\Delta v = v_2 - v_1 = -0,52873 \text{ m/s} - 0,69184 \text{ m/s} = -1,22057 \text{ m/s}.$$

Impulssi on yhtä suuri kuin liikemäärän muutos, joten

$$I = \Delta p = m \Delta v = 0,570 \text{ kg} \cdot (-1,22057 \text{ m/s}) \approx -0,70 \text{ Ns}.$$

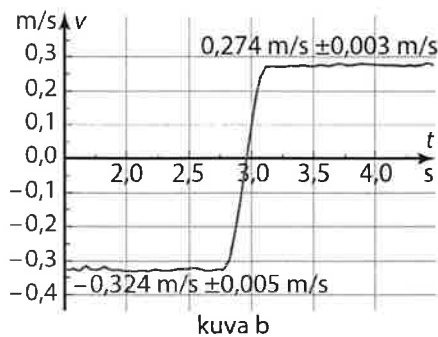
Impulssin suunta on päinvastainen kuin vaunun nopeus alussa.

15-12.

$$m = 0,21655 \text{ kg}, I = (0,130 \pm 0,005) \text{ Ns}$$

- a) Vaunun vauhti pienenee törmäyksessä hieman, koska osa vaunun liike-energiasta muuntuu törmäyksessä kappaleiden sisäenergiaksi sekä kappaleiden ja ilman värähtelyiksi (ääneksi).

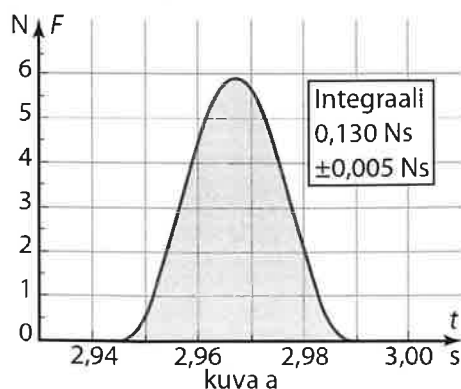
b)



Kuvaajasta saadaan liikemäärän muutoksen suuruudeksi

$$\Delta p = p_2 - p_1 = m(v_2 - v_1) = 0,21655 \text{ kg} \cdot (0,274 \text{ m/s} - (-0,324 \text{ m/s}))$$

$$\approx 0,129 \text{ kgm/s} = 0,129 \text{ Ns}.$$



15 Liikemäärää tarvitaan törmäyksien mallintamisessa

Koska impulssin I suuruus on välillä $0,125 \text{ Ns} \leq I \leq 0,135 \text{ Ns}$, liikemäärän muutos $\Delta p = 0,129 \text{ Ns}$ on virherajojen sisällä. Näin ollen impulssiperiaate $\vec{I} = \Delta \vec{p}$ toteutuu törmäyksessä.

15-13.

$$F = 0,38 \text{ N}, m = 2,5 \text{ g}, \Delta t = 19 \text{ ms}$$

- a) Heinäsirkkaan vaikuttavan voiman impulssi ylöspäin on
 $I = F\Delta t = 0,38 \text{ N} \cdot 0,019 \text{ s} = 0,00722 \text{ Ns}$.

Impulssi on yhtä suuri kuin liikemäärän muutos eli $\Delta p = mv_2 - mv_1 = m(v_2 - 0)$, josta saadaan nopeudeksi $v = \frac{\Delta p}{m} = \frac{I}{m} = \frac{0,00722 \text{ Ns}}{0,0025 \text{ kg}} = 2,888 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Heinäsiirran saavuttaessa hyppynsä lakikorkeuden h liike-energia $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ on muuntunut potentiaalienergiaksi $E_p = mgh$. Yhtälöstä $mgh = \frac{1}{2}mv^2$ saadaan hypyn korkeudeksi

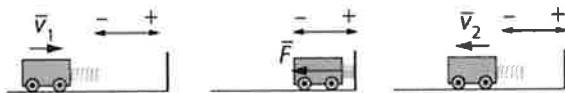
$$h = \frac{v^2}{2g} = \frac{(2,888 \text{ m/s})^2}{2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2} \approx 0,43 \text{ m}.$$

- b) Heinäsiirran kyky hypätä korkealle perustuu sen pitkiin takajalkoihin. Heinäsiirka painaa jalkojaan voimakkaasti alustaa vastaan, jolloin alusta kohdistaa niihin voiman Newtonin III lain mukaisesti. Jalkojen pituuden takia voimavaikutus kestää suhteellisen pitkän ajan, jolloin impulssi (liikemäärän muutos) on suuri.

15-14.

$$m = 0,215 \text{ kg}$$

- a) Merkitään vaunun nopeus ennen törmäystä \vec{v}_1 ja törmäyksen jälkeen \vec{v}_2 .



Anturin vaunuun kohdistama voima aiheuttaa vaunun liikemäärän muutoksen, joka on yhtä suuri kuin voiman impulssi. Jousi puristuu kasaan kunnes vaunun liikesuunta muuttuu vastakkaiseksi, jolloin vaunuun kohdistuva voima on suurin ja vaunun nopeus on hetkellisesti 0 m/s .

Vaunun hidastuessa törmäyksessä vaunuun kohdistuvan voiman impulssi on yhtä suuri kuin kuvion huipun vasemmalle puolelle jäävä fysikaalinen pinta-ala. Mittausohjelma antaa impulssin suuruudeksi

$$I_1 = 0,1057 \text{ Ns} \approx 0,11 \text{ Ns}. \text{ Impulssin suunta on kohti vaunun tulosuuntaa.}$$