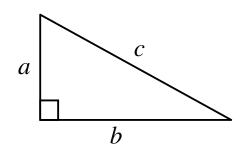
2 Tasokuviot

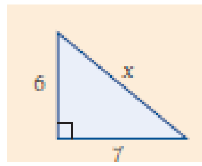
Pythagoraan lause

133. Pythagoraan lause suorakulmaiselle kolmiolle:



$a^2 + b^2 = c^2$

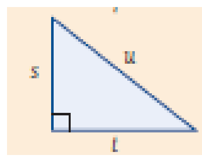
a) Kolmion Pythagoraan lauseita ovat



2) $x^2 = 6^2 + 7^2$

3) $6^2 + 7^2 = x^2$.

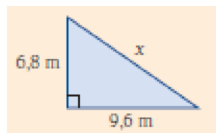
b) Kolmion Pythagoraan lauseita ovat



1) $u^2 = s^2 + t^2$

3) $t^2 + s^2 = u^2$.

134. a) Pythagoraan lause:



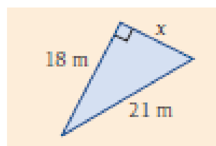
$x^2 = 6{,}8^2 + 9{,}6^2$

$x^2 = 138{,}4$

$x = \pm\sqrt{138{,}4}$ Negatiivinen juuri ei käy.

$x = 11{,}7643\ldots \approx 11{,}8$ (m)

b) Pythagoraan lause:



$x^2 + 18^2 = 21^2$

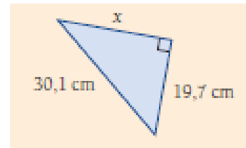
$x^2 + 324 = 441 \quad | -324$

$x^2 = 117$

$x = \pm\sqrt{117}$ Negatiivinen juuri ei käy.

$x = 10{,}8166\ldots \approx 11$ (m)

c) Pythagoraan lause:



$x^2 + 19{,}7^2 = 30{,}1^2$

$x^2 + 388{,}09 = 906{,}01 \quad | - 388{,}09$

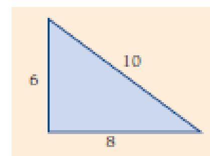
$x^2 = 517{,}92$

$x = \pm\sqrt{517{,}92}$ Negatiivinen juuri ei käy.

$x = 22{,}7578\ldots \approx 22{,}8$ (cm)

135. Kolmio on suorakulmainen, jos sille pätee Pythagoraan lause.

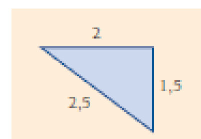
a) Kateettien neliöiden summa: $6^2 + 8^2 = 100$



Hypotenuusan neliö: $10^2 = 100$

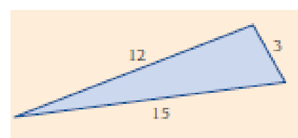
Pythagoraan lause pätee, joten kolmio on suorakulmainen.

b) Kateettien neliöiden summa: $2^2 + 1{,}5^2 = 6{,}25$



Hypotenuusan neliö: $2{,}5^2 = 6{,}25$
Pythagoraan lause pätee, joten kolmio on suorakulmainen.

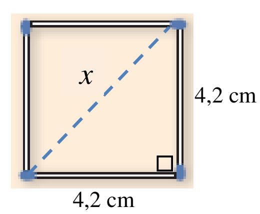
c) Kateettien neliöiden summa: $3^2 + 12^2 = 153$



Hypotenuusan neliö: $15^2 = 225$

Koska $153 \neq 225$, Pythagoraan lause ei päde eikä kolmio ole suorakulmainen.

136. Lävistäjä on suorakulmaisen kolmion hypotenuusa x.



$x^2 = 4{,}2^2 + 4{,}2^2$

$x^2 = 17{,}64 + 17{,}64$

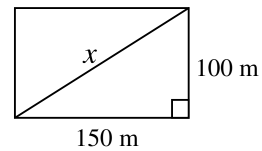
$x^2 = 35{,}28$

$x = \pm\sqrt{35{,}28}$ Negatiivinen juuri ei käy.

$x = 5{,}9396\ldots \approx 5{,}9$ (cm)

137. Suorakulmion muotoisen hiekkakentän mitat ovat 100 m x 150 m.

Ukri kävelee suorakulmion lävistäjää pitkin:



$x^2 = 150^2 + 100^2$

$x^2 = 22\,500 + 10\,000$

$x^2 = 32\,500$

$x = \pm\sqrt{32\,500}$ Negatiivinen juuri ei käy.

$x = 180{,}2775\ldots \approx 180$ (m)

Aarni kävelee 150 m + 100 m = 250 m.

Ukrin matka on

$\dfrac{250-180}{250} = 0{,}28 = 28\,\%$ lyhyempi kuin Aarnin.

138. a) Kateettien neliöiden summa: $7^2 + 8^2 = 120$

Hypotenuusan neliö: $11^2 = 121$

$120 \neq 120$, joten luvut eivät toteuta Pythagoraan lauseen ehtoa.

b) Kateettien neliöiden summa: $24^2 + 10^2 = 676$

Hypotenuusan neliö: $26^2 = 676$

Luvut toteuttavat Pythagoraan lauseen ehdon.

c) Kateettien neliöiden summa: $35^2 + 46^2 = 3341$

Hypotenuusan neliö: $58^2 = 3364$

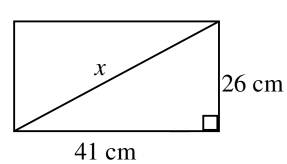
$3341 \neq 3364$, joten luvut eivät toteuta Pythagoraan lauseen ehtoa.

139. Näyttöpäätteen mitat ovat 41 cm x 26 cm. Merkitään päätteen lävistäjää x:llä.

$x^2 = 41^2 + 26^2$

$x^2 = 1\,681 + 676$

$x^2 = 2\,357$



$x = \pm\sqrt{2357}$ Negatiivinen juuri ei käy.

$x = 48{,}5489\ldots$ (cm)

1 tuuma on 2,54 cm. Päätteen lävistäjä on tuumina

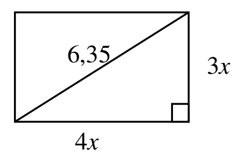
$$\frac{48{,}5489}{2{,}54} = 19{,}11\ldots \approx 19''.$$

140. Digikameran nestekidenäyttö on 2,5 tuumaa. Sivujen pituuksien suhde on 4 : 3.

Muutetaan näytön halkaisijan pituus senttimetreiksi.

$2{,}5'' = 2{,}5 \cdot 2{,}54 = 6{,}35$ (cm)

Merkitään sivujen pituuksia $3x$:llä ja $4x$:llä. Pythagoraan lauseesta saadaan:



$$(4x)^2 + (3x)^2 = 6{,}35^2$$

$$4x \cdot 4x + 3x \cdot 3x = 40{,}3225$$

$$16x^2 + 9x^2 = 40{,}3225$$

$$25x^2 = 40{,}3225 \quad |:25$$

$$x^2 = 1{,}6129$$

$x = \pm\sqrt{1{,}6129}$ Negatiivinen juuri ei käy.

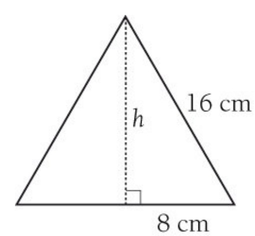
$x = 1{,}27$ (cm)

Sivut ovat

$3x = 3 \cdot 1{,}27 = 3{,}81 \approx 3{,}8$ (cm)

$4x = 4 \cdot 1{,}27 = 5{,}08 \approx 5{,}1$ (cm).

141. Tasasivuisen kolmion sivun pituus on 16 cm.



Korkeusjana puolittaa kolmion kannan ja jakaa kolmion kahdeksi suorakulmaiseksi kolmioksi.

$$h^2 + 8^2 = 16^2$$

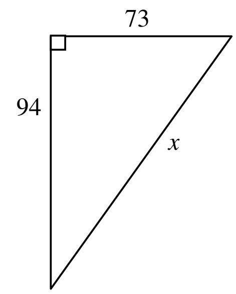
$$h^2 + 64 = 256 \quad |-64$$

$$h^2 = 192$$

$h = \pm\sqrt{192}$ Negatiivinen juuri ei käy.

$x = 13{,}8564\ldots \approx 14$ (cm)

142. Kissa kulkee 94 askelta pohjoiseen, kääntyy sitten itään ja kulkee 73 askelta.



$x^2 = 94^2 + 73^2$

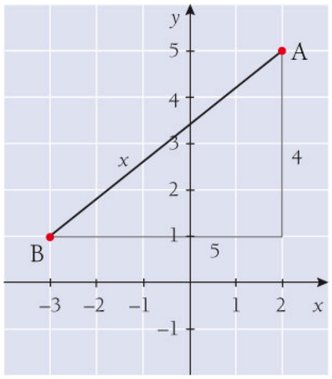
$x^2 = 8\,836 + 5\,329$

$x^2 = 14\,165$

$x = \pm\sqrt{14\,165}$ Negatiivinen juuri ei käy.

$x = 119{,}01\ldots \approx 120$ askeleen päässä

143. Merkitään pisteiden $A = (2, 5)$ ja $B = (–3, 1)$ välistä etäisyyttä x:llä.



$x^2 = 4^2 + 5^2$

$x^2 = 41$

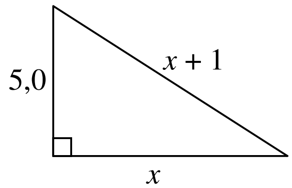
$x = \pm\sqrt{41}$ Negatiivinen juuri ei käy.

$x = 6{,}4031\ldots \approx 6{,}4$

144. Suorakulmaisen kolmion toinen kateetti on 5,0 cm. Hypotenuusa on 1,0 cm pitempi kuin toinen kateetti.

Merkitään toista kateettia x:llä. Silloin hypotenuusa on $x + 1{,}0$.

Pythagoraan lauseesta saadaan:



$x^2 + 5{,}0^2 = (x + 1{,}0)^2$

$x^2 + 5{,}0^2 = (x + 1{,}0)(x + 1{,}0)$

$x^2 + 25{,}0 = x^2 + x + x + 1{,}0 \quad | -x^2$

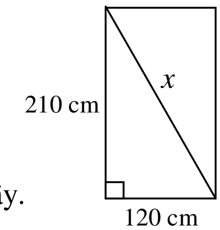
$25{,}0 = 2x + 1{,}0 \quad | -1$

$2x = 24{,}0 \quad | :2$

$x = 12{,}0$ (cm)

145. Sänky on 120 cm leveä ja 2,10 m = 210 cm pitkä. Huoneen leveys on 2,40 m ja pituus 3,90 m.

Lasketaan sängyn lävistäjä.



$x^2 = 120^2 + 210^2$

$x^2 = 58\ 500$

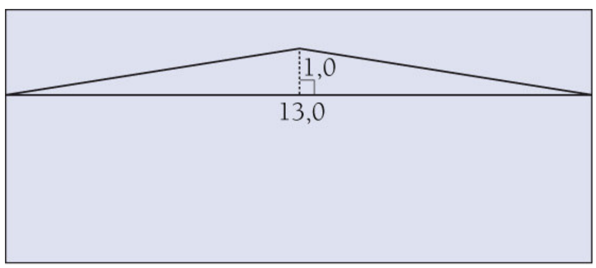
$x = \pm\sqrt{58\ 500}$ Negatiivinen juuri ei käy.

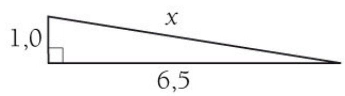
$x = 241{,}86\ldots \approx 242$ (cm)

242 cm = 2,42 m

Koska 2,42 m on suurempi kuin huoneen leveys 2,40 m, Eelis ei voi kääntää sänkyään lattiaa pitkin.

146. Pienen taulun takana on kireä lanka, jonka pituus on 13,0 cm. Kun taulu pannaan roikkumaan naulasta, se laskeutuu 1,0 cm:n.





$x^2 = 1{,}0^2 + 6{,}5^2$

$x^2 = 43{,}25$

$x = \pm\sqrt{43{,}25}$ Negatiivinen juuri ei käy.

$x = 6{,}5764\ldots$ (cm)

Langan kokonaispituus ripustuksessa:

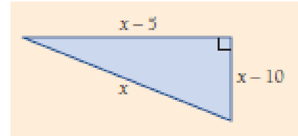
$2x = 2 \cdot 6{,}5764 = 13{,}1528 \approx 13{,}15$ (cm)

Langan venymä on

$13{,}15 - 13{,}0 = 0{,}15$ (cm)

0,15 cm = 1,5 mm

147. Pythagoraan lauseesta saadaan:



$$(x-5)^2 + (x-10)^2 = x^2$$

$$(x-5)(x-5) + (x-10)(x-10) = x^2$$

$$x^2 - 5x - 5x + 25 + x^2 - 10x - 10x + 100 = x^2 \qquad | -x^2$$

$$x^2 - 30x + 125 = 0 \qquad a = 1,\ b = -30 \text{ ja } c = 125$$

$$x = \frac{-(-30) \pm \sqrt{(-30)^2 - 4\cdot 1\cdot 125}}{2\cdot 1} \qquad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{30 \pm \sqrt{400}}{2}$$

$$x = \frac{30 \pm 20}{2}$$

$$x = \frac{30+20}{2} = 25 \text{ tai } x = \frac{30-20}{2} = 5$$

(ei käy, koska kateetin pituus ei voi olla pienempi kuin nolla)

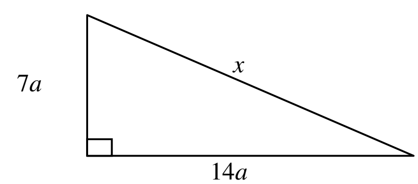
Kateettien pituudet ovat

$x - 5 = 25 - 5 = 20$

$x - 10 = 25 - 10 = 15.$

148. Suorakulmaisen kolmion kateettien pituudet ovat $7a$ ja $14a$.

Hypotenuusan pituus x saadaan Pythagoraan lauseesta.



$$x^2 = (14a)^2 + (7a)^2$$

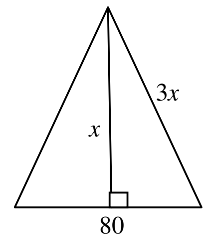
$$x^2 = 196a^2 + 49a^2$$

$$x^2 = 245a^2$$

$$x = \pm\sqrt{245a^2}$$ Negatiivinen juuri ei käy.

$$x = a\sqrt{245}$$

149. Tasakylkisen kolmion kyljen pituus on kolme kertaa niin suuri kuin kolmion korkeus. Kannan pituus on 80 cm.



Lasketaan kolmion korkeus x Pythagoraan lauseella.

$(3x)^2 = x^2 + 40^2$

$9x^2 = x^2 + 1\,600 \qquad | - x^2$

$8x^2 = 1\,600 \qquad | : 8$

$x^2 = 200$

$x = \pm\sqrt{200}$ Negatiivinen juuri ei käy.

$x = 14{,}1421\ldots \approx 14{,}14$ (cm)

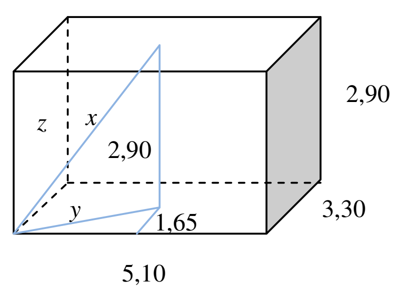
Kolmion pinta-ala on

$$A = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{80 \cdot 14{,}14}{2} = 565{,}6 \approx 570\ (\text{cm}^2)$$

$570\ \text{cm}^2 = 5{,}7\ \text{dm}^2$.

150. Leppäkerttupariskunta kulkee huoneen lattian nurkasta keskellä kattoa olevaan lamppuun. Naaras kävelee lyhyintä reittiä, ja uros lentää. Huone on 3,30 m leveä, 5,10 m pitkä ja 2,90 m korkea.

Uroksen lentoreitti (sininen)



Lasketaan y^2.

$y^2 = 2{,}55^2 + 1{,}65^2$

$y^2 = 9{,}225$

Lasketaan x.

$x^2 = y^2 + 2{,}90^2$

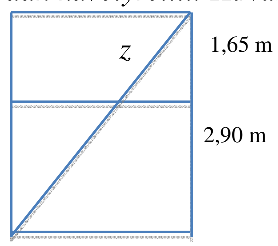
$x^2 = 9{,}225 + 8{,}41$

$x^2 = 17{,}635$

$x = \pm\sqrt{17{,}635}$ Negatiivinen juuri ei käy.

$x = 4{,}1994\ldots \approx 4{,}20$ (m)

Naaraan kävelyreitti. Kuvassa reitti on avattu tasoon.



Lasketaan z.

$$z^2 = 2{,}55^2 + (2{,}90 + 1{,}65)^2$$

$$z^2 = 6{,}5025 + 20{,}7025$$

$$z^2 = 27{,}205$$

$$z = \pm\sqrt{27{,}205} \qquad \text{Negatiivinen juuri ei käy.}$$

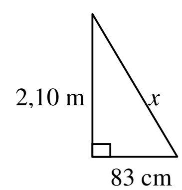
$$z = 5{,}2158\ldots \approx 5{,}22 \text{ (m)}$$

Naaraan kävelymatka on

$$\frac{5{,}22 - 4{,}20}{4{,}20} = 0{,}2428\ldots \approx 24\ \% \text{ pidempi.}$$

151. a)

$$x^2 = 210^2 + 83^2 \qquad 2{,}10 \text{ m} = 210 \text{ cm}$$



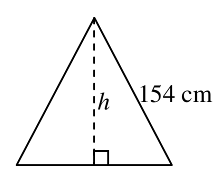
$$x^2 = 50\,989$$

$$x = \pm\sqrt{50\,989} \qquad \text{Negatiivinen juuri ei käy.}$$

$$x = 225{,}80\ldots \approx 230 \text{ (cm)}$$

230 cm = 2,3 m

b) Lasketaan tikkaiden korkeus h.



$$h^2 + 60^2 = 154^2$$

$$h^2 + 3\,600 = 23\,716 \qquad |-3600$$

$$h^2 = 20\,116$$

$$h = \pm\sqrt{20\,116} \qquad \text{Negatiivinen juuri ei käy.}$$

$$h = 141{,}83\ldots \approx 142 \text{ (cm)}$$

142 cm = 1,42 m

152. Kolmio on suorakulmainen, jos sille pätee Pythagoraan lause.

a) Kateettien neliöiden summa: $9{,}5^2 + 8{,}0^2 = 154{,}25$

Hypotenuusan neliö: $11{,}5^2 = 132{,}25$

Koska $154{,}25 \neq 132{,}25$, Pythagoraan lause ei päde eikä kolmio ole suorakulmainen.

b) Kateettien neliöiden summa: $4{,}5^2 + 6{,}0^2 = 56{,}25$

Hypotenuusan neliö: $7{,}5^2 = 56{,}25$

Pythagoraan lause pätee, joten kolmio on suorakulmainen.

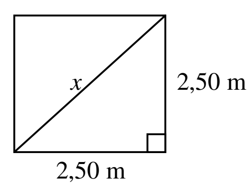
c) Kateettien neliöiden summa: $20^2 + 48^2 = 2\,704$

Hypotenuusan neliö: $52^2 = 2\,704$

Pythagoraan lause pätee, joten kolmio on suorakulmainen.

153. Neliön muotoisen kasvimaan sivun pituus on 2,50 m. Kasvimaan lävistäjälle istutetaan krookuksen sipuleita 5 cm:n välein.

Lasketaan kasvimaan lävistäjän pituus Pythagoraan lauseella.



$x^2 = 2{,}50^2 + 2{,}50^2$

$x^2 = 12{,}5$

$x = \pm\sqrt{12{,}5}$ Negatiivinen juuri ei käy.

$x = 3{,}5355\ldots \approx 3{,}54$ (m)

3,54 m = 354 cm

Sipuleita mahtuu lävistäjälle

$\frac{354}{5} = 70{,}8$ eli 70 sipulia.

154. Lumi Kinos aloitti aarteen piilottamisen suuren kuusen juurelta. Hän kulki 75 askelta etelään, kääntyi sitten länteen ja kulki 37 askelta eteenpäin, kääntyi tämän jälkeen vielä etelään ja kulki 16 askelta.

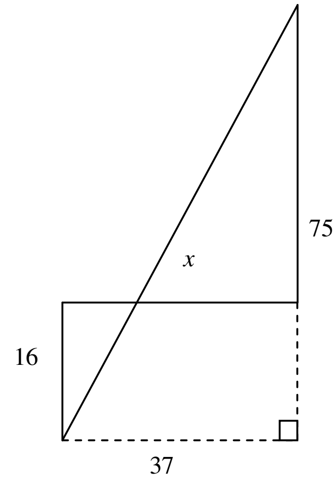
$75 + 16 = 91$

$x^2 = 37^2 + 91^2$

$x^2 = 9\,650$

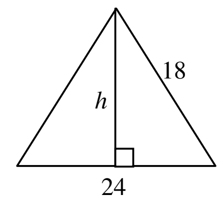
$x = \pm\sqrt{9\,650}$ Negatiivinen juuri ei käy.

$x = 98{,}23\ldots \approx 98$ askeleen päässä



155. Tasakylkisen kolmion kannan pituus on 24 cm ja kyljen pituus on 18 cm.

Kolmion korkeus h lasketaan Pythagoraan lauseella.



$h^2 + 12^2 = 18^2$

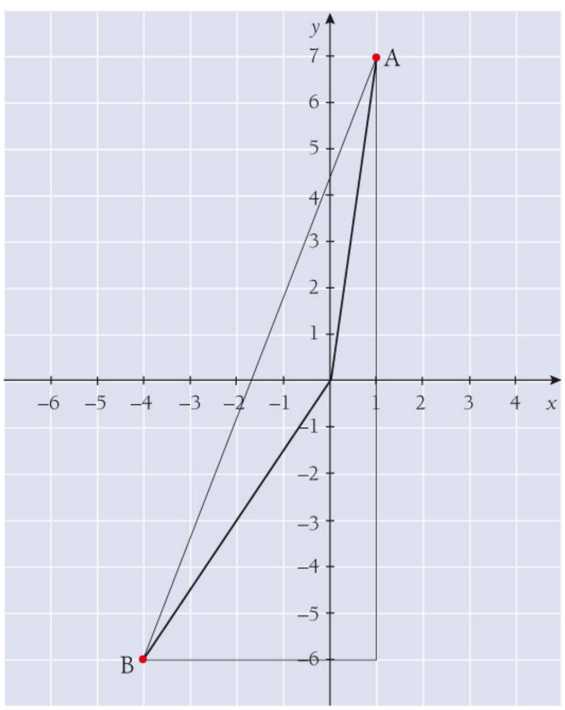
$h^2 + 144 = 324 \quad | -144$

$h^2 = 180$

$h = \pm\sqrt{180}$ Negatiivinen juuri ei käy.

$h = 13{,}41\ldots \approx 13$ (cm)

156. a)



Pisteiden välinen etäisyys d saadaan Pythagoraan lauseesta.

$d^2 = (7 + 6)^2 + (1 + 4)^2$

$d^2 = 13^2 + 5^2$

$d^2 = 194$

$d = \pm\sqrt{194}$ Negatiivinen juuri ei käy.

$d = 13{,}928\ldots \approx 13{,}9$

b) Pisteen $A = (1, 7)$ etäisyys origosta:

$d^2 = 7^2 + 1^2$

$d^2 = 50$

$d = \pm\sqrt{50}$ Negatiivinen juuri ei käy.

$d = 7{,}0716\ldots \approx 7{,}07$

Pisteen $B = (–4, –6)$ etäisyys origosta.

$d^2 = 4^2 + 6^2$

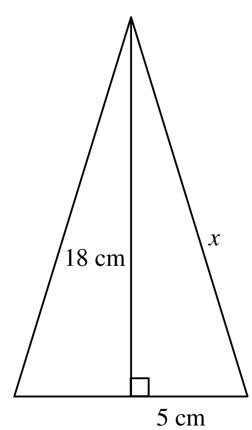
$d^2 = 52$

$d = \pm\sqrt{52}$ Negatiivinen juuri ei käy.

$d = 7{,}2111\ldots \approx 7{,}21$

Piste A on lähempänä origoa.

157. Tasakylkisen kolmion korkeus on 18 cm ja kanta 10 cm.



$x^2 = 18^2 + 5^2$

$x^2 = 349$

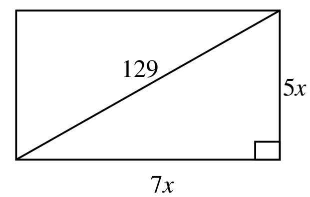
$x = \pm\sqrt{349}$ Negatiivinen juuri ei käy.

$x = 18{,}6815\ldots \approx 18{,}68$ (cm)

Kolmion piiri on

$10 + 2 \cdot 18{,}68 = 47{,}36 \approx 47$ (cm).

158. Jalkapallokentän sivujen pituuksien suhde on 7 : 5.
Kentän lävistäjän pituus on 129 m.



$$(5x)^2 + (7x)^2 = 129^2$$

$$25x^2 + 49x^2 = 16\,641$$

$$74x^2 = 16\,641 \qquad | : 74$$

$$x^2 = 224{,}878$$

$$x = \pm\sqrt{224{,}878} \qquad \text{Negatiivinen juuri ei käy.}$$

$$x = 14{,}99\ldots \approx 15 \text{ (m)}$$

Sivut ovat

$5x = 5 \cdot 15 = 75$ (m)

$7x = 7 \cdot 15 = 105$ (m).

159. Kolmion sivujen pituudet ovat 8, 8 ja 12. Lasketaan kolmion korkeus.

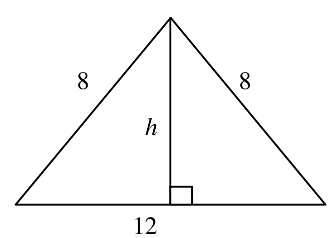
$$h^2 + 6^2 = 8^2$$

$$h^2 + 36 = 64 \qquad | -36$$

$$h^2 = 28$$

$$h = \pm\sqrt{28} \qquad \text{Negatiivinen juuri ei käy.}$$

$$h = 5{,}29150\ldots \approx 5{,}291 \text{ (cm)}$$



Kolmion pinta-ala on

$$A = \frac{12 \cdot \sqrt{28}}{2} = 6\sqrt{28} = 31{,}74\ldots \approx 32.$$

Likiarvoilla:

$$A = \frac{12 \cdot 5{,}291}{2} = 31{,}746 \approx 32.$$

160. 72-tuumaisen laajakuvatelevision sivujen pituuksien suhde on 16 : 9.

Muutetaan näytön halkaisijan pituus senttimetreiksi.

72’’ = $72 \cdot 2{,}54 = 182{,}88$ (cm)

Merkitään sivujen pituuksia $9x$:llä ja $16x$:llä. Pythagoraan lauseesta saadaan:

$(9x)^2 + (16x)^2 = 182{,}88^2$

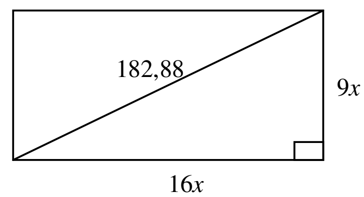
$81x^2 + 256x^2 = 33\ 445$

$337x^2 = 33\ 445 \qquad | : 337$

$x^2 = 99{,}2433$

$x = \pm\sqrt{99{,}2433}$ Negatiivinen juuri ei käy.

$x = 9{,}96$ (cm)



Sivut ovat

$9x = 9 \cdot 9{,}96 = 89{,}64 \approx 90$ (cm)

$16x = 16 \cdot 1{,}27 = 159{,}36 \approx 159$ (cm).

161. Suorakulmaisen kolmion toinen kateetti on 10,0 cm. Toisen kateetin pituus on 2,0 cm lyhyempi kuin hypotenuusa.

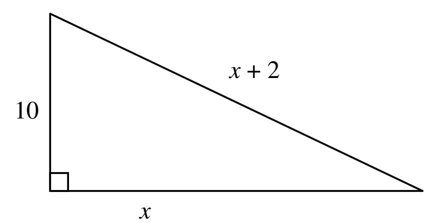
$(x + 2)^2 = x^2 + 10^2$

$(x + 2)(x + 2) = x^2 + 10^2$

$x^2 + 2x + 2x + 4 = x^2 + 100 \qquad | -x^2 - 4$

$4x = 96 \qquad | : 4$

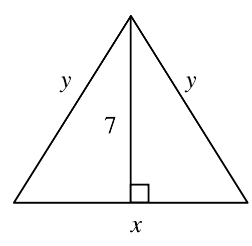
$x = 24$ (cm)



162. Tasakylkisen kolmion piiri on 98 cm. Kolmion korkeus on 7 cm.

$x + 2y = 98$

$x = 98 - 2y$



Suorakulmaisen kolmion lyhyempi kateetti on

$\frac{98-2y}{2} = 49 - y$.

Pythagoraan lause:

$(49 - y)^2 + 7^2 = y^2$

$(49 - y)(49 - y) + 7^2 = y^2$

$2\ 401 - 49y - 49y + y^2 + 49 = y^2 \qquad | -y^2 - 49 - 2\ 401$

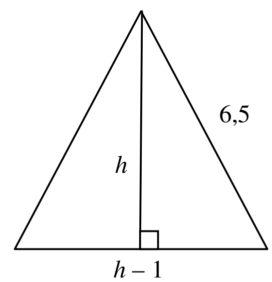
$$-98y = -2450 \qquad |:-98$$

$$y = 25 \text{ (cm)}$$

Kanta on $x = 98 - 2y = 98 - 2 \cdot 25 = 48$ (cm).

163. Punaisesta askartelupunoksesta tehdään joulukorttiin tonttulakki, joka on tasakylkinen kolmio. Tonttulakin alaosa on 1,0 cm lyhyempi kuin korkeus. Lakin reunan pituus on 6,5 cm.

Lasketaan korkeus h Pythagoraan lauseella.



Suorakulmaisen kolmion lyhyempi kateetti on

$\dfrac{h-1}{2} = 0{,}5h - 0{,}5$.

Pythagoraan lause:

$$(0{,}5h - 0{,}5)^2 + h^2 = 6{,}5^2$$

$$(0{,}5h - 0{,}5)(0{,}5h - 0{,}5) + h^2 = 6{,}5^2$$

$$0{,}25h^2 - 0{,}25h - 0{,}25h + 0{,}25 + h^2 = 42{,}25 \qquad |-42{,}25$$

$$1{,}25h^2 - 0{,}5h - 42 = 0 \qquad a = 1{,}25,\ b = -0{,}5 \text{ ja } c = -42$$

$$h = \frac{-(-0{,}5) \pm \sqrt{(-0{,}5)^2 - 4 \cdot 1{,}25 \cdot (-42)}}{2 \cdot 1{,}25} \qquad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$h = \frac{0{,}5 \pm 14{,}5}{2{,}5}$$

$$h = \frac{0{,}5 + 14{,}5}{2{,}5} = 6 \text{ tai } h = \frac{0{,}5 - 14{,}5}{2{,}5} = -5{,}6 \text{ (negatiivinen juuri ei käy)}$$

Piiri: $6{,}5 \cdot 2 + (6 - 1) = 18$

Punosta tarvitaan: $18 \cdot 25 = 450$ (cm)

$450 \text{ cm} = 4{,}5 \text{ m}$

Trigonometriaa

164. a) $\tan 35° = 0{,}700$

b) $\sin 72° = 0{,}951$

c) $\cos 5^{\circ} = 0{,}996$

165. a) $\sin\alpha = 0{,}123$

$\alpha = 7{,}065\ldots° \approx 7{,}1°$

b) $\cos\alpha = 0{,}765$

$\alpha = 40{,}093\ldots° \approx 40{,}1°$

c) $\tan\alpha = 1{,}853$

$\alpha = 61{,}645\ldots° \approx 61{,}6°$

166. a) $\tan\alpha = \frac{7}{24}$

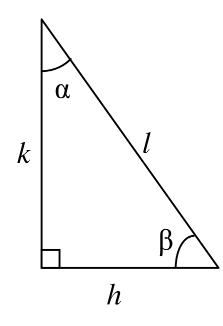
b) $\sin\alpha = \frac{7}{25}$

c) $\cos\alpha = \frac{24}{25}$

167. a) $\tan\beta = \frac{k}{h}$

b) $\sin\beta = \frac{k}{l}$

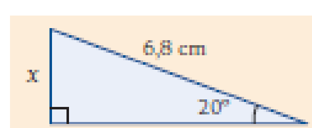
c) $\cos\beta = \frac{h}{l}$



168. a) $\sin 20° = \frac{x}{6{,}8} \quad | \cdot 6{,}8$

$x = 6{,}8 \cdot \sin 20°$

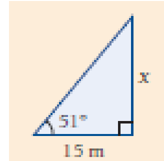
$x = 2{,}325\ldots \approx 2{,}3 \text{ (cm)}$



b) $\tan 51° = \dfrac{x}{15}$ $\quad | \cdot 15$

$x = 15 \cdot \tan 51°$

$x = 18{,}523... \approx 19$ (cm)

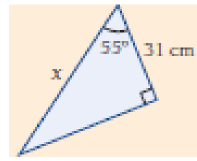


c) $\cos 55° = \dfrac{31}{x}$ $\quad | \cdot x$

$x \cos 55° = 31$ $\quad | : \cos 55°$

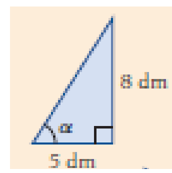
$x = \dfrac{31}{\cos 55°}$

$x = 54{,}04\ldots \approx 54$ (cm)



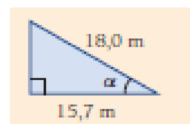
169. a) $\tan\alpha = \dfrac{8}{5}$

$\alpha = 57{,}99...° \approx 58°$



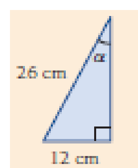
b) $\cos\alpha = \dfrac{15{,}7}{18{,}0}$

$\alpha = 29{,}282...° \approx 29{,}3°$



c) $\sin\alpha = \dfrac{12}{26}$

$\alpha = 27{,}48...° \approx 27°$



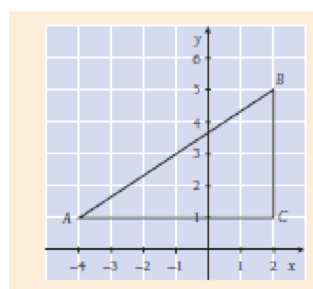
170. $A = \alpha$

$B = \beta$

$C = \gamma$

$A: \tan\alpha = \dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3}$

$\alpha = 33{,}690...° \approx 33{,}7°$

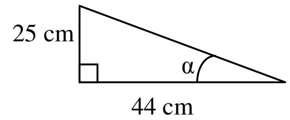


$B:\ \tan\beta = \dfrac{6}{4} = 1{,}5$

$\beta = 56{,}309...° \approx 56{,}3°$

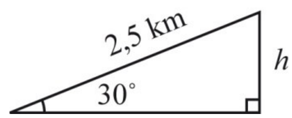
$C: 90°$

171. $\tan\alpha = \dfrac{25}{44}$



$\alpha = 29{,}60...° \approx 30°$

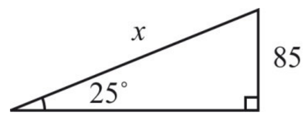
172. $\sin 30° = \dfrac{h}{2{,}5} \qquad | \cdot 2{,}5$



$h = 2{,}5 \cdot \sin 30°$

$h = 1{,}25 \approx 1{,}3$ (km)

173. $\sin 25° = \dfrac{85}{x} \qquad | \cdot x$



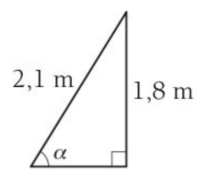
$\sin 25° \cdot x = 85 \qquad | : \sin 25°$

$x = \dfrac{85}{\sin 25°}$

$x = 201{,}12... \approx 201$ (cm)

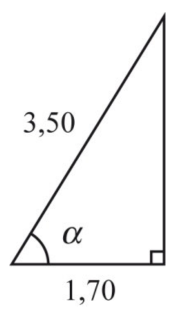
201 cm = 2,01 m

174. $\sin\alpha = \dfrac{1{,}8}{2{,}1}$



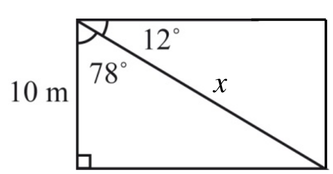
$\alpha = 58{,}99...° \approx 59°$

175. $\cos\alpha = \dfrac{1{,}70}{3{,}50}$



$\alpha = 60{,}940...° \approx 60{,}9°$

176. $\tan 78° = \dfrac{x}{10}$

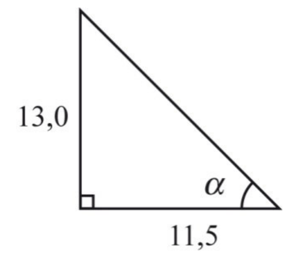


$x = 10 \cdot \tan 78°$

$x = 47{,}04... \approx 47$ (m)

177. $\tan\alpha = \frac{13{,}0}{11{,}5}$

$\alpha = 48{,}503...° \approx 48{,}5°$

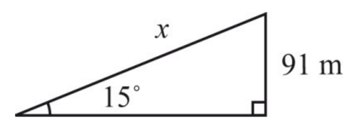


178. $\sin 15° = \frac{91}{x} \qquad | \cdot x$

$\sin 15° \cdot x = 91 \qquad | : \sin 15°$

$x = \frac{91}{\sin 15°}$

$x = 351{,}5... \approx 350 \text{ (m)}$



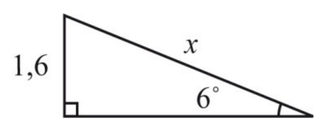
179. $\sin 6° = \frac{1{,}6}{x} \qquad | \cdot x$

$\sin 6° \cdot x = 1{,}6 \qquad | : \sin 6°$

$x = \frac{1{,}6}{\sin 6°}$

$x = 15{,}306... = 15{,}3 \text{ (m)}$

puu: $1{,}6 + 15{,}3 = 16{,}9 \approx 17 \text{ (m)}$



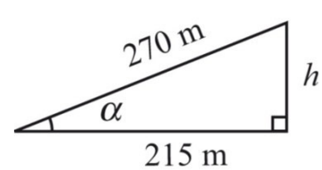
180. $\cos\alpha = \frac{215}{270}$

$\alpha = 37{,}2221...° \approx 37{,}22°$

$\tan 37{,}22° = \frac{h}{270} \qquad | \cdot 270$

$h = 270 \cdot \sin 37{,}22°$

$h = 163{,}31... \approx 163 \text{ (m)}$



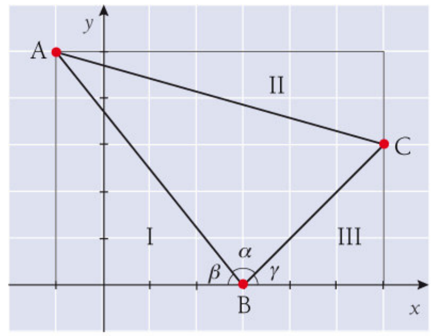
181. I: $\tan\beta = \dfrac{5}{4}$

$\beta = 51{,}34°$

III: $\tan\gamma = \dfrac{3}{3}$

$\gamma = 45°$

$\alpha = 180° - 45° - 51{,}34° = 83{,}66° \approx 84°$



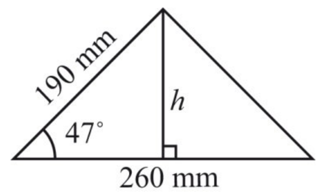
182. $\sin 47° = \dfrac{h}{190}$ $\quad | \cdot 190$

$h = 190 \cdot \sin 47°$

$h = 138{,}9572... \approx 138{,}96$ (mm)

$A = \dfrac{260 \cdot 138{,}96}{2} = 18\ 064{,}8 \approx 18\ 100\ (\text{mm}^2)$

$18\ 100\ \text{mm}^2 = 181\ \text{cm}^2$

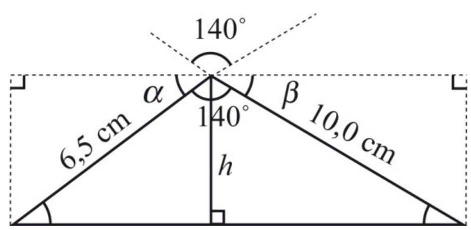


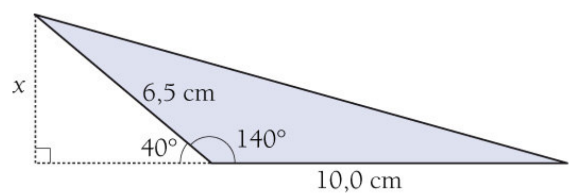
183. $\sin 40° = \dfrac{x}{6{,}5}$ $\quad | \cdot 6{,}5$

$x = 6{,}5 \cdot \sin 40°$

$x = 4{,}17811... \approx 4{,}178$ (cm)

$A = \dfrac{10{,}0 \cdot 4{,}178}{2} = 20{,}89 \approx 21\ (\text{cm}^2)$





184. $\alpha = 180° - 90° - 65° = 25°$

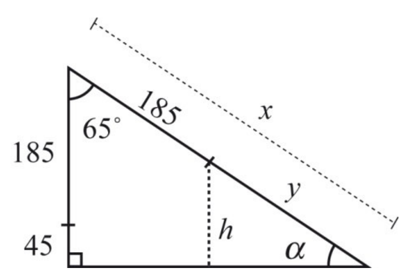
$185 + 45 = 230$

$\cos 65° = \dfrac{230}{x}$ $\quad | \cdot x$

$\cos 65° \cdot x = 230$ $\quad | : \cos 65°$

$x = \dfrac{230}{\cos 65°}$

$x = 544{,}2263... \approx 544{,}23$



$y = 544{,}23 - 185 = 359{,}23$

$\sin 25° = \dfrac{h}{359{,}23} \qquad | \cdot 359{,}23$

$h = 359{,}23 \cdot \sin 25°$

$h = 151{,}81... \approx 150 \text{ (cm)}$

150 cm = 1,5 m

185. $A = \dfrac{h \cdot (h-3)}{2} = 28$

$\dfrac{h^2 - 3h}{2} = 28 \qquad | \cdot 2$

$h^2 - 3h = 56 \qquad | \cdot -56$

$h^2 - 3h - 56 = 0 \qquad a = 1,\ b = -3 \text{ ja } c = -56$

$h = \dfrac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-56)}}{2 \cdot 1}$

$h = \dfrac{3 \pm \sqrt{233}}{2}$

$h = \dfrac{3 + \sqrt{233}}{2} = 9{,}13216... \approx 9{,}132$ tai

$h = \dfrac{3 - \sqrt{233}}{2} = -6{,}13216... \approx -6{,}132$ Negatiivinen juuri ei käy.

Lasketaan kannan pituus

$h - 3 = 9{,}132 - 3 = 6{,}132$

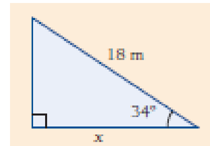
$\tan \alpha = \dfrac{9}{3{,}066}$

$\alpha = 71{,}1877...° \approx 71{,}19°$

$\beta = 180° - 2 \cdot 71{,}19° = 37{,}62° \approx 38°$

Kulmat ovat 71°, 71° ja 38°.

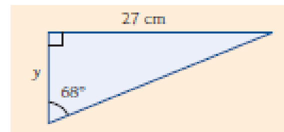
186. a) $\cos 34° = \dfrac{x}{18}$ $\quad | \cdot 18$



$x = 18 \cdot \cos 34^{\circ}$

$x = 14{,}92... \approx 15$ (m)

b) $\tan 68° = \dfrac{27}{y}$ $\quad | \cdot y$

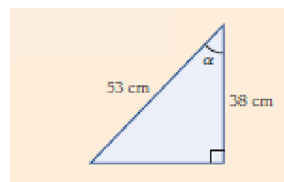


$y \cdot \tan 68° = 27$ $\quad | : \tan 68^{\circ}$

$y = \dfrac{27}{\tan 68°}$

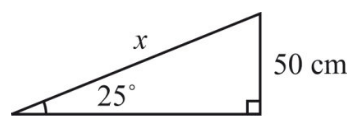
$y = 10{,}90... \approx 11$ (cm)

c) $\cos\alpha = \dfrac{38}{53}$



$\alpha = 44{,}19...° \approx 44°$

187. $\sin 25° = \dfrac{50}{x}$ $\quad | \cdot x$



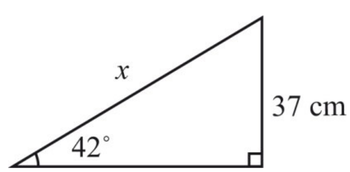
$x \cdot \sin 25° = 50$ $\quad | : \sin 25°$

$x = \dfrac{50}{\sin 25°}$

$x = 118{,}31... \approx 120$ (cm)

120 cm = 1,2 m

188. $\sin 42° = \dfrac{37}{x}$ $\quad | \cdot x$

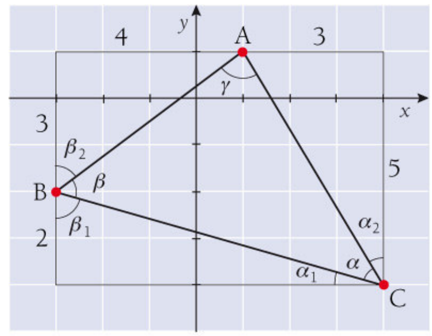


$x \cdot \sin 42° = 37$ $\quad | : \sin 42°$

$x = \dfrac{37}{\sin 42°}$

$x = 55{,}29... \approx 55$ (m)

189. $\tan \alpha_1 = \dfrac{2}{7}$



$$\alpha_1 = 15{,}9453...° \approx 15{,}95°$$

$$\beta_1 = 180° - 90° - 15{,}95° = 74{,}05°$$

$$\tan \alpha_2 = \frac{3}{5} = 0{,}6$$

$$\alpha_2 = 30{,}9637...° \approx 30{,}96°$$

$$\tan \beta_2 = \frac{4}{3}$$

$$\beta_2 = 53{,}1301...° \approx 53{,}13°$$

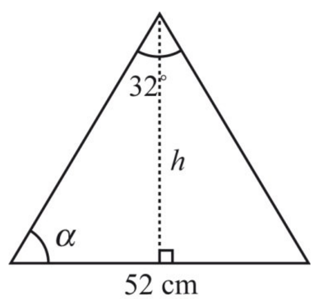
$$\begin{aligned}\alpha &= 90° - \alpha_1 - \alpha_2\\ &= 90° - 15{,}95° - 30{,}96°\\ &= 43{,}09° \approx 43{,}1°\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\beta &= 180° - \beta_1 - \beta_2\\ &= 180° - 74{,}05° - 53{,}13°\\ &= 52{,}82° \approx 52{,}8°\end{aligned}$$

$$\gamma = 180° - 43{,}09° - 52{,}82° = 84{,}09° \approx 84{,}1°$$

190. $\tan 16° = \dfrac{26}{h} \quad | \cdot h$

$$h \cdot \tan 16° = 26 \quad | : \tan 16°$$



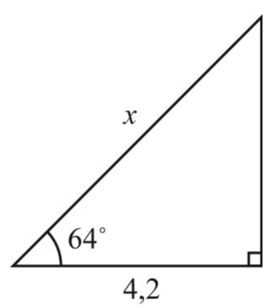
$$h = \frac{26}{\tan 16°}$$

$$h = 90{,}6727... \approx 90{,}67 \text{ (cm)}$$

$$A = \frac{52 \cdot 90{,}67}{2} = 2\ 357{,}42 \approx 2\ 400\ (\text{cm}^2)$$

$$2\ 400\ \text{cm}^2 = 24\ \text{dm}^2$$

191. $\cos 64° = \dfrac{4{,}2}{x} \quad | \cdot x$



$$x \cdot \cos 64° = 4{,}2 \quad | : \cos 64°$$

$$x = 9{,}58... \approx 9{,}6\ \text{(m)}$$

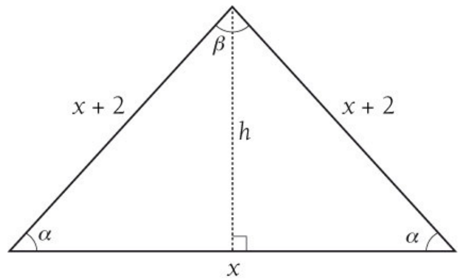
192. $p = 28{,}0$ cm

$p = x + 2(x + 2{,}0) = 28{,}0$

$x + 2x + 4{,}0 = 28{,}0 \quad | - 4{,}0$

$3x = 24{,}0 \quad | : 3$

$x = 8{,}0$



Kannan pituus on 8,0 cm ja kyljen pituus 10,0 cm.

Lasketaan kulmien suuruudet.

$$\cos\alpha = \frac{4}{10} = 0{,}4$$

$$\alpha = 66{,}4218\ldots° \approx 66{,}42°$$

$$\beta = 180° - 2 \cdot 66{,}42° = 47{,}16° \approx 47°$$

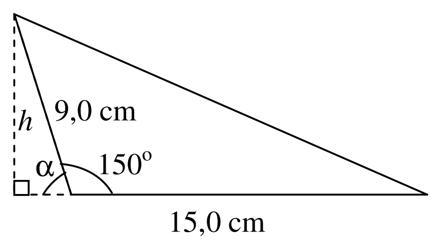
$$\tan 66{,}42° = \frac{h}{4} \quad | \cdot 4$$

$$h = 4 \cdot \tan 66{,}42°$$

$$h = 9{,}16435\ldots \approx 9{,}164$$

$$A = \frac{9{,}164 \cdot 8{,}0}{2} = 36{,}656 \approx 37 \ (\text{cm}^2)$$

193. Piirretään mallikuva.



Kulman α suuruus on

$\alpha = 180° - 150° = 30°$

$$\sin 30° = \frac{h}{9{,}0} \quad | \cdot 9{,}0$$

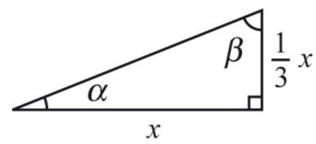
$$h = 9{,}0 \cdot \sin 30°$$

$$h = 4{,}5$$

Kolmion pinta-ala on

$$A = \frac{15{,}0 \cdot 4{,}5}{2} = 33{,}75 \approx 34 \ (\text{cm}^2)$$

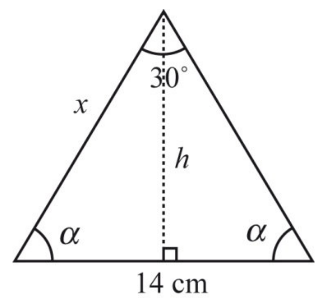
194. $\tan\alpha = \dfrac{\frac{1}{3}x}{x} = \dfrac{1}{3}$



$\alpha = 18{,}43...° \approx 18°$

$\beta = 180° - 90° - 18° = 72°$

195. $\sin 15° = \dfrac{7}{x} \quad | \cdot x$



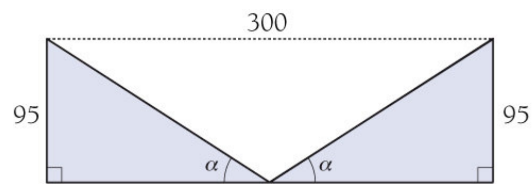
$x \cdot \sin 15°° = 7 \quad | : \sin 15°$

$x = \dfrac{7}{\sin 15°}$

$x = 27{,}045... \approx 27 \text{ (cm)}$

$p = 2 \cdot 27 + 14 = 68 \text{ (cm)}$

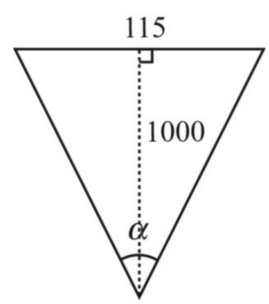
196. $\cos\alpha = \dfrac{95}{150}$



$\alpha = 32{,}34...° \approx 32°$

197. Kaukoputken näkökentän puolikas on β.

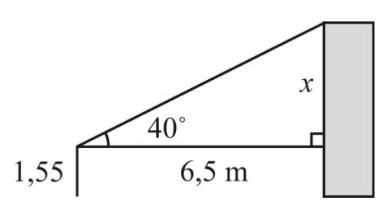
$\tan\beta = \dfrac{57{,}5}{1\,000}$



$\beta = 3{,}2908...° \approx 3{,}29°$

Koko näkökentän suuruus
on $\alpha = 2\beta = 2 \cdot 3{,}29° = 6{,}58° \approx 6{,}6°$

198. $\dfrac{x}{6{,}5} = \tan 40° \qquad | \cdot 6{,}5$



$x = 6{,}5 \cdot \tan 40°$

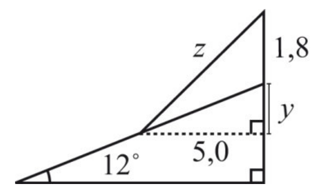
$x = 5{,}454147... \approx 5{,}4541$

Piharakennuksen korkeus on 5,4541 + 1,55 = 7,0041 ≈ 7,0 (m).

199. 1) $\cos 12° = \dfrac{x}{5{,}0} \qquad | \cdot 5{,}0$

$x = 5{,}0 \cdot \cos 12°$

$x = 4{,}89073... \approx 4{,}891$



2) $\sin 12° = \dfrac{y}{5{,}0} \qquad | \cdot 5{,}0$

$y = 5{,}0 \cdot \sin 12°$

$y = 1{,}03955... \approx 1{,}040$

3) $z^2 = 4{,}891^2 + 2{,}84^2$

$z = \pm\sqrt{31{,}987481}$ Negatiivinen juuri ei käy.

$z = 5{,}65574... \approx 5{,}65574$

Puun korkeus on $1{,}8 + 5{,}656 = 7{,}455 \approx 7{,}5$ (m).

200. $\sin 46° = \dfrac{h}{25{,}0} \qquad | \cdot 25{,}0$

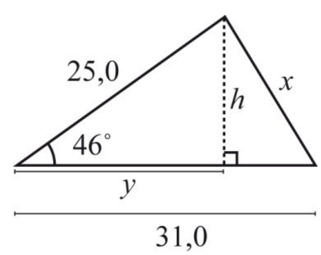
$h = 25{,}0 \cdot \sin 46°$

$h = 17{,}983$

$\cos 46° = \dfrac{y}{25{,}0} \qquad | \cdot 25{,}0$

$y = 25{,}0 \cdot \cos 46°$

$y = 17{,}366$ (cm)



$31{,}0 - 17{,}366 = 13{,}634$

$x^2 = 17{,}983^2 + 13{,}634^2$

$x^2 = 509{,}274245$

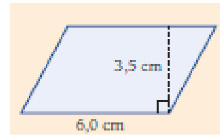
$x = \pm\sqrt{509{,}274245}$

$x = 22{,}567... \approx 22{,}6$ (cm)

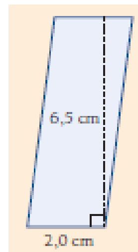
Kolmannen sivun pituus on 22,6 cm.

Monikulmiot

201. Suunnikkaan pinta-ala on $A = ah$, missä a on suunnikkaan kanta ja h kantaa vasten piirretty korkeus.

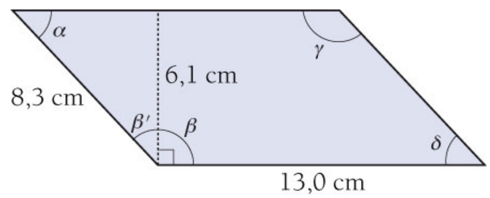


a) $A = ah = 6{,}0 \cdot 3{,}5 = 21\ (\text{cm}^2)$



b) $A = ah = 2{,}0 \cdot 6{,}5 = 13\ (\text{cm}^2)$

202. $\sin\alpha = \dfrac{6{,}1}{8{,}3}$



$\alpha = 47{,}30\ldots° \approx 47°$

$\beta' = 180° - 47° - 90° = 43°$

$\beta = 90° + 43° = 133°$

$\gamma = \beta = 133°$

$\delta = \alpha = 47°$

203. Suunnikkaan pinta-ala on $8{,}0\ \text{m}^2$ ja kanta 3,2 m.

$A = ah$

$3{,}2h = 8{,}0 \quad |: 3{,}2$

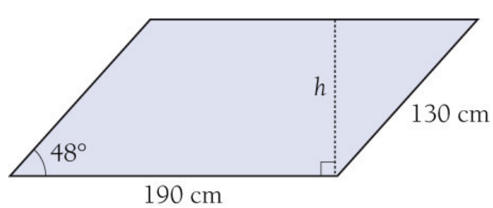
$h = \dfrac{8{,}0}{3{,}2} = 2{,}5\ (\text{m})$

204. Suunnikkaan muotoinen levy halutaan maalata vain toiselta puolelta. Levyn sivujen pituudet ovat 130 cm ja 190 cm. Levyn terävän kulman suuruus on 48º. Maalia riittää $1{,}5\ \text{m}^2$:n maalaamiseen.

$\sin 48° = \dfrac{h}{130} \quad | \cdot 130$

$h = 130 \cdot \sin 48°$

$h = 96{,}60882\ldots \approx 96{,}608\ (\text{cm})$

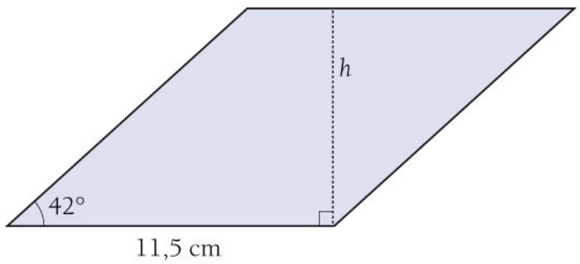


$A = ah = 190 \cdot 96{,}608 = 18\,355{,}52 \approx 18\,400\ (\text{cm}^2)$

$18\,400\ \text{cm}^2 = 184\ \text{dm}^2 = 1{,}84\ \text{m}^2$

Maali ei riitä.

205. Neljäkkään sivun pituus on 11,5 cm ja terävän kulman suuruus on 42º. Neljäkäs on suunnikas, jonka kaikki sivut ovat yhtä pitkät.



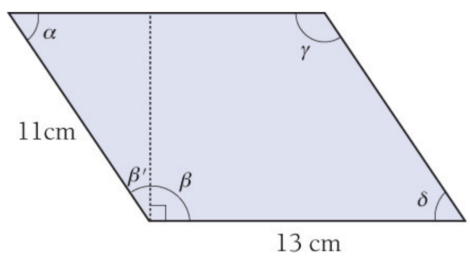
$\sin 42^\circ = \dfrac{h}{11{,}5} \quad | \cdot 11{,}5$

$h = 11{,}5 \cdot \sin 42^\circ$

$h = 7{,}69500\ldots \approx 7{,}695 (\text{cm})$

$A = ah = 11{,}5 \cdot 7{,}695 = 88{,}4925 \approx 88\ (\text{cm}^2)$

206. Suunnikkaan sivut ovat 13 cm ja 11 cm. Suunnikkaan ala on 89 cm^2.



Lasketaan suunnikkaan korkeus *h*.

$13 \cdot h = 89 \quad | : 13$

$h = 6{,}84615... \approx 6{,}846 (\text{cm})$

Kulman α suuruus on

$\sin \alpha = \dfrac{6{,}846}{11}$

$\alpha = 38{,}48\ldots \approx 38^\circ$

$\beta' = 180^\circ - 38^\circ - 90^\circ = 52^\circ$

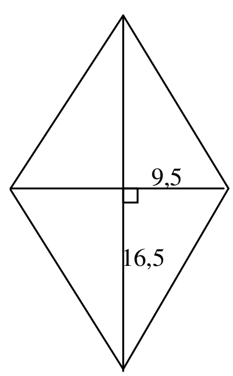
$\beta = 90^\circ + 52^\circ = 142^\circ$

$\gamma = \beta = 142^\circ$

$\delta = \alpha = 38^\circ$

207. Salmiakin muotoisen betonilaatan lävistäjien pituudet

ovat 33 cm ja 19 cm.



Lävistäjät jakavat kaakelin neljään
yhdenmuotoiseen kolmioon. Kolmion kateetit ovat

$\frac{33}{2}=16{,}5$ (cm)

$\frac{19}{2}=9{,}5$ (cm)

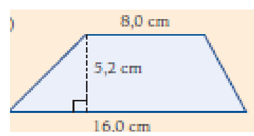
Kaakelin pinta-ala on

$$A=4\cdot\frac{16{,}5\cdot 9{,}5}{2}=313{,}5\ (\text{cm}^2)$$

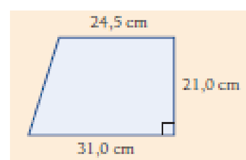
$313{,}5\ \text{cm}^2 = 3{,}135\ \text{dm}^2 \approx 3{,}1\ \text{dm}^2$

208. Puolisuunnikkaan pinta-ala on $A=\frac{a+b}{2}\cdot h$, missä a ja b ovat puolisuunnikkaan yhdensuuntaisten sivujen pituudet ja h on puolisuunnikkaan korkeus.

a) $A=\frac{a+b}{2}\cdot h=\frac{8{,}0+16{,}0}{2}\cdot 5{,}2=62{,}4\approx 62\ (\text{cm}^2)$



b) $A=\frac{a+b}{2}\cdot h=\frac{24{,}5+31{,}0}{2}\cdot 21{,}0=582{,}75\approx 583\ (\text{cm}^2)$

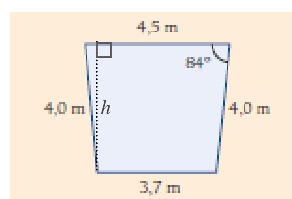


209. a) $\sin 84^\circ=\frac{h}{4{,}0}\quad |\cdot 4{,}0$

$h = 4{,}0\cdot\sin 84^\circ$

$h = 3{,}97808\ldots \approx 3{,}978$ (m)

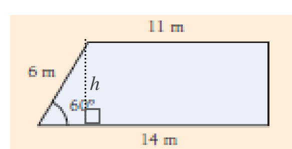
$A=\frac{a+b}{2}\cdot h=\frac{4{,}5+3{,}7}{2}\cdot 3{,}978=16{,}3098\approx 16\ (\text{m}^2)$



b) $\sin 60^\circ=\frac{h}{6{,}0}\quad |\cdot 6$

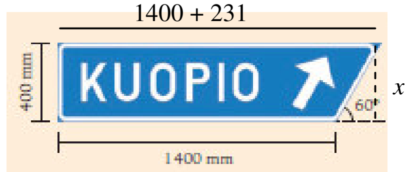
$h = 6\cdot\sin 60^\circ$

$h = 5{,}19615\ldots\approx 5{,}196$ (m)



$$A = \frac{a+b}{2} \cdot h = \frac{11+14}{2} \cdot 5{,}196 = 64{,}95 \approx 65 \text{ (m}^2\text{)}$$

210.



$$\tan 60^\circ = \frac{400}{x} \qquad | \cdot x$$

$$x \cdot \tan 60^\circ = 400 \qquad | : \tan 60^\circ$$

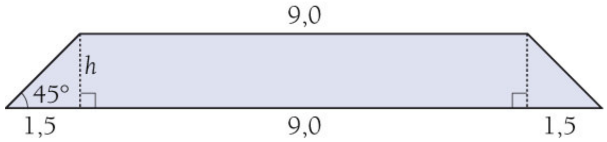
$$x = \frac{400}{\tan 60^\circ}$$

$$x = 230{,}940\ldots \approx 231$$

$$A = \frac{a+b}{2} \cdot h = \frac{1400+(1400+231)}{2} \cdot 400 = 606\ 200 \approx 610\ 000 \text{ (mm}^2\text{)}$$

$610\ 000 \text{ mm}^2 = 0{,}61 \text{ m}^2$

211. Suklaaharkon poikkipinta on tasakylkinen puolisuunnikas, jonka yhdensuuntaiset sivut ovat 12,0 cm ja 9,0 cm ja terävä kulma on 45°.



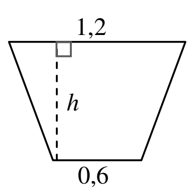
$$\tan 45^\circ = \frac{h}{1{,}5} \qquad | \cdot 1{,}5$$

$$h = 1{,}5 \cdot \tan 45^\circ$$

$$h = 1{,}5 \text{ (cm)}$$

$$A = \frac{a+b}{2} \cdot h = \frac{9{,}0+12{,}0}{2} \cdot 1{,}5 = 15{,}75 \approx 16 \text{ (cm}^2\text{)}$$

212. Salaojia varten jouduttiin kaivamaan oja, jonka poikkileikkaus oli puolisuunnikkaan muotoinen. Poikkileikkauksen pinta-ala on 0,65 m^2. Ojan pohjan leveys on 0,60 m ja kaivannon yläreunan leveys on 1,20 m.



$$A = \frac{a+b}{2} \cdot h = \frac{0{,}6+1{,}2}{2} \cdot h = 0{,}65$$

$$\frac{1{,}8}{2} \cdot h = 0{,}65$$

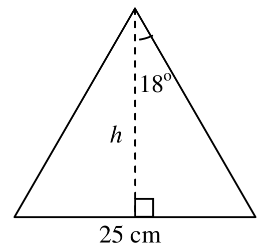
$$0{,}9h = 0{,}65 \qquad | : 0{,}9$$

$$h = 0{,}7222\ldots \approx 0{,}72 \text{ (m)}$$

213. Säännöllisen 10-kulmion sivun pituus on 25 cm.

10-kulmio muodostuu kymmenestä tasakylkisestä kolmiosta. Tarkastellaan yhtä kolmiota.

$$\frac{360^\circ}{10} = 36^\circ$$



$$\tan 18^\circ = \frac{12{,}5}{h} \qquad | \cdot h$$

$$h \cdot \tan 18^\circ = 12{,}5 \; | : \tan 18^\circ$$

$$h = \frac{12{,}5}{\tan 18^\circ}$$

$$h = 38{,}4710\ldots \approx 38{,}47 \text{ (cm)}$$

Yhden kolmion pinta-ala:

$$A_k = \frac{25 \cdot 38{,}47}{2} = 480{,}875 \text{ (cm}^2\text{)}$$

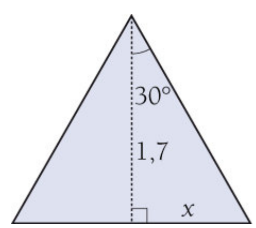
10-kulmion pinta-ala:

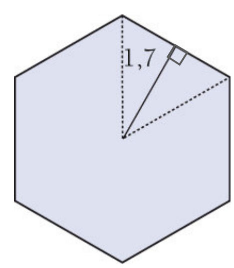
$$10 \cdot 480{,}875 = 4\,800{,}875 \approx 4\,800 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$4\,800 \text{ cm}^2 = 48 \text{ dm}^2$$

214. Kondiittori haluaa valmistaa säännöllisen kuusikulmion muotoisen suklaakonvehdin. Suklaakonvehdin kahden vastakkaisen sivun etäisyys on 3,4 cm.

$$\frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$$





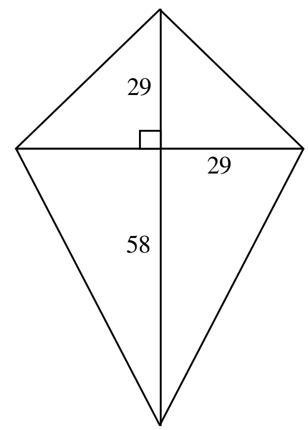
$$\tan 30^\circ = \frac{x}{1{,}7} \qquad | \cdot 1{,}7$$

$$x = 1{,}7 \cdot \tan 30^\circ$$

$$x = 0{,}981495\ldots \approx 0{,}9815 \text{ (cm)}$$

Sivun pituus on $2x = 2 \cdot 0{,}9815 = 1{,}963 \approx 2{,}0$ (cm).

215. Perinteisessä leijassa on kaksi ristikkäistä vartta, jotka muodostavat suoran kulman. Lyhyempi varsi leikkaa pidemmän varren suhteessa 1 : 2. Leikkauskohta on lyhyemmän varren puolivälissä. Varsien päälle on pingotettu nelikulmion muotoinen kangas. Varsien pituudet ovat 58 cm ja 87 cm.



Ylemmän kolmion pinta-ala on

$$A_1 = \frac{58 \cdot 29}{2} = 841\ (\text{cm}^2).$$

Alemman kolmion pinta-ala on

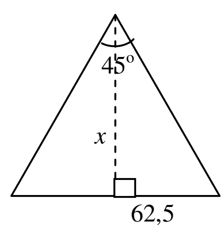
$$A_1 = \frac{58 \cdot 58}{2} = 1682\ (\text{cm}^2).$$

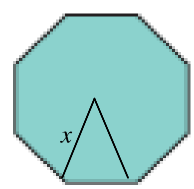
Leijan pinta-ala on

$A_1 + A_2 = 841 + 1\,682 = 2\,523 \approx 2\,500\ (\text{cm}^2)$

$2\,500\ \text{cm}^2 = 25\ \text{dm}^2$.

216. Haminan vanhaa keskustaa ympäröi tähden muotoinen 1700-luvun linnoitus. Sen sisällä on kahden ympyräkadun, ja niitä leikkaavan kahdeksan sädekadun asemakaava. Pikkuympyräkatu on 1,0 km:n mittainen säännöllinen kahdeksankulmio.





$$\frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$$

Kahdeksankulmion sivun pituus:

$$\frac{1000}{8} = 125\ \text{m}$$

Merkitään x:llä matkaa Pikkuympyräkadun ja Kasarmikadun kulmauksesta keskukseen.

$$\tan 22{,}5^\circ = \frac{62{,}5}{x} \qquad | \cdot x$$

$$x \cdot \tan 22{,}5^\circ = 62{,}5 \qquad | : \tan 22{,}5^\circ$$

$$x = \frac{62{,}5}{\tan 22{,}5^\circ}$$

$$x = 150{,}888\ldots \approx 150\ (\text{m})$$

217. Kolmion kulmien summa on 180º ja nelikulmion 360º.

a) $$\frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$$

Kuusikulmion yksi kulma on 2 · 60º = 120º.

Kuusikulmion kulmien summa:

6 · 120º = 720º.

b) $$\frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$$

12-kulmion yksi kulma on 180º – 30º = 150º.

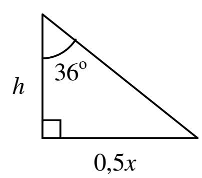
12-kulmion kulmien summa:

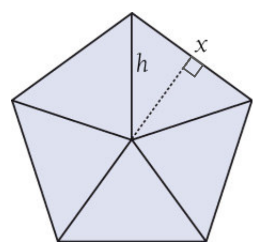
12 · 150º = 1 800º.

c)	3-kulmio:	180º
	4-kulmio:	360º = 2 · 180º
	6-kulmio:	720º = 4 · 180º
	12-kulmio:	1 800º = 10 · 180º

Monikulmion kulmien summaa kuvaa lauseke $(n - 2) \cdot 180^\circ$

218. $$\frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$$





$$\tan 36^\circ = \frac{0{,}5x}{h} \quad | \cdot h$$

$$h \cdot \tan 36^\circ = 0{,}5x \quad | : \tan 36^\circ$$

$$h = \frac{0{,}5x}{\tan 36^\circ}$$

Yhden kolmion ala on

$$A_k = \frac{x \cdot \frac{0{,}5x}{\tan 36^\circ}}{2} = \frac{0{,}25x^2}{\tan 36^\circ}$$

Säännöllisen viisikulmion ala on 1,0 m^2.

$$5 \cdot \frac{0,25x^2}{\tan 36^\circ} = 1,0 \quad | \cdot \tan 36°$$

$$1,25x^2 = \tan 36° \quad | : 1,25$$

$$x^2 = \frac{\tan 36^\circ}{1,25}$$

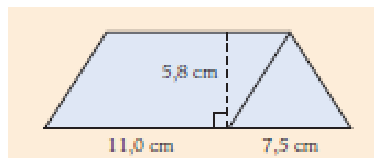
$$x^2 = \pm\sqrt{\frac{\tan 36^\circ}{1,25}}$$ Vain positiivinen juuri kelpaa.

$x = 0,7623\ldots \approx 0,76$ (m)

0,76 m = 76 cm

219. a) Suunnikkaan pinta-ala on $A = ah$, missä a on suunnikkaan kanta ja h kantaa vasten piirretty korkeus.

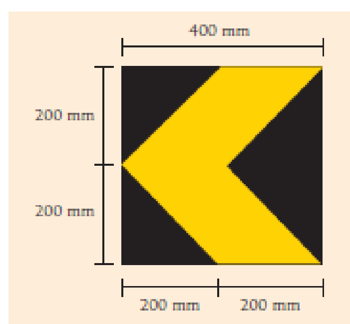
$A = ah = 11,0 \cdot 5,8 = 63,8 \approx 64$ (cm^2)



b) Puolisuunnikkaan pinta-ala on $A = \frac{a+b}{2} \cdot h$, missä a ja b ovat puolisuunnikkaan yhdensuuntaisten sivujen pituudet ja h on puolisuunnikkaan korkeus.

$$A = \frac{a+b}{2} \cdot h = \frac{(11,0+7,5)+11,0}{2} \cdot 5,8 = 85,55 \approx 86 \text{ (cm}^2\text{)}$$

220. Musta:



$$\frac{200 \cdot 200}{2} + \frac{200 \cdot 200}{2} + \frac{400 \cdot 200}{2} = 80\ 000 \text{ (mm}^2\text{)}$$

Keltainen:

$200 \cdot 200 + 200 \cdot 200 = 80\ 000$ (mm^2)

Pinta-ala yhteensä:

$2 \cdot 80\ 000 = 160\ 000$ (mm^2)

Mustan osuus:

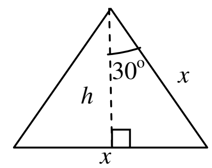
$$\frac{80\ 000}{160\ 000} = 0,5 = 50\ \%$$

Keltaisen osuus:

$$\frac{80\ 000}{160\ 000} = 0,5 = 50\ \%$$

221. Tasasivuisen kolmion kulmat ovat 60° ja piiri on 30 cm.

Merkitään kolmion sivun pituutta x:llä.



Piiri on $3x = 30$, josta ratkaistaan x.

$3x = 30 \qquad | : 3$

$x = 10$

Lasketaan korkeus h.

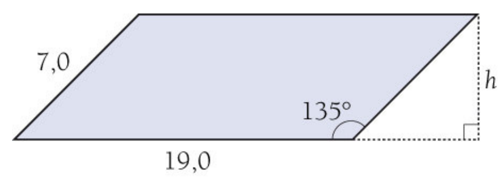
$$\cos 30^\circ = \frac{h}{10} \qquad | \cdot 10$$

$$h = 10 \cdot \cos 30^\circ$$

$$h = 8{,}6602... \approx 8{,}66 \text{ (cm)}$$

$$A = \frac{10 \cdot 8{,}66}{2} = 43{,}3 \approx 43 \text{ (cm}^2\text{)}$$

222. Suunnikkaan sivujen pituudet ovat 19,0 m ja 7,0 m, ja sivujen välisen tylpän kulman suuruus on 135°.



Lasketaan tylpän kulman vieruskulman suuruus.

$180° - 135° = 45°$.

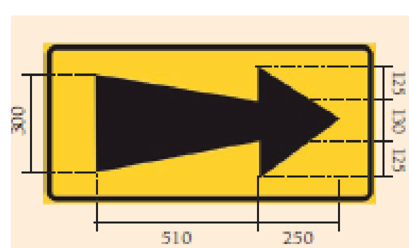
$$\sin 45^\circ = \frac{h}{7{,}0} \qquad | \cdot 7{,}0$$

$$h = 7{,}0 \cdot \sin 45°$$

$$h = 4{,}94974\ldots \approx 4{,}950 \text{ (m)}$$

$$A = ah = 19{,}0 \cdot 4{,}950 = 94{,}05 \approx 94 \text{ (m}^2\text{)}$$

223. a) Musta nuoli muodostuu puolisuunnikkaasta ja kolmiosta.



Puolisuunnikkaan pinta-ala on

$$A = \frac{130 + 300}{2} \cdot 510 = 109\ 650 \text{ (mm}^2\text{)}.$$

Kolmion pinta-ala on

$$A=\frac{(125+125+130)\cdot 250}{2}=47\ 500\ (\mathrm{mm}^2).$$

Mustan nuolen pinta-ala on

109 650 + 47 500 = 157 150 ≈ 160 000 mm^2

160 000 mm^2 = 16 dm^2

b) Nuolen pinta-ala on 160 000 mm^2 = 0,16 m^2.

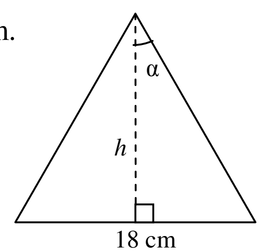
100 liikennemerkin mustan alueen pinta-ala on

100 · 0,16 =16 (m^2).

1 litra maalia riittää 6 m^2:lle, joten maalia tarvitaan

$$\frac{16}{6}=2{,}666...\approx 2{,}7\ (\mathrm{l}).$$

224. Säännöllisen seitsemänkulmion sivun pituus on 18 cm.



$$\frac{360^\circ}{7}=51{,}43^\circ$$

$$\alpha=\frac{51{,}43^\circ}{2}=25{,}71^\circ$$

$$\tan 25{,}71^\circ=\frac{9}{h} \qquad |\cdot h$$

$$h\cdot \tan 25{,}71^\circ=9 \qquad |:\tan 25{,}71^\circ$$

$$h=\frac{9}{\tan 25{,}71^\circ}$$

$$h=18{,}6922\ldots\approx 18{,}69\ (\mathrm{cm})$$

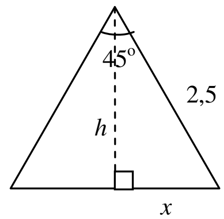
Seitsemänkulmion pinta-ala on

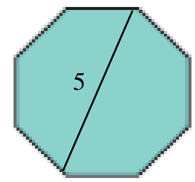
$$A=7\cdot\frac{18\cdot 18{,}69}{2}=1\ 177{,}47\approx 1\ 200\ (\mathrm{cm}^2)$$

1 200 cm^2 = 12 dm^2.

225. Puolijoukkueteltan pohja on säännöllinen kahdeksankulmio, jonka pisin lävistäjä on 5,0 m.

a) $$\frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$$





$$\alpha = \frac{45^\circ}{2} = 22{,}5^\circ$$

$$\sin 22{,}5^\circ = \frac{x}{2{,}5} \quad | \cdot 2{,}5$$

$$x = 2{,}5 \cdot \sin 22{,}5^\circ$$

$$x = 0{,}956708\ldots \approx 0{,}9567$$

Sivun pituus on

$2x = 2 \cdot 0{,}9567 = 1{,}913 \approx 1{,}9$ (m).

b) Lasketaan ensin teltan pohjan koko pinta-ala.

$$\cos 22{,}5^\circ = \frac{h}{2{,}5} \quad | \cdot 2{,}5$$

$$h = 2{,}5 \cdot \cos 22{,}5^\circ$$

$$h = 2{,}30969\ldots \approx 2{,}310 \text{ (m)}$$

8-kulmion pinta-ala on

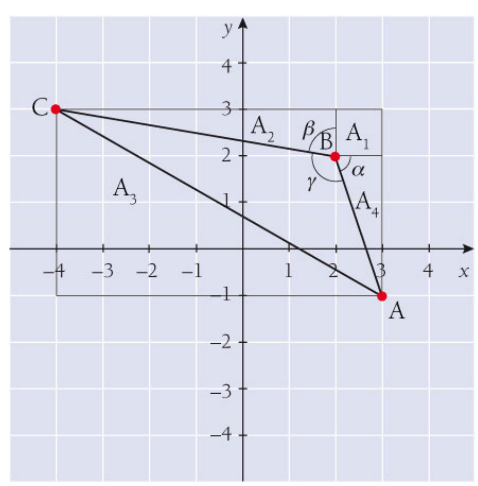
$$A = 8 \cdot \frac{1{,}913 \cdot 2{,}310}{2} = 17{,}667612 \approx 17{,}68 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Teltassa yöpyy 12 elämysmatkailijaa. Kullakin on käytössään

$$\frac{17{,}68}{12} = 1{,}473\ldots \approx 1{,}5 \text{ (m}^2\text{)}.$$

226. Kolmion ABC kärjet ovat $A = (3, -1)$,

$B = (2, 2)$ ja $C = (-4, 3)$.



a) Kolmion pisin sivu on kolmion A_3 hypotenuusa. Sen pituus saadaan laskettua Pythagoraan lauseella.

Merkitään $AC = x$.

$x^2 = 4^2 + 7^2$

$x^2 = 65$

$x = \pm\sqrt{65}$ Negatiivinen juuri ei käy.

$x = 8{,}062\ldots \approx 8{,}1$

b) Kolmion suurin kulma on γ.

$\tan\alpha = \frac{3}{1}$ $\tan\beta = \frac{6}{1}$

$\alpha = 71{,}5650\ldots° \approx 71{,}56°$ $\beta = 80{,}5376\ldots° \approx 80{,}54°$

$\gamma = 360° - 90° - 71{,}56° - 80{,}54° = 117{,}9°$

c) A_1: $1 \cdot 1 = 1$

A_2: $\frac{6 \cdot 1}{2} = 3$

A_3: $\frac{4 \cdot 7}{2} = 14$

A_4: $\frac{1 \cdot 3}{2} = 1{,}5$

Koko suorakulmion pinta-ala on

$7 \cdot 4 = 28$.

Kolmion ABC pinta-ala on

$28 - (1 + 3 + 14 + 1{,}5) = 28 - 19{,}5 = 8{,}5$.

227. Säännöllisen viisikulmion ja kahdeksankulmion sivujen pituus on 50 cm. Lasketaan kummankin kuvion pinta-ala.

5-kulmio:

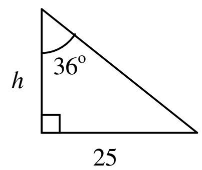
$\frac{360°}{5} = 72°$

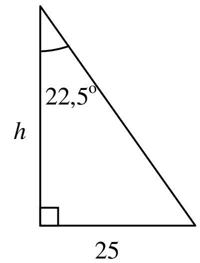
8-kulmio:

$\frac{360°}{8} = 45°$

$$\alpha = \frac{72^{\circ}}{2} = 36^{\circ}$$

$$\alpha = \frac{45^{\circ}}{2} = 22{,}5^{\circ}$$





$\tan 36^{\circ} = \dfrac{25}{h}$ | $\cdot\, h$

$h \cdot \tan 36° = 9$ | $: \tan 36°$

$$h = \frac{25}{\tan 36^{\circ}}$$

$h = 34{,}4095\ldots \approx 34{,}41$ (cm)

$\tan 22{,}5^{\circ} = \dfrac{25}{h}$ | $\cdot\, h$

$h \cdot \tan 22{,}5° = 9$ | $: \tan 22{,}5°$

$$h = \frac{25}{\tan 22{,}5^{\circ}}$$

$h = 60{,}3553\ldots \approx 60{,}36$ (cm)

Viisikulmion ala on

$$A_5 = 5 \cdot \frac{50 \cdot 34{,}41}{2} = 4\ 301{,}25\ (\text{cm}^2)$$

Kahdeksankulmion ala on

$$A_8 = 8 \cdot \frac{50 \cdot 60{,}36}{2} = 12\ 072\ (\text{cm}^2)$$

Pinta-alojen vertailu

$$\frac{A_8 - A_5}{a_5} = \frac{12\ 072 - 4301}{4301} = 1{,}8067\ldots \approx 181\ \%$$

Kahdeksankulmio on 181 % suurempi kuin viisikulmio.

228. Ilmastointikanavan poikkileikkaus on puolisuunnikas, jonka pinta-ala on

$0{,}50\ \text{m}^2 = 5\ 000\ \text{cm}^2$.

Yhdensuuntaiset sivut ovat 62 cm ja 80 cm pitkät.

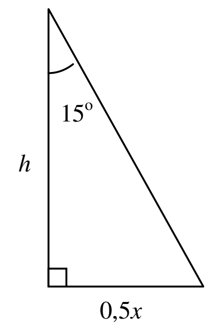
Puolisuunnikkaan pinta-ala on $A = \dfrac{a+b}{2} \cdot h$, missä a ja b ovat puolisuunnikkaan yhdensuuntaisten sivujen pituudet ja h on puolisuunnikkaan korkeus.

$$\frac{80+62}{2}\cdot h=5000 \qquad | \cdot 2$$

$$142h = 10\,000 \qquad | : 142$$

$$h = 70{,}42\ldots \approx 70 \text{ (cm)}$$

229. Hangan tanssilava on säännöllinen 12-kulmio, jonka pinta-ala on 297 m^2.



$$\frac{360°}{12}=30°$$

$$\tan 15° = \frac{0{,}5x}{h} \qquad | \cdot h$$

$$0{,}5x = h \cdot \tan 15° \qquad | : \tan 15°$$

$$h=\frac{0{,}5x}{\tan 15°}$$

$$12\cdot\frac{x\cdot h}{2}=297$$

$$6xh = 297 \qquad \text{Sijoitetaan } h=\frac{0{,}5x}{\tan 15°}$$

$$6x\cdot\frac{0{,}5x}{\tan 15°}=297$$

$$\frac{3x^2}{\tan 15°}=297 \qquad | \cdot \tan 15°$$

$$3x^2 = 297 \cdot \tan 15° \qquad | : 3$$

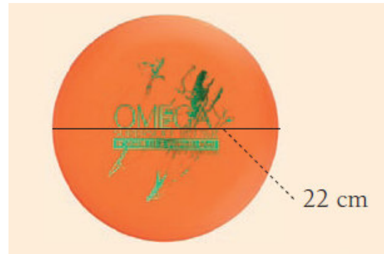
$$x^2 = 99 \cdot \tan 15°$$

$$x=\pm\sqrt{99\cdot \tan 15°} \qquad \text{Negatiivinen juuri ei käy.}$$

$$x = 5{,}150\ldots \approx 5{,}2 \text{ (m)}$$

Ympyrä

230. Ympyrän kehän pituus on

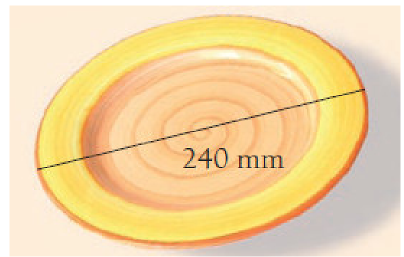


$p = \pi d$

tai

$p = 2\pi r$,

missä d on halkaisija ja r säde.



a) $p = \pi \cdot 22 = 69{,}11\ldots \approx 69$ (cm)

b) $p = \pi \cdot 240 = 753{,}98\ldots \approx 750$ (mm)

231. Linnanmäen Rinkelin kahdelle ulkokehälle asennetaan jouluvalot. Rinkelin halkaisija on 35 m ja kehän pituus on

$p = \pi \cdot 35 = 109{,}95\ldots \approx 110$ (m)

Jouluvaloja tarvitaan

$2 \cdot 110 = 220$ (m).

232. Ympyrän muotoisen piirakkavuoan ympärysmitta on 88 cm.

$p = \pi d$

Vuoan halkaisija on

$\pi \cdot d = 88 \qquad | : \pi$

$$d = \frac{88}{\pi} = 28{,}01\ldots \approx 28 \text{ (cm)}.$$

233. Vannerenkaan ympärysmitta on 236 cm.

$p = 2\pi r$

Vanteen säde on

$2\pi r = 236 \qquad | : 2\pi$

$$r = \frac{236}{2\pi} = 37{,}56... \approx 38 \text{ (cm).}$$

234. Polkupyörän pyörä, jonka säde on 35 cm, pyörähtää kerran ympäri.

a) Pyörän kulkema matka on sen kehän pituus.

$p = 2\pi r = 2 \cdot \pi \cdot 35 = 219{,}91\ldots \approx 220$ (cm).

b) 1 km:n matkalla pyörä tekee

$$\frac{1000}{2{,}2} = 454{,}5... \approx 450 \text{ pyörähdystä.}$$

235. Lumi Kinoksen jalkapallovalmentaja käskee alkulämmittelyksi juosta 450 m kentän keskiympyrää (säde 9,15 m) pitkin.

Ympyrän kehän pituus on

$p = 2\pi r = 2 \cdot \pi \cdot 9{,}15 = 57{,}4911\ldots \approx 57{,}49$ (m).

Lumi juoksee

$$\frac{450}{57{,}49} = 7{,}82... \approx 8 \text{ kierrosta.}$$

236. Pyryn kihlasormuksen halkaisija on 21 mm ja Piin 18,5 mm. Lasketaan kummankin sormuksen kehän pituus.

Pyry:

$p = \pi d = \pi \cdot 21 = 65{,}9734\ldots \approx 65{,}97$ (m)

Pii:

$p = \pi d = \pi \cdot 18{,}5 = 58{,}1194\ldots \approx 58{,}12$ (m)

Verrataan Pyryn sormuksen ympärysmittaa Piin sormuksen ympärysmittaan.

Tarkoilla arvoilla:

$$\frac{21\pi - 18{,}5\pi}{18{,}5\pi} = 0{,}1351... \approx 14\ \%$$

Likiarvoilla:

$$\frac{65{,}97-58{,}12}{58{,}12}=0{,}1350...\approx 14\ \%$$

237. a-säteisen ympyrän kehän pituus:

$p_1 = 2\pi a$

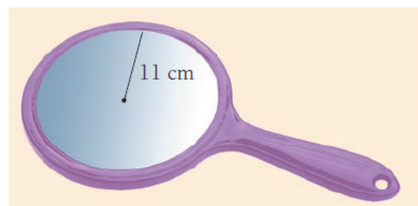
a-säteisen ympyrän säde kasvaa yhdellä. Uuden ympyrän kehän pituus:

$p_2 = 2\pi(a + 1) = 2\pi a + 2\pi$

Uuden ympyrän kehä on

$2\pi a + 2\pi - 2\pi a = 2\pi$ pidempi kuin alkuperäisen ympyrän.

238. Ympyrän pinta-ala on



$A = \pi r^2$,

missä r on ympyrän säde.

a) $A = \pi r^2 = \pi \cdot 11^2 = 380{,}13\ldots \approx 380\ (\text{cm}^2)$

b) Halkaisija on 37 cm. Säde on

$$r=\frac{37}{2}=18{,}5$$

Pinta-ala on

$$A=\pi r^2=\pi\cdot 18{,}5^2=1\,075{,}21...\approx 1\,100\ (\text{cm}^2)$$

$1\ 100\ \text{cm}^2 = 11\ \text{dm}^2$

239. Pyöreä pikkuleipä, jonka halkaisija on 4,5 cm, päällystetään tomusokerilla.

Pikkuleivän säde on

$$r=\frac{4{,}5}{2}=2{,}25$$

Päällysteen pinta-ala. on

$$A=\pi r^2=\pi\cdot 2{,}25^2=15{,}90...\approx 16\ (\text{cm}^2).$$

240. Vähennetään CD-levyn halkaisijasta muovireunus:

120 – 2 = 118 (mm).

CD-levyn säde on

$r = \frac{118}{2} = 59$

Koko levyn pinta-ala on

$A = \pi r^2 = \pi \cdot 59^2 = 10\,935{,}88... \approx 10\,935\ (\text{mm}^2)$

Keskiympyrän halkaisija on 4 cm = 40 mm ja säde $r = \frac{40}{2} = 20$.

Pinta-ala on

$A = \pi r^2 = \pi \cdot 20^2 = 1\,256{,}56... \approx 1\,257\ (\text{mm}^2)$

Metalliosan pinta-ala on

10 935 – 1 257 = 9 678 ≈ 9 700 (mm^2)

9 700 mm^2 = 97 cm^2.

241. Ympyrän muotoisen karvalankamaton kehän pituus on 4,4 m.

a) $p = 2\pi r$

Maton säde on

$2\pi r = 4{,}4 \qquad | : 2\pi$

$r = \frac{4{,}4}{2\pi} = 0{,}7002... \approx 0{,}70\ (\text{m})$

0,70 m = 70 cm.

b) Maton pinta-ala on

$A = \pi r^2 = \pi \cdot 70^2 = 15\,393{,}8\ldots \approx 15\,000\ (\text{cm}^2)$

15 000 cm^2 = 150 dm^2 = 1,5 m^2.

242. Tervapata-leikissä ympyrän pinta-ala on 20 m^2.

a) $A = \pi r^2$

Tervapata-ympyrän säteen pituus saadaan pinta-alan avulla.

$\pi r^2 = 20 \quad | : \pi$

$r = \pm\sqrt{\frac{20}{\pi}}$ Negatiivinen juuri ei käy.

$r = 2{,}5231... \approx 2{,}5$ (m).

b) Ympyrän kehän pituus on

$p = 2\pi r = 2 \cdot \pi \cdot 2{,}52 = 15{,}83\ldots \approx 16$ (m).

243. Helsingin Hakaniemessä sijaitsevan Ympyrätalon yhden kerroksen pinta-ala on 2 670 m².

a) Talon säteen pituus saadaan pinta-alan avulla.

$\pi r^2 = 2\,670 \quad | : \pi$

$r = \pm\sqrt{\frac{2670}{\pi}}$ Negatiivinen juuri ei käy.

$r = 29{,}1528... \approx 29{,}15$ (m).

Halkaisija on

$d = 2 \cdot r = 2 \cdot 29{,}15 = 58{,}30 \approx 58$ (m).

b) Talon kehän pituus on

$p = \pi d = \pi \cdot 58{,}30 = 183{,}15\ldots \approx 180$ (m).

244. Neliön pinta-ala on 250 ja ympyrän pinta-ala sama 250.

Neliön pinta-ala on sen sivun neliö. Ratkaistaan sivun pituus a.

$a^2 = 250$

$a = \pm\sqrt{250}$ Vain positiivinen juuri kelpaa.

$a = 15{,}81138\ldots \approx 15{,}811$

Neliön piiri on

$4a = 4 \cdot 15{,}811 = 63{,}244$.

Ratkaistaan ympyrän säde r.

$\pi r^2 = 250 \qquad | : \pi$

$r = \pm\sqrt{\dfrac{250}{\pi}}$ Negatiivinen juuri ei käy.

$r = 8{,}92062... \approx 8{,}921$

Ympyrän kehän pituus on

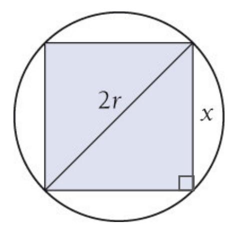
$p = 2\pi r = 2 \cdot \pi \cdot 8{,}921 = 56{,}05229\ldots \approx 56{,}052$

Ympyrän kehän pituuden ja neliön piirin suhde:

$\dfrac{56{,}052}{63{,}244} = 0{,}8862 \approx 89\ \%$

245. Ympyrän sisään piirretään mahdollisimman suuri neliö. Ympyrän säde on r.

Lasketaan neliön sivun pituus x Pythagoraan lauseella.



$x^2 + x^2 = (2r)^2$

$2x^2 = 4r^2 \qquad | : 2$

$x^2 = 2r^2$

$x = \pm\sqrt{2r^2}$ Negatiivinen juuri ei käy.

Neliön pinta-ala on

$x^2 = (\sqrt{2r^2})^2 = 2r^2.$

Ympyrän pinta-ala on $A = \pi r^2$.

Ympyrän pinta-alasta jää neliön ulkopuolelle

$\dfrac{\pi r^2 - 2r^2}{\pi r^2} = \dfrac{r^2(\pi - 2)}{\pi r^2} \overset{(r^2}{=} \dfrac{\pi - 2}{\pi} = 0{,}3633... \approx 36\ \%.$

246. Taitolentäjän silmukka on likimain ympyrän muotoinen. Silmukan kehän pituus on 630 m.

$p = \pi d$

Silmukan halkaisija saadaan kehän pituuden avulla.

$\pi \cdot d = 630 \qquad | : \pi$

$$d = \frac{630}{\pi} = 200,53... \approx 200 \text{ (m)}.$$

247. Muodostelmaluistelussa luistelijoiden muodostama piiri on likimain ympyrän muotoinen. Koska piirissä on 16 luistelijaa ja jokainen tarvitsee 75 cm tilaa, ympyrän kehän pituus on

$p = 16 \cdot 75 = 1\ 200$ (cm).

$p = 2\pi r$

Ympyrän säde saadaan kehän pituuden avulla.

$2\pi r = 1\ 200 \qquad | : 2\pi$

$$r = \frac{1\ 200}{2\pi} = 190,98... \approx 190 \text{ (cm)}$$

190 cm = 1,9 m.

248. Jalkapallokentän keskiympyrän säde on 9,15 m. Lasketaan ympyrän pinta-ala.

$A = \pi r^2 = \pi \cdot 9,15^2 = 263,02\ldots \approx 263$ (m^2)

249. Pihakoivun ympärysmitta on 97 cm. Puun halkaisija saadaan kehän pituuden avulla.

$\pi \cdot d = 97 \qquad | : \pi$

$$d = \frac{97}{\pi} = 30,87... \approx 31 \text{ (cm)}.$$

Säde on $r = \frac{97}{2} = 48,5$

Pihakoivusta tehdyn pölli-istuimen pinta-ala on

$A = \pi r^2 = \pi \cdot 48,5^2 = 754,76... \approx 750$ (cm^2)

750 cm^2 = 7,5 dm^2.

250. Jääkiekkokaukalon keskiympyrän säde on 4,5 m.

a) Keskiympyrän pinta-ala on

$A = \pi r^2 = \pi \cdot 4{,}5^2 = 63{,}6172\ldots \approx 64\ (\mathrm{m}^2)$.

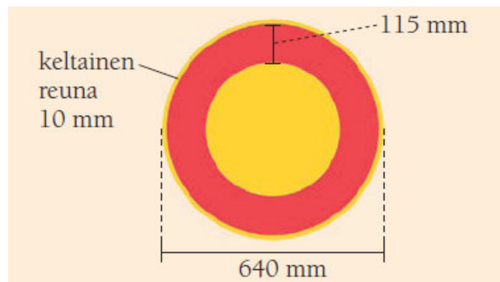
b) Jalkapallokentän keskiympyrän säde on 9,15 m ja pinta-ala

$A = \pi r^2 = \pi \cdot 9{,}15^2 = 263{,}0219\ldots \approx 263\ (\mathrm{m}^2)$.

Jääkiekkokaukalon keskiympyrän ja jalkapallokentän keskiympyrän suhde:

$$\frac{263{,}02 - 63{,}62}{263{,}02} = 0{,}7618\ldots \approx 76\ \%$$

251. Koko ympyrän säde on 320 mm = 3,2 dm.
Koko ympyrän pinta-ala on



$A = \pi r^2 = \pi \cdot 3{,}2^2 = 10{,}24\pi$

$= 32{,}1699\ldots \approx 32{,}17\ (\mathrm{dm}^2)\cdot$

Keltaisen keskustan säde on

3,20 – 1,15 – 0,10 = 1,95 (dm).

Punaisen alueen pinta-ala on

$A = \pi \cdot 3{,}1^2 - \pi \cdot 1{,}95^2 = 5{,}8075\pi = 18{,}2447\ldots \approx 18{,}24\ (\mathrm{dm}^2)\cdot$

Keltaisten alueiden pinta-alat ovat

$A = \pi \cdot 1{,}95^2 = 3{,}8025\pi = 11{,}9459\ldots \approx 11{,}95\ (\mathrm{dm}^2)\cdot$

$A = \pi \cdot 3{,}20^2 - \pi \cdot 3{,}10^2 = 0{,}63\pi = 1{,}979203\ldots \approx 1{,}979\ (\mathrm{dm}^2)\cdot$

eli yhteensä $11{,}95 + 1{,}979 = 13{,}929\ (\mathrm{dm}^2)\cdot$.

Keltaisen alueen pinta-alan voi laskea myös koko ympyrän pinta-alan avulla.

Punaisen osuus on

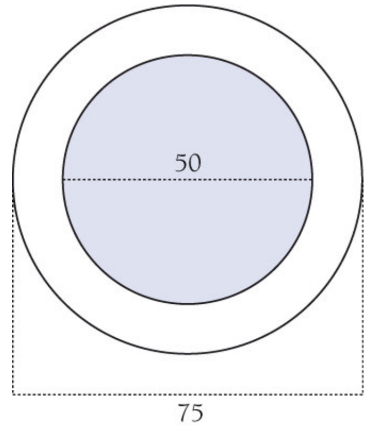
$$\frac{18{,}24}{32{,}17} = 0{,}5669\ldots \approx 57\ \%.$$

Keltaisen osuus on

$$\frac{13{,}929}{32{,}17} = 0{,}4329\ldots \approx 43\ \%.$$

Keltaisen osuus on myös 100 % – 57 % = 43 %.

252. Kaksi muurahaista kävelee uimarenkaassa, toinen sisäpinnalla ja toinen ulkopinnalla. Sisäpinnan halkaisija on 50 cm ja ulkopinnan 75 cm.



Tarkoilla arvoilla:

Sisäympyrän kehän pituus:

$p = \pi d = \pi \cdot 50$

Ulkoympyrän kehän pituus:

$p = \pi d = \pi \cdot 75$

Vertailu:

$$\frac{75\pi - 50\pi}{50\pi} = 0{,}5 = 50\ \%$$

Ulkokehää kiertävä muurahainen kävelee puolet pidemmän matkan.

Likiarvoilla:

Sisäympyrän kehän pituus:

$p = \pi d = \pi \cdot 50 = 157{,}0796\ldots \approx 157{,}08$ (cm)

Ulkoympyrän kehän pituus:

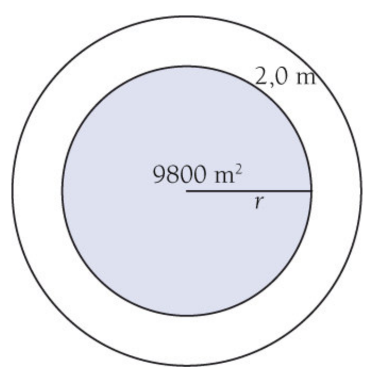
$p = \pi d = \pi \cdot 75 = 235{,}6194\ldots \approx 235{,}62$ (cm)

Vertailu:

$$\frac{235{,}62 - 157{,}08}{157{,}08} = 0{,}5 = 50\ \%$$

253. Lampi on likimain ympyrän muotoinen, ja sen pinta-ala on 9 800 m^2. Lampea kiertää rannassa pururata, jonka leveys on 2 m. Pururadan ulkoreuna reunustetaan pyöreillä rantakivillä (d = 15 cm).

a) $A = \pi r^2$



Ratkaistaan lammen säde r.

$\pi r^2 = 9\,800 \qquad | : \pi$

$$r^2 = \frac{9\,800}{\pi}$$

$$r = \pm\sqrt{\frac{9800}{\pi}}$$

Negatiivinen juuri ei käy.

$r = 55{,}8519… \approx 55{,}85$ (m)

Lammen ympärysmitta on

$p = 2\pi r = 2 \cdot \pi \cdot 55{,}85 = 350{,}91… \approx 350$ (m).

b) Säde kasvaa 2 metrillä: $r = 55{,}85 + 2 = 57{,}85$ (m).

Lammen ympärysmitta on silloin

$p = 2\pi r = 2 \cdot \pi \cdot 57{,}85 = 363{,}48… \approx 363$ (m)

363 m = 36 300 cm.

Kiviä tarvitaan

$$\frac{36\ 300}{15} = 2\ 420 \approx 2\ 400$$

Kiviä tarvitaan noin 2 400.

254. Maapallon ympäri kierretään naru. Maapallon säde on 6 370 km.

Kun naru kulkee metrin korkeudella, sitä tarvitaan

$2\pi \cdot 6370{,}001 - 2\pi \cdot 6370 = 0{,}00628318… \approx 0{,}006283$ (km)

0,006283 km = 6,283 m ≈ 6,3 m

enemmän kuin silloin, kun se kulkee maan pinnalla.

255. Ympyrän ala on $400b^2$.

Ympyrän säde saadaan pinta-alan kaavasta:

$$\pi r^2 = 400b^2 \qquad |:\pi$$

$$r^2 = \frac{400b^2}{\pi}$$

$$r = \pm\sqrt{\frac{400b^2}{\pi}}$$ Negatiivinen juuri ei käy.

$$r = \frac{20b}{\sqrt{\pi}}$$

Halkaisija on

$$d = 2r = 2 \cdot \frac{20b}{\sqrt{\pi}} = \frac{40b}{\sqrt{\pi}}.$$

Piiri on

$$p = \pi d = \pi \cdot \frac{40b}{\sqrt{\pi}} = 40b\sqrt{\pi}.$$

256. Merkitään neliön sivun pituutta a:lla. Neliön piiri on silloin $4a$.

Ympyrän kehän pituus on yhtä suuri kuin neliön piiri.

$$4a = 2\pi r \qquad | : 4$$

$$a = \frac{\pi r}{2}$$

Neliön pinta-ala:

$$a^2 = \left(\frac{\pi r}{2}\right)^2 = \frac{\pi^2 r^2}{4}$$

Ympyrän ala:

$$\pi r^2$$

Neliön alan ja ympyrän alan suhde:

$$\frac{\pi r^2 - \frac{\pi^2 r^2}{4}}{\pi r^2} = \frac{\pi r^2}{\pi r^2} - \frac{\pi^2 r^2}{4\pi r^2} = 1 - \frac{\pi}{4} = 0{,}2146... \approx 21\ \%$$

Sektori

257. a) Sekuntiviisarin kärki on liikkunut puolet kellon ympärysmitasta eli

$$\frac{18}{2} = 9{,}0\ (\text{cm}).$$

b) Sekuntiviisarin kärki on liikkunut neljäsosan kellon ympärysmitasta eli

$$\frac{18}{4} = 4{,}5\,(\text{cm}).$$

258. Kaaren b pituus on

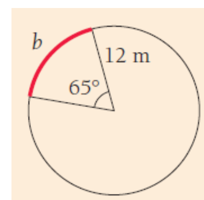
$$b = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot p$$

eli

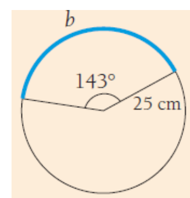
$$b = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2\pi r,$$

missä α on keskuskulman suuruus, p ympyrän kehän pituus ja r säde.

a) $$b = \frac{65^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi \cdot 12 = 13{,}61... \approx 14\ (\text{m})$$



b) $$b = \frac{143^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi \cdot 25 = 62{,}39... \approx 62\ (\text{cm})$$



259. Jalkapallossa kulmapotkualue on pelikentän jokaisessa kulmassa 1 m:n säteellä kulmalipputangosta. Kulmapotkualueen kaari on

$$b = \frac{90^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi \cdot 1 = 1{,}570... \approx 1{,}6\ (\text{m}).$$

260. Kiekkoa heitetään betoniympyrästä, jonka halkaisija on d = 2,5 m. Ympyrän säde on r = 1,25 m.

Kiekon on laskeuduttava kentälle piirretyn sektorin sisäpuolelle. Sektorin keskuskulma on 50°.

Yliastumiskaari on

$$b = \frac{50^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi \cdot 1{,}25 = 1{,}0908... \approx 1{,}1\ (\text{m}).$$

261. Hanna-mummo ostaa kaupasta pyöreään pöytäänsä pöytäliinan. Liina on taiteltu pakkaukseen kahdeksaan osaan, jolloin liinan reunasta on näkyvissä 19,8 cm. Mummo haluaa laittaa liinaan pitsireunuksen.

Pitsireunusta tarvitaan

$19{,}8 \cdot 8 = 158{,}4 \approx 160$ (cm)

160 cm = 1,6 m

262. Ympyrän kehän pituus on $p = 33$ m ja kaaren pituus $b = 10$ m. Kaarta vastaavan keskuskulman suuruus saadaan kaaren kaavasta.

$$b = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot p$$

$$\frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 33 = 10 \qquad | \cdot 360^\circ$$

$$33\alpha = 3\,600 \qquad | : 33$$

$$\alpha = 109{,}09\ldots^\circ \approx 109^\circ$$

263. Ympyrän säde on $r = 22$ cm ja kaaren pituus $b = 6$ cm. Kaarta vastaavan keskuskulman suuruus saadaan kaaren kaavasta.

$$b = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2\pi r$$

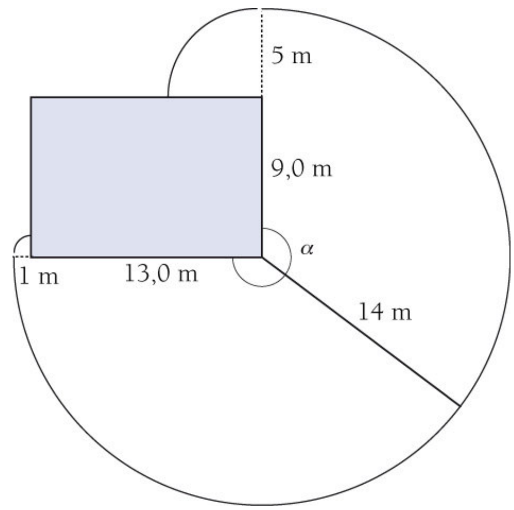
$$\frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 22 = 6 \qquad | \cdot 360^\circ$$

$$44\pi\alpha = 2\,160 \qquad | : 44\pi$$

$$\alpha = \frac{2\,160}{44\pi}$$

$$\alpha = 15{,}626\ldots^\circ \approx 16^\circ$$

264. Lulu-koira on kiinnitetty 14 m pitkällä hihnalla suorakulmion muotoisen talon nurkkaan. Talon mitat ovat 9,0 m ja 13,0 m.



α = 360° – 90° = 270°

$$b_1 = \frac{270^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi \cdot 14 = 65{,}97344...$$
$$\approx 65{,}973 \text{ (m)}$$

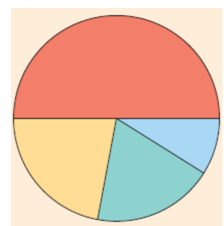
$$b_2 = \frac{90^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi \cdot 1 = 1{,}57079... \approx 1{,}571 \text{ (m)}$$

$$b_3 = \frac{90^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi \cdot 5 = 7{,}85398... \approx 7{,}854 \text{ (m)}$$

Lulu pystyy kulkemaan matkan

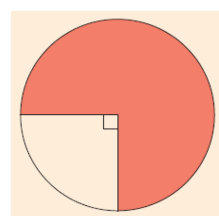
$b_1 + b_2 + b_3 = 65{,}973 + 1{,}571 + 7{,}854 = 75{,}398 \approx 75$ (m).

265. a) Puolet ympyrästä on punaista.



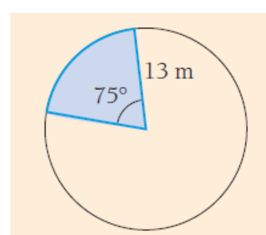
$$\frac{80}{2} = 40 \, (\text{cm}^2).$$

b) Kolme neljäsosaa ympyrästä on punaista.



$$\frac{3}{4} \cdot 80 = 60 \, (\text{cm}^2).$$

266. a) Sektorin pinta-ala on



$$A_s = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot A$$

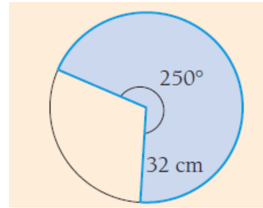
eli

$$A_s = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot \pi r^2,$$

missä α on keskuskulman suuruus, A ympyrän pinta-ala ja r säde.

$$A_s = \frac{75^\circ}{360^\circ} \cdot \pi \cdot 13^2 = 110{,}61... \approx 110 \text{ (m}^2\text{)}$$

b) $A_s = \frac{250°}{360°} \cdot \pi \cdot 32^2 = 2\ 234{,}02... \approx 2\ 200\ (\text{cm}^2)$



$2\ 200\ \text{cm}^2 = 22\ \text{dm}^2$

267. Metallinen kaulakoru on muodoltaan sektori, jonka säde on $r = 3{,}1$ cm ja keskuskulma $\alpha = 27°$. Korun pinta-ala on

$$A_s = \frac{27°}{360°} \cdot \pi \cdot 3{,}1^2 = 2{,}264... \approx 2{,}3\ (\text{cm}^2)$$

268. Merivartioston valvontatutkan valvontasektori on 45°. Tutka havaitsee enintään 14,2 km:n päässä olevat kohteet. Tutkan valvoma pinta-ala on

$$A_s = \frac{45°}{360°} \cdot \pi \cdot 14{,}2^2 = 79{,}18... \approx 79\ (\text{km}^2)$$

269. Jääkiekkokaukalossa maalialue on puoliympyrä, jonka säde on 1,8 m = 180 cm.

a) Koska maalialue on puoliympyrä, sen keskuskulma on 180°. Maalialueen pinta-ala on

$$A_s = \frac{180°}{360°} \cdot \pi \cdot 1{,}8^2 = 5{,}08938... \approx 5{,}1\ (\text{m}^2).$$

b) Puoliympyrän reunat on tehty 5 cm leveällä punaisella maalilla. Sisäosan pinta-ala on

$$A_s = \frac{180°}{360°} \cdot \pi \cdot (180-5)^2 = 48105{,}6... \approx 48110\,(\text{cm}^2).$$

$48\ 110\ \text{cm}^2 = 481{,}1\ \text{dm}^2 = 4{,}811\ \text{m}^2$

Maalialueesta on maalattu punaisella viivalla

$$\frac{5{,}089 - 4{,}811}{5{,}089} = 0{,}05462... \approx 5{,}5\ \%.$$

270. Sisu leikkaa pyöreästä toskakakusta sektorin muotoisen 28 cm^2:n kokoisen palan. Kakun halkaisija on 24 cm, joten säde on $r = 12$ cm.

a) Kakkupalan keskuskulman voi laskea sektorin pinta-alan kaavasta.

$$A_s = \frac{\alpha}{360°} \cdot \pi r^2$$

$$\frac{\alpha}{360°} \cdot \pi \cdot 12^2 = 28 \qquad | \cdot 360$$

$$144\pi\alpha = 10\,080 \qquad | : 144\pi$$

$$\alpha = \frac{10\,080}{144\pi}$$

$$\alpha = 22{,}28\ldots° \approx 22°$$

b) Koko kakun pinta-ala on

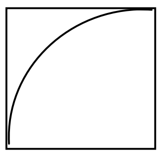
$A = \pi r^2 = \pi \cdot 12^2 = 452{,}38\ldots \approx 452$ (cm^2).

Yhden kakkupalan koko on 28 cm^2, joten samankokoisia kakkupaloja saa

$$\frac{452}{28} = 16{,}14\ldots \approx 16.$$

271. Neliön muotoisesta kartongista leikataan mahdollisimman suuri sektori.

Neliön pinta-ala on $A_N = r^2$.



r

Sektorin pinta-ala on

$$A_s = \frac{90°}{360°} \cdot \pi r^2.$$

Sektorin osuus neliöstä on

$$\frac{A_S}{A_N} = \frac{\frac{90°}{360°} \cdot \pi r^2}{r^2} = 0{,}7853\ldots \approx 79\ \%.$$

Neliöstä leikataan pois 100 % – 79 % = 21 %.

272. Sektorin ala on $A_S = 460$ cm^2 ja kaaren pituus $b = 37$ cm. Sektorin säde lasketaan sektorin kaaren kaavasta.

$$b = \frac{\alpha}{360°} \cdot 2\pi r$$

$$\frac{\alpha}{360°} \cdot 2\pi \cdot r = 37 \qquad | \cdot 360$$

$$\alpha \cdot 2\pi \cdot r = 13\,320 \qquad | : 2\pi$$

$$r=\frac{13\ 320}{2\pi\alpha}=\frac{6\ 660}{\pi\alpha}$$

Sektorin keskuskulma lasketaan sektorin pinta-alan kaavasta.

$$A_s=\frac{\alpha}{360^\circ}\cdot\pi r^2$$

$$\frac{\alpha}{360}\cdot\pi\cdot\left(\frac{6\ 660}{\pi\alpha}\right)^2=460$$

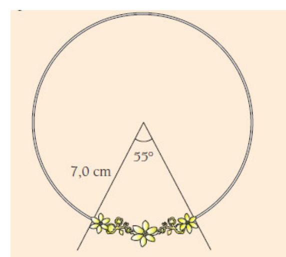
$$\frac{\alpha}{360}\cdot\pi\cdot\frac{6\ 660^{2(\alpha,\pi}}{\pi^2\alpha^2}=460$$

$$\frac{6\ 660^2}{360\pi\alpha}=460 \qquad |\cdot 360\pi\alpha$$

$$165\ 600\alpha=6660^2 \qquad |:165\ 600$$

$$\alpha=85{,}26\ldots^\circ\approx 85^\circ$$

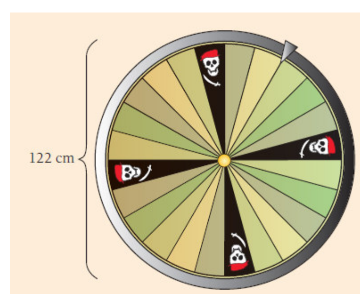
273. a) Kaulakorun koristeosuuden pituus on



$$b=\frac{55^\circ}{360^\circ}\cdot 2\pi\cdot 7{,}0=6{,}719\ldots\ \approx 6{,}7\ \text{(cm)}.$$

b) Sektoreita on kaikkiaan 24, joten yhden sektorin keskuskulma on

$$\frac{360^\circ}{24}=15^\circ.$$



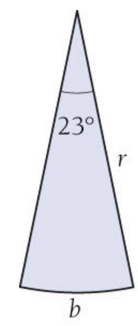
Ympyrän säde on

$$r=\frac{122}{2}=61\,\text{(cm)}.$$

Onnenpyörän rosvosektorin pinta-ala on

$$A_s=\frac{\alpha}{360^\circ}\cdot\pi\cdot r^2=\frac{15^\circ}{360^\circ}\cdot\pi\cdot 61^2=487{,}07\ldots\approx 490\ (\text{cm}^2).$$

274. Majakan valkoisen valon sektori kertoo kulkukelpoisen suunnan väylällä. Valo valaisee 23 asteen kulmassa ja näkyvyys normaaliolosuhteissa on 12 meripeninkulmaa. Yksi meripeninkulma on 1 852 m.



$r = 12 \cdot 1852 = 22\ 224$ m $= 22{,}224$ km

Kulkukelpoisen alueen pinta-ala on

$$A_s = \frac{23^\circ}{360^\circ} \cdot \pi \cdot 22{,}224^2 = 99{,}133... \approx 99\ (\text{km}^2).$$

275. Kinoksen perhe tilasi perhepitsan, jonka halkaisija oli 38 cm. Pitsa jaettiin tasan viiteen osaan.

a) Pitsan säde on

$r = \frac{38}{2} = 19$ (cm).Koko pitsan pinta-ala on

$$A = \pi r^2 = \pi \cdot 19^2 = 1134{,}11... \approx 1134\ (\text{cm}^2).$$

Yhden palan pinta-ala on viidesosa koko pitsasta.

$$\frac{1134}{5} = 226{,}822... \approx 230\ (\text{cm}^2).$$

b) Pitsapalan keskuskulman suuruus saadaan sektorin pinta-alan kaavasta.

$$A_s = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot \pi r^2$$

$$\frac{\alpha}{360^\circ} \cdot \pi \cdot 19^2 = 226{,}8 \qquad | \cdot 360$$

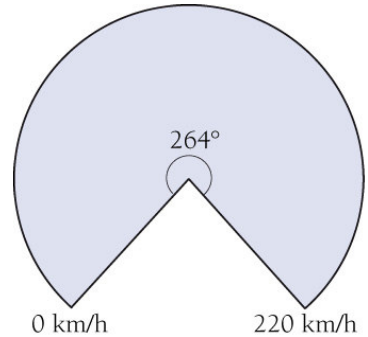
$$361 \cdot \pi\alpha = 81\ 648 \qquad | : 361\pi$$

$$\alpha = \frac{81\ 648}{361\pi}$$

$$\alpha = 71{,}99...^\circ \approx 72^\circ$$

276. Sasun auton nopeusmittarin aukeamiskulma on 264º, jolloin mittari näyttää lukemat 0 – 220 km/h. Sasu kiihdyttää nopeudesta 80 km/h nopeuteen 120 km/h. Osoittimen pituus on 8,5 cm.

Lasketaan ensin kulma, kun osoitin siirtyy 120 – 80 = 40 km/h.



$\frac{220}{264^\circ} = \frac{40}{x}$ Kerrotaan ristiin.

$220x = 10\,560$ | : 220

$x = 48°$

Lasketaan kulmaa vastaava kaaren pituus.

$$b = \frac{48^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi \cdot 8{,}5 = 7{,}120... \approx 7{,}1 \text{ (cm)}$$

277. Kierroslukumittarin käyttösektorin säde on 2,3 cm ja pinta-ala on 11,1 cm^2. Keskuskulman suuruus saadaan sektorin pinta-alan kaavasta.

$$A_s = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot \pi r^2$$

$\frac{\alpha}{360^\circ} \cdot \pi \cdot 2{,}3^2 = 11{,}1$ | · 360

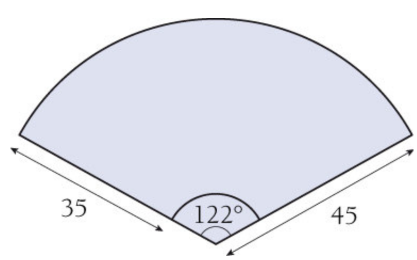
$5{,}29 \cdot \pi\alpha = 3\,996$ | : 5,29π

$\alpha = 240{,}44...° \approx 240°$

278. Sisun veneen tuulilasinpyyhin on 45 cm pitkä, ja sen toimintakulma on 122º. Pyyhkimen sulka on 35 cm pitkä.

Koko sektorin ala:

$$A_s = \frac{122^\circ}{360^\circ} \cdot \pi \cdot 45^2 = 2155{,}91...$$
$$\approx 2\,156 \text{ (cm}^2\text{)}$$



Sulan kärjen rajaama ala:

$$A_s = \frac{122^\circ}{360^\circ} \cdot \pi \cdot 10^2 = 106{,}465... \approx 106{,}5 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Sulan pyyhkimä ala:

$2\,156 - 106{,}5 = 2\,049{,}5 \approx 2\,000\ (\text{cm}^2)$

$2\,000\ \text{cm}^2 = 20\ \text{dm}^2$

279. Hopeinen rannerengas on muodoltaan ympyrä. Sen halkaisija on 5,8 cm. Renkaan kehästä puuttuu 2,2 cm, jotta renkaan saisi pujotettua käteen. Puuttuvan kaaren keskuskulman suuruus saadaan laskettua kaaren pituuden kaavasta.

$$b = \frac{\alpha}{360°} \cdot \pi d$$

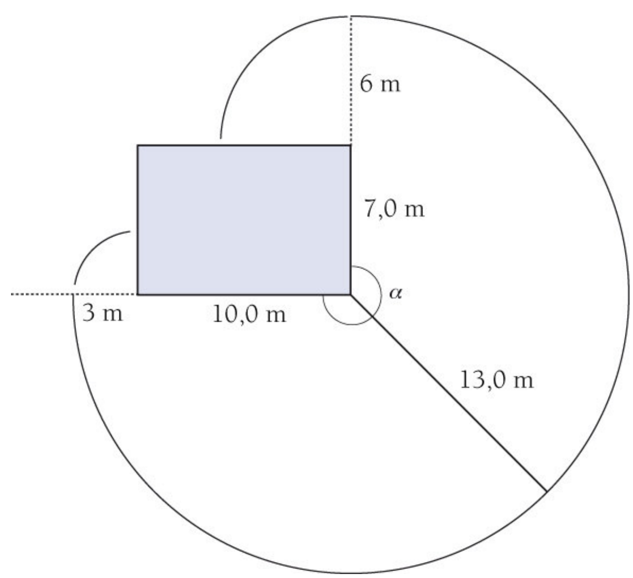
$$\frac{\alpha}{360°} \cdot \pi \cdot 5{,}8 = 2{,}2 \qquad | \cdot 360$$

$$5{,}8\pi\alpha = 792 \qquad | : 5{,}8\pi$$

$$\alpha = 43{,}46\ldots° \approx 43°$$

280. Vuohi on kytketty suorakulmion muotoisen ladon nurkkaan 13 m pitkällä köydellä. Ladon mitat ovat 10,0 m ja 7,0 m.

$\alpha = 360° - 90° = 270°$



Lasketaan sektoreiden pinta-alat.

$$A_1 = \frac{270°}{360°} \cdot \pi \cdot 13{,}0^2 = 398{,}1968\ldots$$
$$\approx 398{,}20\ (\text{cm}^2)$$

$$A_2 = \frac{90°}{360°} \cdot \pi \cdot 6{,}0^2 = 28{,}2743\ldots$$
$$\approx 28{,}27\ (\text{cm}^2)$$

$$A_3 = \frac{90°}{360°} \cdot \pi \cdot 3{,}0^2 = 7{,}06858\ldots$$
$$\approx 7{,}069\ (\text{cm}^2)$$

Vuohen ulkoilualue on

$$A_1 + A_2 + A_3 = 398{,}20 + 28{,}27 + 7{,}069 = 433{,}539 \approx 430\ (\text{m}^2).$$

281. Sektorin keskuskulma on 25°, ja sektorin kaaren pituus on 16 cm.

a) Ratkaistaan ympyrän säde sektorin kaaren pituuden kaavasta.

$$b=\frac{\alpha}{360^\circ}\cdot 2\pi r$$

$$\frac{25^\circ}{360^\circ}\cdot 2\cdot\pi\cdot r=16 \qquad |\cdot 360$$

$$50\pi r = 5\,760 \qquad |:50\pi$$

$$r = 36{,}669\ldots \approx 37\ \text{(cm)}$$

b) Ympyrän ala on

$A = \pi r^2 = \pi\cdot 36{,}67^2 = 4\,224{,}46\ldots \approx 4\,200\ (\text{cm}^2)$

$4\,200\ \text{cm}^2 = 42\ \text{dm}^2$.

c) Sektorin ala on

$$A_s=\frac{25^\circ}{360^\circ}\cdot\pi\cdot 36{,}67^2=293{,}36\ldots\approx 290\ (\text{cm}^2).$$

282. Pienen ympyrän säde on r. Lasketaan pinta-ala sellaiselle ympyrälle, jonka säde on yhtä pitkä kuin pienen ympyrän kehän pituus.

Pienen ympyrän kehän pituus on $p = 2\pi r$.

Ympyrän pinta-ala on

$A = \pi\cdot(2\pi r)^2 = \pi\cdot 4\pi^2 r^2 = 4\pi^3 r^2$.

283. Ympyrän sektorin keskuskulma kaksinkertaistuu ja säde pienenee puoleen.

Säde alussa on r ja keskuskulma α.

Sektorin pinta-ala:

$$A_{s1}=\frac{\alpha}{360^\circ}\cdot\pi r^2$$

Muutoksen jälkeen säde on $0{,}5r$ ja keskuskulma 2α

Sektorin pinta-ala muutoksen jälkeen:

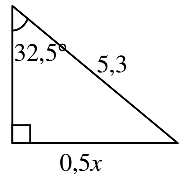
$$A_{s2}=\frac{2\alpha}{360^\circ}\cdot\pi(0{,}5r)^2=\frac{2\alpha}{360^\circ}\cdot\pi\cdot 0{,}25r^2=\frac{\alpha}{360^\circ}\cdot\pi\cdot r^2\cdot 0{,}5$$

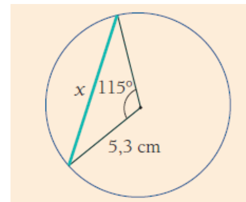
Pinta-ala pienenee puolella.

Ympyrän sovelluksia

284. a) Lasketaan tasakylkisen kolmion kantakulmat.

$180° – 115° = 65°$





$$\frac{65°}{2} = 32,5°$$

Lasketaan jänteen x pituus.

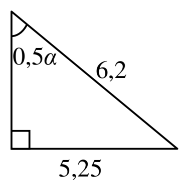
$$\cos 32,5° = \frac{0,5x}{5,3}$$

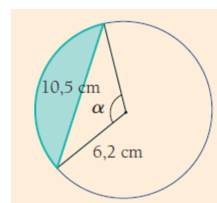
$$0,5x = 5,3 \cdot \cos 32,5° \quad | : 0,5$$

$$x = 10,6 \cdot \cos 32,5°$$

$$x = 8,939\ldots \approx 8,9 \text{ (cm)}$$

b) $$\cos 0,5\alpha = \frac{5,25}{6,2}$$



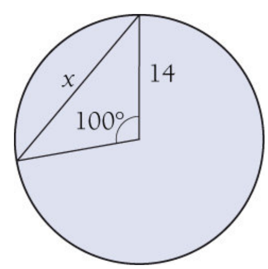


$$0,5\alpha = 57,862 \quad | : 0,5$$

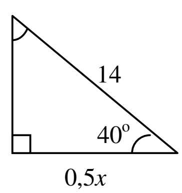
$$\alpha = 115,72\ldots \approx 116°$$

285. Ympyrään, jonka säde on 14 cm, on piirretty jänne. Jännettä vastaava keskuskulma on 100°.

Lasketaan tasakylkisen kolmion kantakulmat.



$180° – 100° = 80°$



$$\frac{80°}{2} = 40°$$

Lasketaan jänteen pituus x.

$$\cos 40° = \frac{0,5x}{14}$$

$$0,5x = 14 \cdot \cos 40° \quad | : 0,5$$

$$x = 21,44\ldots \approx 21 \text{ (cm)}$$

286. Ympyrään on piirretty 17,0 cm pitkä jänne. Jänteen keskikohdan etäisyys ympyrän kaaresta on 2,0 cm.

Lasketaan säteen pituus Pythagoraan lauseella.

$(r - 2{,}0)^2 + 8{,}5^2 = r^2$

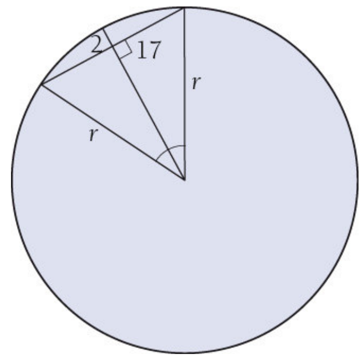
$(r - 2{,}0)(r - 2{,}0) + 72{,}25 = r^2$

$r^2 - 2r - 2r + 4 + 72{,}25 = r^2 \quad | -r^2$

$-4r + 76{,}25 = 0 \quad | -76{,}25$

$-4r = -76{,}25 \quad | : (-4)$

$r = 19{,}062\ldots \approx 19{,}1$ (cm)



287. Jetro löytää maasta muovikaaren, joka leveys on 18,7 cm ja syvyys 4,0 cm.

Lasketaan säteen pituus Pythagoraan lauseella.

$(r - 4{,}0)^2 + 9{,}35^2 = r^2$

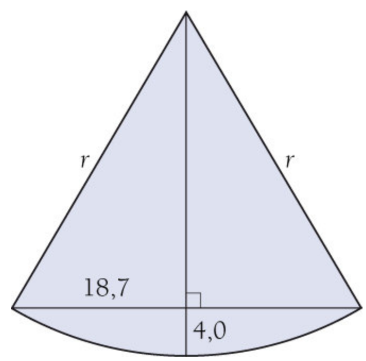
$(r - 4{,}0)(r - 4{,}0) + 87{,}4225 = r^2$

$r^2 - 4r - 4r + 16 + 87{,}4225 = r^2 \quad | -r^2$

$-8r + 103{,}4225 = 0 \quad | -103{,}4225$

$-8r = -103{,}4225 \quad | : (-8)$

$r = 12{,}92781\ldots \approx 12{,}928$ (cm)



Halkaisija on

$d = 2r = 2 \cdot 12{,}928 = 25{,}856 \approx 25{,}9$ (cm).

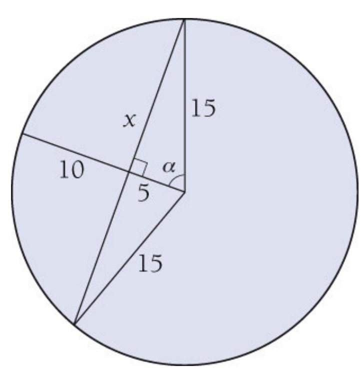
288. Ympyrästä, jonka säde on 15,0 cm, leikataan segmentti. Segmentin korkeus on kolmasosa ympyrän halkaisijasta.

Lasketaan x Pythagoraan lauseella.

$x^2 + 5^2 = 15^2$

$x^2 + 25 = 225 \quad | -25$

$x^2 = 200$



$x = \pm\sqrt{200}$ Negatiivinen juuri ei käy.

$x = 14{,}14213\ldots \approx 14{,}142$ (cm)

Lasketaan kulman α suuruus.

$$\cos\alpha = \frac{5}{15}$$

$\alpha = 70{,}5287\ldots° \approx 70{,}53°$

Keskuskulma on

$2\alpha = 2 \cdot 70{,}53° = 141{,}06°$.

Kolmion pinta-ala on

$$A_k = \frac{2 \cdot 14{,}142 \cdot 5}{2} = 70{,}71\ (\text{cm}^2).$$

Sektorin pinta-ala on

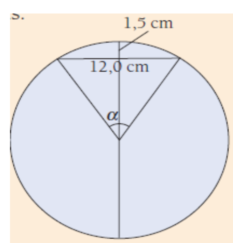
$$A_s = \frac{141{,}06°}{360°} \cdot \pi \cdot 15^2 = 276{,}9706\ldots \approx 276{,}97\ (\text{cm}^2).$$

Segmentin pinta-ala on

$A = 276{,}97 - 70{,}71 = 206{,}26 \approx 206$ (cm^2).

206 cm$^2 = 2{,}06$ dm^2

289. Laske kuvasta keskuskulman α suuruus.



Lasketaan säteen pituus Pythagoraan lauseella.

$$(r - 1{,}5)^2 + 6{,}0^2 = r^2$$

$$(r - 1{,}5)(r - 1{,}5) + 36 = r^2$$

$$r^2 - 1{,}5r - 1{,}5r + 2{,}25 + 36 = r^2 \quad | -r^2$$

$$-3r + 38{,}25 = 0 \quad | -38{,}25$$

$$-3r = -38{,}25 \quad | : (-3)$$

$$r = 12{,}75\ (\text{cm})$$

Lasketaan kulman α suuruus.

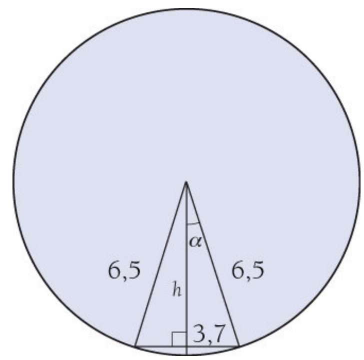
$$\sin\alpha = \frac{6}{12{,}75}$$

$\alpha = 28{,}0724\ldots° \approx 28{,}07°$

Huippukulman suuruus on

$2\alpha = 2 \cdot 28{,}07° = 56{,}14° \approx 56°$.

290. Ympyrän halkaisija on 13,0 cm. 7,4 cm:n pituinen jänne jakaa ympyrän kahteen segmenttiin.



Lasketaan kolmion korkeus h Pythagoraan lauseella.

$3{,}7^2 + h^2 = 6{,}5^2$

$13{,}69 + h^2 = 42{,}25 \quad | -13{,}69$

$h^2 = 28{,}56$

$h = \pm\sqrt{28{,}56}$ Negatiivinen juuri ei käy.

$h = 5{,}34415\ldots \approx 5{,}344$ (cm)

Lasketaan kulman α suuruus.

$$\sin\alpha = \frac{3{,}7}{6{,}5}$$

$\alpha = 34{,}6966\ldots° \approx 34{,}70°$

Huippukulman suuruus on

$2\alpha = 2 \cdot 34{,}70° = 69{,}40°$.

Kolmion pinta-ala on

$$A_k = \frac{7{,}4 \cdot 5{,}344}{2} = 19{,}774 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Sektorin pinta-ala on

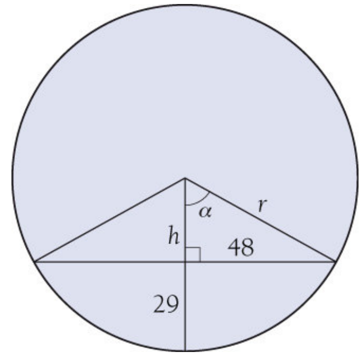
$$A_s = \frac{69{,}40°}{360°} \cdot \pi \cdot 6{,}5^2 = 25{,}58783\ldots \approx 25{,}588 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Segmentin pinta-ala on

$A = 25{,}588 - 19{,}774 = 5{,}814 \approx 5{,}8$ (cm^2).

291. Ympyrän segmentin korkeus on 29 mm ja jänne 96 mm.

Lasketaan säteen pituus Pythagoraan lauseella.



$$(r-29)^2 + 48^2 = r^2$$

$$(r-29)(r-29) + 2\,304 = r^2$$

$$r^2 - 29r - 29r + 841 + 2\,304 = r^2 \quad | -r^2$$

$$-58r + 3\,145 = 0 \quad | -3\,145$$

$$-58r = -3\,145 \quad | : (-58)$$

$$r = 54{,}2241\ldots \approx 54{,}22 \text{ (mm)}$$

Lasketaan kulman α suuruus.

$$\sin\alpha = \frac{48}{54}$$

$$\alpha = 62{,}7339\ldots° \approx 62{,}73°$$

Huippukulman suuruus on

$2\alpha = 2 \cdot 62{,}73° = 125{,}46°$.

Kolmion pinta-ala on

$$A_k = \frac{96 \cdot (54{,}22 - 29)}{2} = 1\,210{,}56 \approx 1\,211 \text{ (mm}^2\text{)}.$$

Sektorin pinta-ala on

$$A_s = \frac{125{,}46°}{360°} \cdot \pi \cdot 54{,}22^2 = 3\,218{,}63\ldots \approx 3\,219 \text{ (mm}^2\text{)}.$$

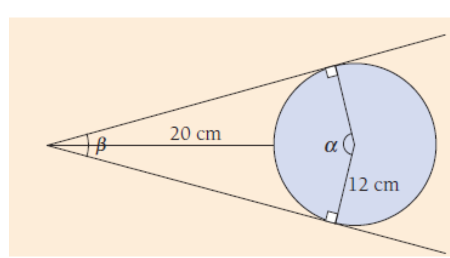
Segmentin pinta-ala on

$A = 3\,219 - 1\,211 = 2\,008 \approx 2\,000 \text{ (mm}^2\text{)}$

$2000 \text{ mm}^2 = 20 \text{ cm}^2$.

292. Lasketaan kulman β suuruus sinin avulla. Suorakulmaisen kolmion hypotenuusa on

$20 + 12 = 32$ (cm).



$$\sin\left(\frac{\beta}{2}\right) = \frac{12}{32}$$

$$\frac{\beta}{2} = 22{,}0243...^\circ \qquad | \cdot 2$$

$$\beta = 44{,}0486\ldots^\circ \approx 44^\circ$$

Kulman α suuruus on

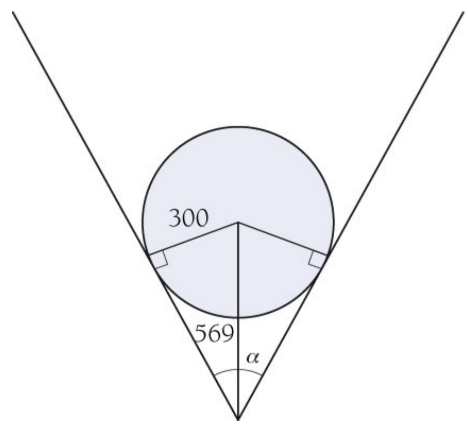
$$\alpha = 360^\circ - 44{,}05^\circ - 90^\circ - 90^\circ = 135{,}95^\circ \approx 136^\circ$$

293. Pesäpallossa rajat muodostuvat syöttölautasen tangenteista. Syöttölautasen halkaisija on 600 mm ja lautasen keskipisteen etäisyys kulmasta on 569 mm.

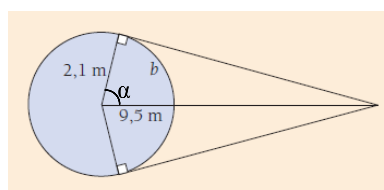
$$\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{300}{569}$$

$$\frac{\alpha}{2} = 31{,}8192...^\circ \qquad | \cdot 2$$

$$\alpha = 63{,}6384\ldots^\circ \approx 64^\circ$$



294. $$\cos\alpha = \frac{2{,}1}{9{,}5}$$



$$\alpha = 77{,}2291\ldots^\circ \approx 77{,}23^\circ$$

Huippukulman suuruus on

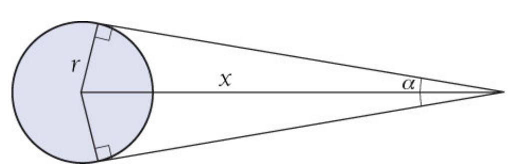
$2\alpha = 2 \cdot 77{,}23^\circ = 154{,}46^\circ$.

Kaaren pituus on

$$b = \frac{154{,}46^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi \cdot 2{,}1 = 5{,}661... \approx 5{,}7 \text{ (m)}.$$

295. Satelliitti kiertää Maata 3 200 km:n korkeudella. Maan ympärysmitta on 40 000 km.

Lasketaan maapallon säde.



$2\pi r = 40\ 000 \quad |:2\pi$

$r = \dfrac{40\ 000}{2\pi}$

$r = 6\ 366{,}19772 \approx 6\ 366{,}198$ (km)

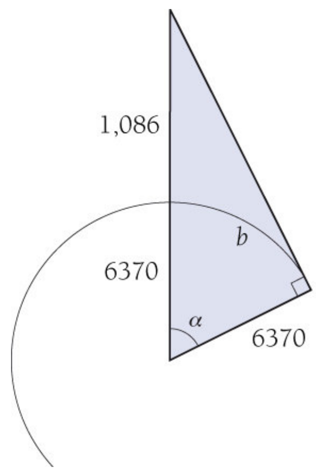
$x = 6\ 366{,}198 + 3\ 200 = 9566{,}198$ (km)

$\sin\left(\dfrac{\alpha}{2}\right) = \dfrac{6\ 366{,}198}{9\ 566{,}198}$

$\dfrac{\alpha}{2} = 41{,}71983...^\circ \quad | \cdot 2$

$\alpha = 83{,}43967\ldots^\circ \approx 83^\circ$

296. Sinuhe seisoo Kapkaupungin Pöytävuorella ja katselee merelle. Maapallon säde on 6 370 km, ja Pöytävuori on noin 1086 m merenpinnan yläpuolella. Sinuhen silmät ovat 1,5 metrin korkeudella.
Lasketaan kulman α suuruus.

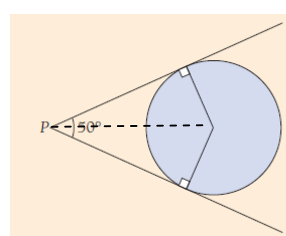


$\cos\alpha = \dfrac{6370}{6371{,}086}$

$\alpha = 1{,}057917\ldots^\circ \approx 1{,}0579^\circ$

$b = \dfrac{1{,}0579^\circ}{360^\circ} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 6370 = 117{,}614... \approx 118$ (km)

297. Ympyrän halkaisija on 8,6 cm, joten säde on 4,3 cm.



a) Lasketaan pisteen P etäisyys ympyrän keskipisteestä.

$\sin 25^\circ = \dfrac{4{,}3}{x} \quad | \cdot x$

$x \cdot \sin 25^\circ = 4{,}3 \quad | : \sin 25^\circ$

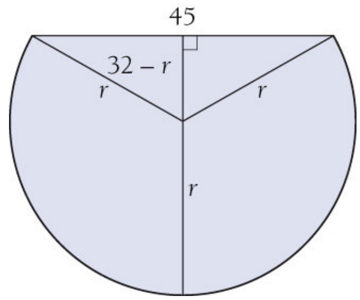
$x = \dfrac{4{,}3}{\sin 25^\circ}$

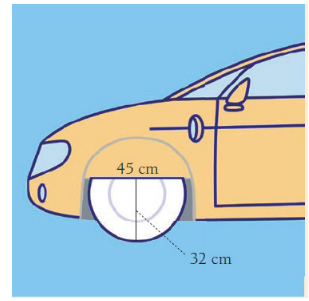
$x = 10{,}1746\ldots \approx 10{,}2$ (cm)

b) Lasketaan pisteen P etäisyys ympyrän kehästä.
$d = 10{,}17 - 4{,}3 = 5{,}93 \approx 5{,}9$ (cm)

298. Auton renkaan säde lasketaan

Pythagoraan lauseella.





$$(32 - r)^2 + 22{,}5^2 = r^2$$

$$(32 - r)\,(32 - r) + 506{,}25 = r^2$$

$$1024 - 32r - 32r + r^2 + 506{,}25 = r^2 \qquad | -r^2$$

$$-64r + 1\,530{,}25 = 0 \qquad | -1\,530{,}25$$

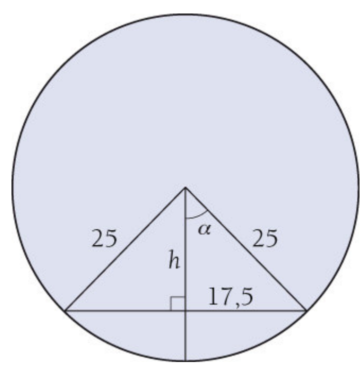
$$-64r = -1\,530{,}25 \quad | : (-64)$$

$$r = 23{,}9101\ldots \approx 23{,}91 \text{ (cm)}$$

Halkaisija on

$d = 2r = 2 \cdot 23{,}91 = 47{,}82 \approx 48$ (cm).

299. Ympyrään, jonka säde on 25 cm, on piirretty 35 cm pitkä jänne.



$$\sin\alpha = \frac{17{,}5}{25}$$

$$\alpha = 44{,}4270\ldots° \approx 44{,}43°$$

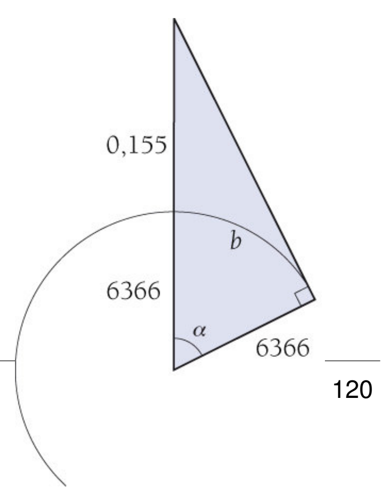
Huippukulman suuruus on

$2\alpha = 2 \cdot 44{,}43° = 88{,}86°$.

Kaaren pituus on

$$b = \frac{88{,}86°}{360°} \cdot 2\pi \cdot 25 = 38{,}77... \approx 39 \text{ (cm)}.$$

300. Helsingin Kaivopuistossa hypätään Benji-hyppyjä 155 m:n korkeudelta. Maan ympärysmitta on 40 000 km.



Lasketaan maapallon säde.

$2\pi r = 40\,000$

$r = 6366{,}19877\ldots \approx 6366{,}198$ (km)

$x = 6366{,}198 + 0{,}155 = 6366{,}353$ (km)

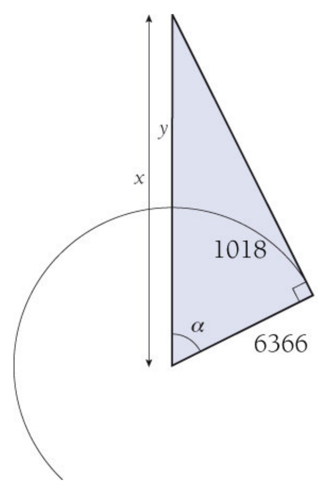
$$\cos\alpha = \frac{6366{,}198}{6366{,}353}$$

$\alpha = 0{,}399814\ldots° \approx 0{,}3998°$

$$b = \frac{0{,}3998°}{360°} \cdot 40\,000 = 44{,}422\ldots \approx 44 \text{ (km)}$$

Tornin juurelta näkee 44 km:n päähän. Horisontissa voi näkyä Tallinnan korkeimpia rakennuksia.

301. Lasketaan keskuskulman suuruus kaaren pituuden kaavasta.



$$\frac{\alpha}{360°} \cdot 40\,000 = 1018 \qquad |:40\,000$$

$$\frac{\alpha}{360°} = \frac{1018}{40\,000} \qquad |\cdot 360°$$

$\alpha = 9{,}162°$

Käytetään maapallon säteenä 6366 km. Lasketaan x.

$$\cos 9{,}162° = \frac{6366}{x} \qquad |\cdot x$$

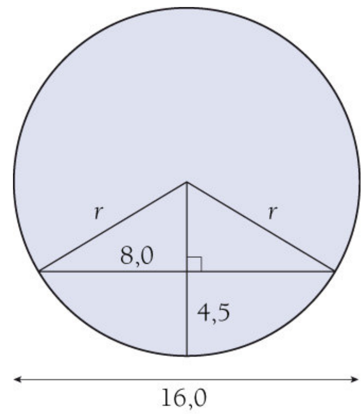
$$x \cdot \cos 9{,}162° = 6366 \qquad |:\cos 9{,}162°$$

$$x = \frac{6366}{\cos 9{,}162°}$$

$x = 6\,448{,}26643\ldots \approx 6\,448{,}266$ (km)

$y = x - 6\,366 = 6\,448{,}266 - 6\,366 = 82{,}266\ldots \approx 82$ (km)

302. Päiväkodissa askarrellaan purjeveneitä, jotka ovat ympyrän sektorin muotoisia. Veneen alaosa on ympyrän segmentti. Sen korkeus on 4,5 cm ja pituus 16,0 cm.



a) Lasketaan säteen pituus Pythagoraan lauseella.

$$(r-4{,}5)^2+8^2=r^2$$

$$(r-4{,}5)(r-4{,}5)+64=r^2$$

$$r^2-4{,}5r-4{,}5r+20{,}25+64=r^2 \quad |-r^2$$

$$-9r+84{,}25=0 \quad |-84{,}25$$

$$-9r=-84{,}25 \quad |:(-9)$$

$$r=9{,}36111\ldots\approx 9{,}361\ \text{(cm)}$$

Purjeen pinta-ala on

$$A_k=\frac{16\cdot(9{,}361-4{,}5)}{2}=38{,}888\approx 39\ (\text{cm}^2).$$

b) Lasketaan kulman α suuruus.

$$\sin\alpha=\frac{8}{9{,}361}$$

$$\alpha=58{,}7166\ldots°\approx 58{,}72°$$

Huippukulman suuruus on

$$2\alpha=2\cdot 58{,}72°=117{,}44°.$$

Koko veneen pinta-ala on

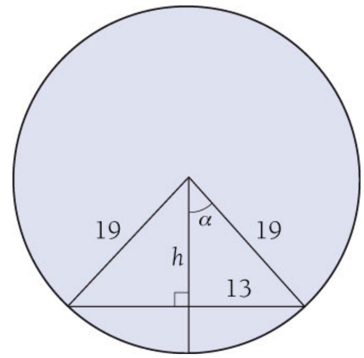
$$A_s=\frac{117{,}44°}{360°}\cdot\pi\cdot 9{,}361^2=89{,}80\ldots\approx 90\ (\text{cm}^2).$$

Veneen alaosan pinta-ala on

$$A=90-39=51\ (\text{cm}^2).$$

303. Ympyrä, jonka säde on 19 cm, jaetaan 26 cm pitkällä jänteellä kahteen osaan.

Lasketaan kulma α.



$$\sin\alpha = \frac{13}{19}$$

$$\alpha = 43{,}1735\ldots° \approx 47{,}17°$$

Huippukulman suuruus on

$2\alpha = 2 \cdot 43{,}17° = 86{,}34°$.

Ympyrän kokonaispinta-ala on

$A_{\text{kok}} = \pi r^2 = \pi \cdot 19^2 = 1\ 134{,}1149\ldots \approx\ 1\ 134{,}11\ (\text{cm}^2)$.

Sektorin pinta-ala on

$$A_s = \frac{86{,}34°}{360°} \cdot \pi \cdot 19^2 = 271{,}9985\ldots \approx 272{,}00\ (\text{cm}^2).$$

Kolmion korkeus on

$13^2 + h^2 = 19^2$

$169 + h^2 = 361 \quad | -169$

$h^2 = 192$

$h = \pm\sqrt{192}$ Negatiivinen juuri ei käy.

$h = 13{,}8564\ldots \approx 13{,}86\ (\text{cm})$

Kolmion pinta-ala on

$$A_k = \frac{26 \cdot 13{,}86}{2} = 180{,}18\ (\text{cm}^2).$$

Pienen segmentin pinta-ala on

$A = 272{,}00 - 180{,}18 = 91{,}82 \approx 92\ (\text{cm}^2)$.

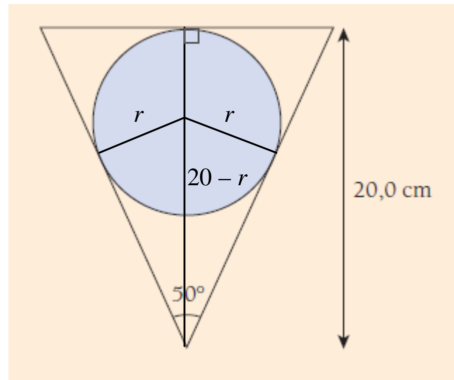
Ison segmentin pinta-ala on

$A = 1\ 134{,}11 - 91{,}82 = 1\ 042{,}29 \approx 1\ 000\ (\text{cm}^2)$

$1\ 000\ \text{cm}^2 = 10\ \text{dm}^2$.

304. Lasketaan säteen pituus.

$$\sin 25^\circ = \frac{r}{20-r} \quad | \cdot (20 - r)$$



$$(20 - r)\sin 25^\circ = r$$

$$20 \cdot \sin 25^\circ - r \cdot \sin 25^\circ = r \quad | -r - 20 \cdot \sin 25^\circ$$

$$-r \cdot \sin 25^\circ - r = -20 \cdot \sin 25^\circ$$

$$r(-\sin 25^\circ - 1) = -20 \cdot \sin 25^\circ \quad | : (-\sin 25^\circ - 1)$$

$$r = \frac{-20 \cdot \sin 25^\circ}{-1 - \sin 25^\circ}$$

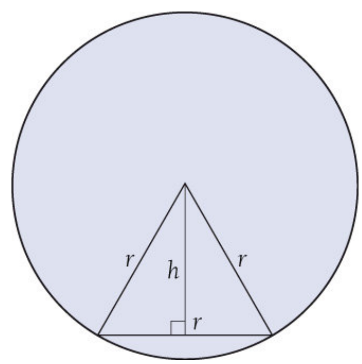
$$r = 5{,}941414\ldots \approx 5{,}9414 (\text{cm})$$

Halkaisija on

$d = 2r = 2 \cdot 5{,}9414 = 11{,}8828 \approx 11{,}9$ (cm).

305. Ympyrän segmentin jänne on yhtä pitkä kuin ympyrän säde, ja segmentin pinta-ala on 8,5 cm^2.

Muodostuu tasasivuinen kolmio, jonka kaikki kulmat ovat 60°.



Kolmion korkeus on

$$h^2 + \left(\frac{r}{2}\right)^2 = r^2$$

$$h^2 + \frac{r^2}{4} = r^2 \quad | -\frac{r^2}{4}$$

$$h^2 = r^2 - \frac{r^2}{4}$$

$$h = \pm\sqrt{r^2 - \frac{r^2}{4}}$$

Negatiivinen juuri ei käy.

$$h = \frac{r\sqrt{3}}{2}.$$

Segmentin pinta-alasta saadaan laskettua ympyrän säde.

$$\frac{60^\circ}{360^\circ}\cdot \pi r^2 - \frac{r\cdot r\sqrt{3}}{2\cdot 2} = 8{,}5$$

$$0{,}524r^2 - 0{,}433r^2 = 8{,}5$$

$$0{,}091r^2 = 8{,}5 \quad | : 0{,}091$$

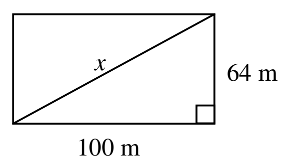
$$r^2 = \frac{8{,}5}{0{,}091}$$

$$r = \pm\sqrt{\frac{8{,}5}{0{,}091}}$$ Negatiivinen juuri ei käy.

$$r = 9{,}664\ldots \approx 9{,}7 \text{ (cm)}$$

Kertaustehtäviä

306. Erotuomari juoksee jalkapallokentän nurkasta nurkkaan. Kuinka pitkän matkan hän juoksee? Kentän mitat ovat 64 m x 100 m.



Erotuomari kävelee suorakulmion lävistäjää pitkin:

$$x^2 = 64^2 + 100^2$$

$$x^2 = 14\ 096$$

$$x = \pm\sqrt{14\ 096}$$ Negatiivinen juuri ei käy.

$$x = 118{,}72\ldots \approx 120 \text{ (m)}$$

307. Ympyrän muotoisen hopeisen kaulakorun ympärysmitta on 42,0 cm.

$$p = 2\pi r$$

Korun säde on

$$2\pi r = 42{,}0 \quad | : 2\pi$$

$$r = \frac{42{,}0}{2\pi} = 6{,}684\ldots \approx 6{,}7 \text{ (cm)}.$$

308. Teltan pääty on tasakylkinen kolmio. Se on 3,6 m leveä ja reunojen pituus on 2,4 m.

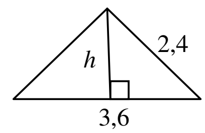
$$h^2 + 1{,}8^2 = 2{,}4^2$$

$$h^2 + 3{,}24 = 5{,}76 \qquad | -3{,}24$$

$$h^2 = 2{,}52$$

$$h = \pm\sqrt{2{,}52} \qquad \text{Negatiivinen juuri ei käy.}$$

$$h = 1{,}58745\ldots \approx 1{,}587 \text{ (m)}$$

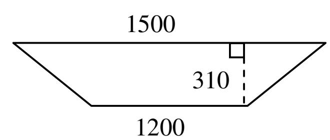


Kolmion pinta-ala on

$$A_k = \frac{3{,}6 \cdot 1{,}587}{2} = 2{,}8566 \approx 2{,}9 \text{ (m}^2\text{)}.$$

309. Sisu peri isoäidiltään puolisuunnikkaan muotoisen metsäpalstan. Sen yhdensuuntaisten sivujen pituudet ovat 1,2 km = 1 200 m ja 1,5 km = 1 500 m ja sivujen välinen etäisyys 310 m.

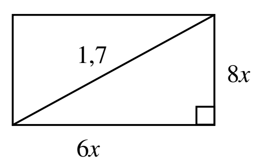
$$A = \frac{a+b}{2} \cdot h = \frac{1200+1500}{2} \cdot 310 = 418\ 500 \approx 420\ 000 \text{ (m}^2\text{)}$$



$$420\ 000 \text{ m}^2 = 4\ 200 \text{ a} = 42 \text{ ha}$$

310. Taulun sivujen pituuksien suhde on 6 : 8 ja lävistäjän pituus 1,7 m.

Lasketaan x Pythagoraan lauseesta.



$$(6x)^2 + (8x)^2 = 1{,}7^2$$

$$6x \cdot 6x + 8x \cdot 8x = 2{,}89$$

$$36x^2 + 64x^2 = 2{,}89$$

$$100x^2 = 2{,}89 \qquad | : 100$$

$$x^2 = 0{,}0289$$

$$x = \pm\sqrt{0{,}0289} \qquad \text{Negatiivinen juuri ei käy.}$$

$$x = 0{,}17 \text{ (m)}$$

Sivut ovat

$6x = 6 \cdot 0{,}17 = 1{,}02$ (m)

$8x = 8 \cdot 0{,}17 = 1{,}36$ (m).

Puolikkaan pinta-ala on

$$A_k = \frac{1{,}02 \cdot 1{,}36}{2} = 0{,}6936\ (\text{m}^2).$$

Koko taulun pinta-ala on

$2 \cdot 0{,}6936 = 1{,}3872 \approx 1{,}4$ (m^2).

311. Ihmisen näkökenttä on pystysuunnassa noin 130º. 21 m korkea hieskoivu peittää rinteessä seisovan Visan näkökentän. Lasketaan puun etäisyys Visasta.

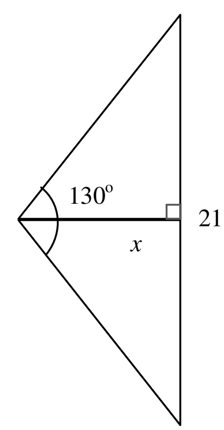
$$\frac{130^\circ}{2} = 65^\circ$$

$$\tan 65^\circ = \frac{10{,}5}{x} \qquad | \cdot x$$

$$x \cdot \tan 65^\circ = 10{,}5 \qquad | : \tan 65^\circ$$

$$x = \frac{10{,}5}{\tan 65^\circ}$$

$$x = 4{,}896\ldots \approx 4{,}9 \text{ (m)}$$



312. Säännöllisen 10-kulmion muotoisen puolijoukkueteltan pisin lävistäjä on 4,8 m.

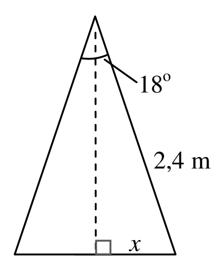
$$\frac{360^\circ}{10} = 36^\circ$$

$$\alpha = \frac{36^\circ}{2} = 18^\circ$$

$$\sin 18^\circ = \frac{x}{2{,}4} \qquad | \cdot 2{,}4$$

$$x = 2{,}4 \cdot \sin 18^\circ$$

$$x = 0{,}74164\ldots \approx 0{,}741 \text{ (m)}$$



Teltan sivun pituus on $2x = 2 \cdot 0{,}741 = 1{,}482 \approx 1{,}5$ (m).

313. Säilyketölkin pohja on ympyrän muotoinen. Pohjan pinta-ala on 38 cm^2. Lasketaan säde.

$\pi r^2 = 38 \quad | : \pi$

$r^2 = \dfrac{38}{\pi}$

$r = \pm\sqrt{\dfrac{38}{\pi}}$ Vain positiivinen juuri kelpaa.

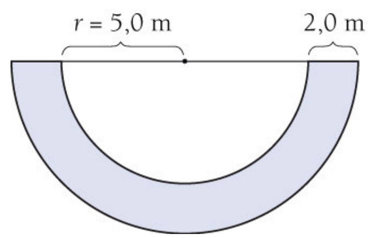
$r = 3{,}47789\ldots \approx 3{,}477$ (cm)

$d = 2r = 2 \cdot 3{,}477 = 6{,}954 \approx 7{,}0$ (cm)

314. Pesäpallossa kotipesä on puoliympyrä, jonka säde on 5,0 m.
Kotipesän turvaksi on tehty 2,0 m leveä suoja-alue.

Koko ympyrän pinta-ala on

$A_{\text{tot}} = \pi r^2 = \pi \cdot 7^2.$



Sisäympyrän pinta-ala on

$A_{\text{sis}} = \pi r^2 = \pi \cdot 5^2.$

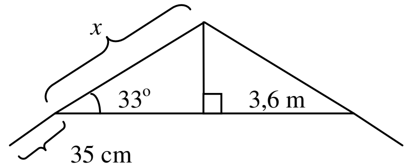
Suoja-alueen pinta-ala on

$$A_{suoja} = \frac{1}{2}(\pi \cdot 7^2 - \pi \cdot 5^2) = 37{,}69\ldots \approx 38\,(\text{m}^2).$$

315. Tasakattoiseen omakotitaloon tehdään harjakatto. Talon leveys on 7,2 m ja pituus 9,1 m. Katon reunat muodostavat 33 asteen kulman vaakatason suhteen. Reunojen halutaan jatkuvan 35 cm seinien yli.

Lasketaan x.

$\cos 33^\circ = \dfrac{3{,}6}{x} \quad | \cdot x$



$x \cdot \cos 33^\circ = 3{,}6 \quad | : \cos 33^\circ$

$x = \dfrac{3{,}6}{\cos 33^\circ}$

$x = 4{,}29250\ldots \approx 4{,}293$ (m)

Pellin mitat:

$2 \cdot 4{,}293 + 2 \cdot 0{,}35 = 9{,}286$ (m)

$9{,}1 + 2 \cdot 0{,}35 = 9{,}8$ (m)

Pellin pinta-ala:

$9{,}286 \cdot 9{,}8 = 91{,}0028 \approx 91$ (m^2)

316. Maailman suurimman puun ympärysmitta on 25,1 m. Oletetaan, että puun poikkipinta on likimain ympyrä.

a) Ympärysmitta on $p = \pi d$

Puun halkaisija on

$\pi d = 25{,}1 \qquad | : \pi$

$d = \dfrac{25{,}1}{\pi} = 7{,}98957... \approx 8{,}0$ (m).

b) Puun poikkipinta-ala on

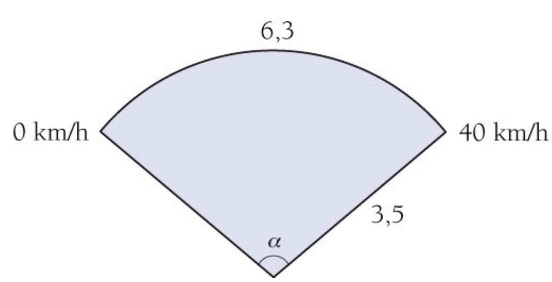
$A = \pi r^2 = \pi \cdot 3{,}995^2 = 50{,}1398\ldots \approx 50{,}14$ (m^2).

$50{,}14$ m$^2 = 5014$ m$^2 = 501\,400$ m^2

Yksi lapsi vie tilaa keskimäärin 700 cm^2, joten lapsia mahtuu

$\dfrac{501\,400}{700} = 716{,}28... \approx 720.$

317. Lumin mopon nopeusmittarissa on lukemat 0 – 60 km/h. Kun hän kiihdyttää moponsa nopeuteen 40 km/h, 3,5 cm pitkän osoittimen kärki on kulkenut 6,3 cm:n matkan.



Lasketaan kulma α sektorin kaaren kaavasta.

$b = \dfrac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2\pi r$

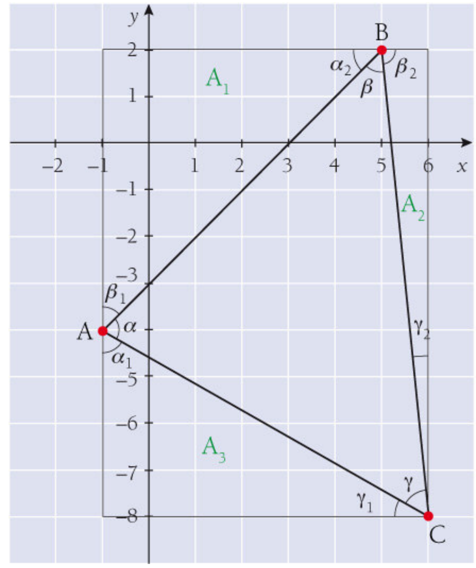
$\dfrac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2\pi \cdot 3{,}5 = 6{,}3 \qquad | \cdot 360$

$7\pi\alpha = 2\,268 \qquad | : 7\pi$

$\alpha = \dfrac{2268}{7\pi}$

$\alpha = 103{,}13\ldots^\circ \approx 103^\circ$

318. Lasketaan ala apukuvioiden avulla.



A_1: $\dfrac{6\cdot 6}{2}=18$

A_2: $\dfrac{1\cdot 10}{2}=5$

A_3: $\dfrac{4\cdot 7}{2}=14$

Koko suorakulmion pinta-ala on

$A = 7 \cdot 10 = 70.$

Kolmion pinta-ala on

$A_k = 70 – (18 + 5 + 14) = 70 – 37 = 33.$

$\tan\alpha_1 = \dfrac{7}{4}$

$\alpha_1 = 60{,}2551\ldots° \approx 60{,}26°$

$\tan\beta_1 = \dfrac{6}{6}$

$\beta_1 = 45°$

$\alpha = 180° – 45° – 60{,}26° = 74{,}74° \approx 74{,}7°$

$\alpha_2 = 90° – 45° = 45°$

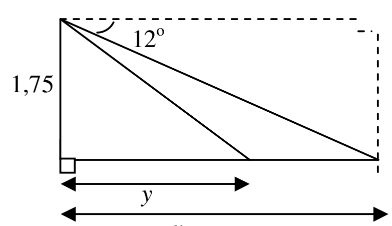
$\tan\beta_2 = \dfrac{10}{1}$

$\beta_2 = 84{,}2894\ldots \approx 84{,}29°$

$\beta = 180° – 45° – 84{,}29° = 50{,}71° \approx 50{,}7°$

$\gamma = 180° – 74{,}7° –50{,}7° = 54{,}6°$

319. Kuru seisoo Rapajoen rannalla. Hän näkee joen vastarannan 12° vaakatason alapuolella. Oman rannan puolella joki on 48° horisontin alapuolella. Kuru tekee havaintonsa 1,75 m:n korkeudelta.



$\dfrac{x}{1{,}75} = \tan 78°$ $\quad | \cdot 1{,}75$

$x = 1{,}75 \cdot \tan 78°$

$x = 8{,}2331\ldots \approx 8{,}233$ (m)

$\dfrac{y}{1{,}75} = \tan 42°$ $\quad | \cdot 1{,}75$

$y = 1{,}75 \cdot \tan 42°$

$y = 1{,}5757\ldots \approx 1{,}576$ (m)

Joen leveys on

$8{,}233 - 1{,}576 = 6{,}657 \approx 6{,}7$ (m).

320. Ympyrän sektorin keskuskulma pienenee puoleen ja säde kaksinkertaistuu.

Keskuskulma alussa α ja säde r.

Sektorin pinta-ala ennen muutosta:

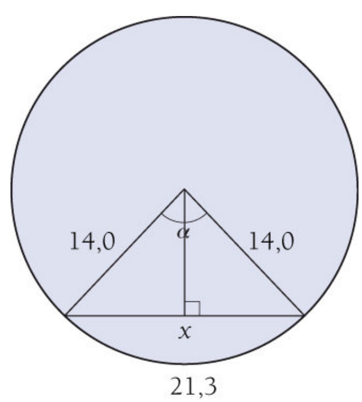
$$A_{s1} = \frac{\alpha}{360°} \cdot \pi r^2$$

Sektorin pinta-ala muutoksen jälkeen:

$$A_{s2} = \frac{\frac{1}{2}\alpha}{360°} \cdot \pi (2r)^2 = \frac{\alpha}{2} \cdot \frac{1}{360°} \cdot \pi \cdot 4r^2 = \frac{\alpha}{360°} \cdot \pi \cdot 2r^2$$

Pinta-ala kaksinkertaistuu.

321. Ympyrän kaaren pituus on 21,3 cm ja säteen 14,0 cm. Lasketaan kaarta vastaavan jänteen pituus.



$\dfrac{\alpha}{360°} \cdot 2\pi \cdot 14{,}0 = 21{,}3 \quad | \cdot 360$

$28\pi\alpha = 7\,668 \quad | : 28\pi$

$\alpha = \dfrac{7668}{28\pi}$

$\alpha = 87{,}1714\ldots° \approx 87{,}17°$

Suorakulmaisen kolmion kulma on $\dfrac{87°}{2} = 43{,}585°$

$$\sin 43{,}585° = \frac{x}{14} \quad | \cdot 14$$

$$x = 14 \cdot \sin 43{,}585°$$

$$x = 9{,}65201\ldots \approx 9{,}652 \text{ (cm)}$$

Jänteen pituus on $2x = 2 \cdot 9{,}652 = 19{,}304 \approx 19{,}3$ (cm).

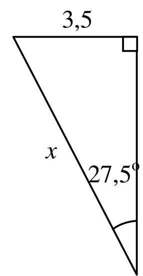
322. Kartion sisään laitettiin pallo kuvan mukaisesti.

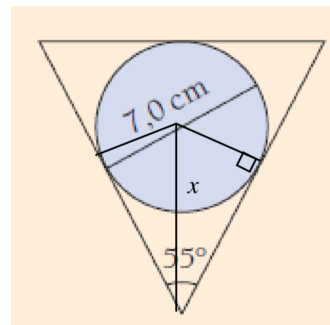
$$\sin 27{,}5° = \frac{3{,}5}{x} \quad | \cdot x$$

$$x \cdot \sin 27{,}5° = 3{,}5 \quad | : \sin 27{,}5°$$

$$x = \frac{3{,}5}{\sin 27{,}5°}$$

$$x = 7{,}57988\ldots \approx 7{,}580 \text{ (cm)}$$



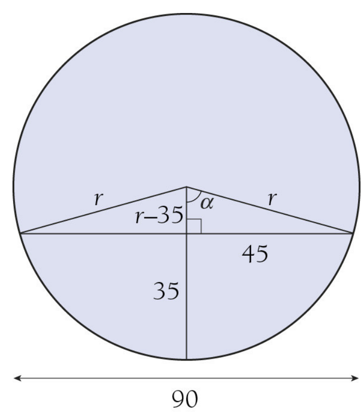


Kartion korkeus on

$3{,}5 + 7{,}580 = 11{,}079\ldots \approx 11{,}1$ (cm).

323. Kynnysmatto on ympyrän segmentin muotoinen. Sen korkeus on 35 cm ja leveys 90 cm.

Lasketaan säteen pituus Pythagoraan lauseella.



$$r^2 = (r - 35)^2 + 45^2$$

$$r^2 = (r - 35)(r - 35) + 2\,025$$

$$r^2 = r^2 - 35r - 35r + 1\,225 + 2\,025$$

$$r^2 = r^2 - 70r + 3\,250 + 2\,025 \quad | : +70r$$

$$70r = 3\,250 \quad | : 70$$

$$r = 46{,}4285\ldots \approx 46{,}43 \text{ (cm)}$$

Lasketaan kulman α suuruus.

$$\sin \alpha = \frac{45}{46{,}43}$$

$$\alpha = 75{,}7430\ldots \approx 75{,}74°$$

$$2\alpha = 151{,}48°$$

Kolmion pinta-ala on

$$A_k = \frac{90 \cdot (46,43 - 35)}{2} = 514,35 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Sektorin pinta-ala on

$$A_s = \frac{151,48^\circ}{360^\circ} \cdot \pi \cdot 46,43^2 = 2849,7058... \approx 2849,71 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Maton pinta-ala on

A = 2 849,71 – 514,35 = 2 335,36 ≈ 2 300 (cm^2)

2 300 cm^2 = 23 dm^2.