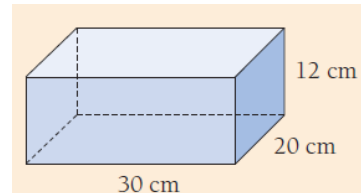


### 3 Avaruusgeometria

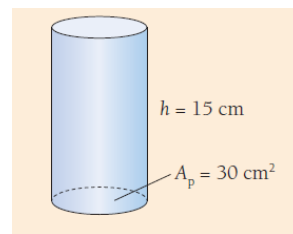
#### Lieriö

324. a)  $V = 30 \cdot 20 \cdot 12 = 7\,200 \text{ (cm}^3\text{)}$

$$7\,200 \text{ cm}^3 = 7,2 \text{ dm}^3 = 7,2 \text{ l}$$



b)  $V = A_p \cdot h = 30 \cdot 15 = 450 \text{ (cm}^3\text{)}$

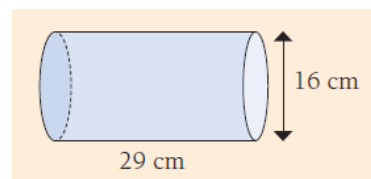


325. Kuution särmän pituus on  $a = 1,2 \text{ cm}$ .

a)  $V = a^3 = 1,2^3 = 1,728 \approx 1,7 \text{ (cm}^3\text{)}$

b)  $A = 6a^2 = 6 \cdot 1,2^2 = 8,64 \approx 8,6 \text{ (cm}^2\text{)}$

326.  $r = \frac{d}{2} = \frac{16}{2} = 8 \text{ (cm)}$



$$V = A_p \cdot h = \pi r^2 \cdot h = \pi \cdot 8^2 \cdot 29 = 5830,79\dots \approx 5\,800 \text{ (cm}^3\text{)}$$

$$5\,800 \text{ cm}^3 = 5,8 \text{ dm}^3$$

327. Suoran ympyrälieriön muotoisen sadevesitynnyrin korkeus on 85 cm ja pohjan halkaisija 52 cm.

$$r = \frac{d}{2} = \frac{52}{2} = 26 \text{ (cm)}$$

Sadevettä mahtuu tynnyriin

$$V = A_p \cdot h = \pi r^2 \cdot h = \pi \cdot 26^2 \cdot 85 = 180\,515,91\dots \approx 180\,000 \text{ (cm}^3\text{)}$$

$$180\,000 \text{ cm}^3 = 180 \text{ dm}^3 = 180 \text{ l}$$

**328.** Kuution särmän pituus on  $x$ .

a)  $x^3 = 140$

$$x = \sqrt[3]{140}$$

$$x = 5,192\dots \approx 5,2 \text{ (cm)}$$

b)  $V = 4,00 \text{ l} = 4,00 \text{ dm}^3$

$$x^3 = 4,00$$

$$x = \sqrt[3]{4,00}$$

$$x = 1,5874\dots \approx 1,59 \text{ (dm)}$$

$$1,59 \text{ dm} = 15,9 \text{ cm}$$

**329.** Puutukin halkaisija on 28 cm ja pituus 5,2 m = 520 cm. 1 dm<sup>3</sup> puuta painaa 0,6 kg.

$$r = \frac{d}{2} = \frac{28}{2} = 14 \text{ (cm)}$$

Puutukin tilavuus on

$$V = A_p \cdot h = \pi r^2 \cdot h = \pi \cdot 14^2 \cdot 520 = 320\,191,12\dots \approx 320\,191 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

$$320\,191 \text{ cm}^3 = 320,191 \text{ dm}^3$$

Tukin massa on

$$320,191 \cdot 0,6 = 192,11\dots \approx 190 \text{ (kg)}.$$

**330.** Suorakulmaisen särmiön muotoisen pahvilaatikon pituus on 42 cm ja leveys 37 cm. Laatikon tilavuus on 50 litraa.

$$V = 50 \text{ l} = 50 \text{ dm}^3 = 50\,000 \text{ cm}^3$$

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$42 \cdot 37 \cdot c = 50\,000$$

$$1554c = 50\,000 \quad | : 1\,554$$

$$c = 32,17\dots \approx 32 \text{ (cm)}$$

- 331.** Suoran ympyrälieriön muotoisen juomalasin pohjan halkaisija on 7,0 cm. Lasin korkeus on 12,0 cm. Lasiin kaadetaan 2,0 dl mehua.

$$r = \frac{d}{2} = \frac{7,0}{2} = 3,5 \text{ (cm)}$$

Mehun tilavuus on

$$V = 2,0 \text{ dl} = 0,2 \text{ l} = 0,2 \text{ dm}^3 = 200 \text{ cm}^3.$$

Lasketaan mehun korkeus lasissa.

$$V = A_p \cdot h = \pi r^2 \cdot h$$

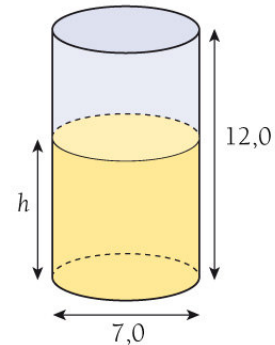
$$\pi \cdot 3,5^2 \cdot h = 200$$

$$12,25\pi h = 200 \quad | : 12,25\pi$$

$$h = 5,1968\dots \approx 5,20 \text{ (cm)}$$

Pinta jää lasin yläreunasta

$$12,0 - 5,20 = 6,8 \text{ (cm)}.$$



- 332. a)** vaipan ala

$$A_v = \pi d \cdot h = \pi \cdot 12 \cdot 20 = 753,98\dots \approx 750 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$750 \text{ cm}^2 = 7,5 \text{ dm}^2$$

- b)  $r = \frac{d}{2} = \frac{12}{2} = 6 \text{ (cm)}$

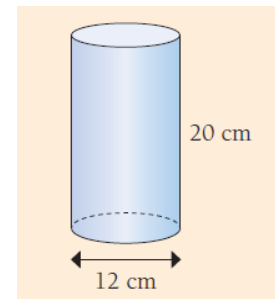
pohjan ala

$$A_p = \pi r^2 = \pi \cdot 6^2 = 113,0973\dots \approx 113,10 \text{ (cm}^2\text{)}$$

kokonaispinta-ala

$$A = A_v + 2A_p = 753,98 + 2 \cdot 113,10 = 980,18 \approx 980 \text{ (cm}^2\text{)}$$

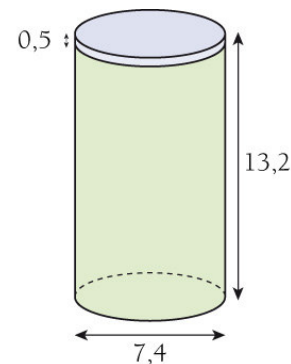
$$980 \text{ cm}^2 = 9,8 \text{ dm}^2$$



- 333.** Etiketin korkeus on

$$h = 13,2 - 0,5 = 12,7 \text{ (cm)}.$$

Etiketin pinta-ala on



$$A_v = \pi d \cdot h = \pi \cdot 7,4 \cdot 12,7 = 295,24 \dots \approx 300 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

$$300 \text{ cm}^2 = 3,0 \text{ dm}^2$$

**334.** A4-arkin mitat ovat 21,0 x 29,7 cm.

Lasketaan ensin lieriön pohjan säde.

$$p = \pi d = 2\pi r$$

$$2\pi r = 29,7 \quad | : 2\pi$$

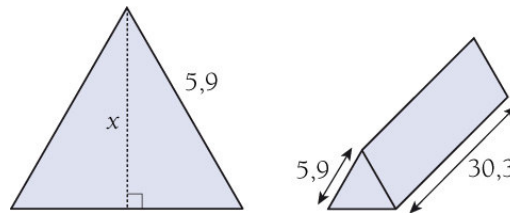
$$r = 4,726901 \dots \approx 4,7269 \text{ (cm)}$$

Lieriön tilavuus on

$$V = A_p \cdot h = \pi r^2 \cdot h = \pi \cdot 4,7269^2 \cdot 21,0 = 1\,474,08 \dots \approx 1\,470 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

$$1\,470 \text{ cm}^3 = 1,47 \text{ dm}^3$$

**335.** Suklaapakkaus on säännöllinen kolmiopohjainen särmiö. Pohjasärmän pituus on 5,9 cm ja korkeus 30,3 cm.



Särmiön vaipan ala on

$$A_v = p \cdot h = 3 \cdot 5,9 \cdot 30,3 = 536,31 \dots \approx 540 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Lasketaan päätykolmion korkeus  $x$ . Se saadaan Pythagoraan lauseen avulla.

$$\frac{5,9}{2} = 2,95 \text{ (cm)}$$

$$x^2 + 2,95^2 = 5,9^2$$

$$x^2 = 26,1075$$

$$x = \pm\sqrt{26,1075} \quad \text{Vain positiivinen juuri kelpaa.}$$

$$x = 5,10954 \dots \approx 5,110 \text{ (cm)}$$

Päätykolmion pinta-ala:

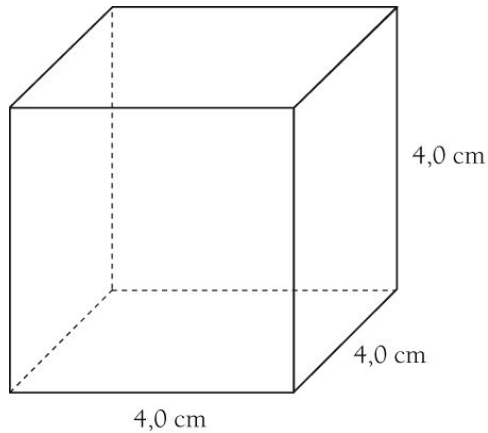
$$A_p = \frac{5,9 \cdot 5,110}{2} = 15,074\dots \approx 15,1 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Pakkaukseen tarvitaan pahvia:

$$A = A_v + 2A_p = 536,31 + 2 \cdot 15,1 = 566,3 \approx 570 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$570 \text{ cm}^2 = 5,7 \text{ dm}^2$$

- 336.** Kuutio, jonka särmän pituus on 4,0 cm.



- 337.** Suorakulmisen särmiön pituus on 4,0 cm, leveys 3,0 cm ja korkeus 2,0 cm. Laske särmiön avaruuslävistäjän pituus.

Pohjatahkoon lävistäjä:

$$x^2 = 4,0^2 + 3,0^2$$

$$x^2 = 25$$

$$x = \pm\sqrt{25}$$

$$x = 5,0 \text{ (cm)}$$

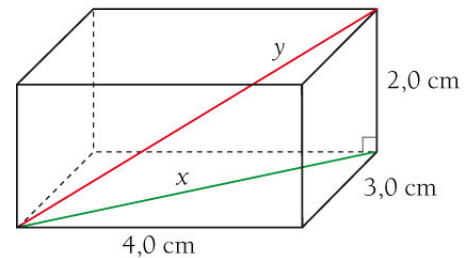
Avaruuslävistäjä:

$$y^2 = 2,0^2 + 5,0^2$$

$$y^2 = 29$$

$$y = \pm\sqrt{29}$$

$$y = 5,385\dots \approx 5,4 \text{ (cm)}$$



Vain positiivinen juuri kelpaa.

Vain positiivinen juuri kelpaa.

- 338.** Suorakulmaisen särmiön särmien pituuksien suhde on  $a : b : c = 1 : 2 : 5$ . Särmiön tilavuus on  $V = 2,50 \text{ l} = 2,50 \text{ dm}^3$ . Merkitään lyhyimmän sivun pituutta  $a$ :lla. Muiden sivujen pituudet ovat  $2a$  ja  $5a$ .

Tilavuudelle saadaan yhtälö, josta ratkaistaan  $a$ .

$$a \cdot 2a \cdot 5a = 2,50$$

$$10a^3 = 2,50 \quad | : 10$$

$$a^3 = 0,25$$

$$a = \sqrt[3]{0,25}$$

$$a = 0,62996 \approx 0,63 \text{ (dm)}$$

$$0,63 \text{ dm} = 6,3 \text{ cm}$$

$$a = 6,3 \text{ cm}$$

$$b = 2a = 2 \cdot 6,2996 = 12,5992 \approx 12,6 \text{ cm}$$

$$c = 5a = 5 \cdot 6,2996 = 31,498 \approx 31,5 \text{ cm}$$

- 339.** Pellistä halutaan valmistaa puolen litran vetoinen suoran ympyrälieriön muotoinen mitta-astia, jonka korkeus on  $h = 12 \text{ cm}$ .

$$V = 0,5 \text{ l} = 0,5 \text{ dm}^3 = 500 \text{ cm}^3$$

Ympyrälieriön tilavuus on  $V = A_p h = \pi r^2 h$ .

$$\pi r^2 \cdot 12 = 500 \quad | : 12\pi$$

$$r^2 = \frac{500}{12\pi}$$

$$r = \pm \sqrt{\frac{500}{12\pi}} \quad \text{Vain positiivinen juuri kelpaa.}$$

$$r = 3,6418\dots \approx 3,64 \text{ (cm)}$$

Halkaisijan pituus on

$$d = 2r = 2 \cdot 3,64 = 7,28 \approx 7,3 \text{ (cm)}.$$

340. Suoran ympyrälieriön korkeus on 8 ja pohjan halkaisija 6.

$$r = \frac{d}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

Vaipan ala:

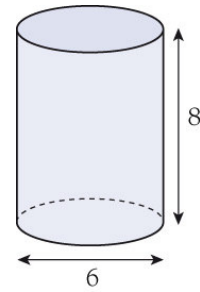
$$A_v = \pi d \cdot h = \pi \cdot 6 \cdot 8 = 48\pi$$

Pohjan ala:

$$A_p = \pi r^2 = \pi \cdot 3^2 = 9\pi$$

Kokonaispinta-ala:

$$A = A_v + 2A_p = 48\pi + 2 \cdot 9\pi = 66\pi$$



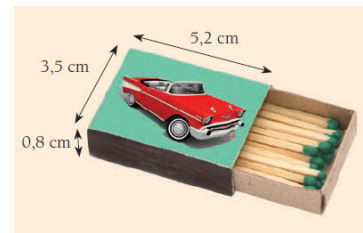
341. Tulentikkulaatikon mitat ovat 5,2 x 3,5 x 0,8 cm.

- a) Laatikon tilavuus on

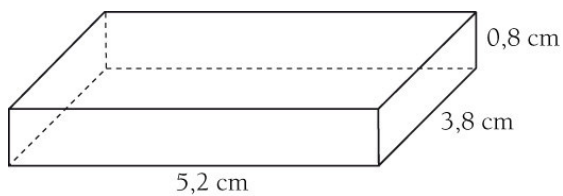
$$V = 5,2 \cdot 3,5 \cdot 0,8 = 14,56 \approx 15 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

- b) Laatikon kokonaispinta-ala on

$$A_{\text{kok}} = 2 \cdot 0,8 \cdot 3,5 + 2 \cdot 0,8 \cdot 5,2 + 2 \cdot 5,2 \cdot 3,5 = 50,32 \approx 50 \text{ (cm}^2\text{)}.$$



- 342.



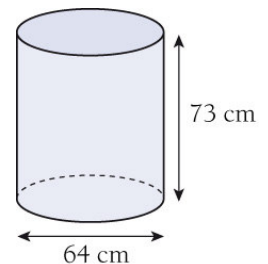
343. Suoran ympyrälieriön muotoisen saavin korkeus on 73 cm ja pohjan halkaisija 64 cm. Pyry täyttää saavin 8 litran vesiämpäreillä.

$$r = \frac{d}{2} = \frac{64}{2} = 32 \text{ (cm)}$$

$$V = A_p \cdot h = \pi r^2 \cdot h = \pi \cdot 32^2 \cdot 73 = 234\,840,334\dots \approx 235\,000 \text{ (cm}^3\text{)}$$

$$235\,000 \text{ cm}^3 = 235 \text{ dm}^3 = 235 \text{ l}$$

Saaviin mahtuu



$$\frac{235}{8} = 29,375 \approx 29 \text{ ämpärillistä.}$$

**344.** Kuution tilavuus on  $45 \text{ cm}^3$ .

a) Kuution särmän pituus:

$$x^3 = 45$$

$$x = \sqrt[3]{45}$$

$$x = 3,55689\dots \approx 3,6 \text{ (cm)}$$

b) Kuution kokonaispinta-ala:

$$A_{\text{kok}} = 6x^2 = 6 \cdot 3,557^2 = 75,91\dots \approx 76 \text{ (cm}^2\text{)}$$

**345.** Tiilen tiheys on  $1,6 \text{ g/cm}^3$ .

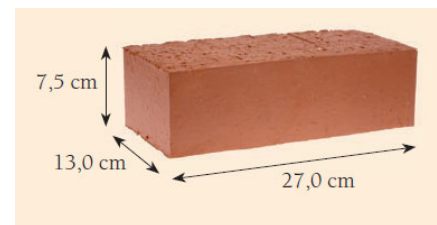
Tiilen tilavuus on

$$V = 7,5 \cdot 13,0 \cdot 27,0 = 2\,632,5 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

Tiilen massa on tilavuus kertaa tiheys.

$$2\,632,5 \cdot 1,6 = 4\,212 \approx 4\,200 \text{ (g)}.$$

$$4\,200 \text{ g} = 4,2 \text{ kg}$$



**346.** Saunan pata on muodoltaan suora ympyrälieriö, jonka pohjan halkaisija on  $70 \text{ cm}$ . Pata tilavuus on  $200 \text{ litraa} = 200 \text{ dm}^3 = 200\,000 \text{ cm}^3$ .

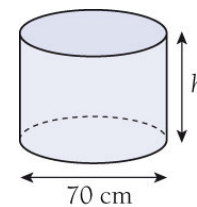
$$r = \frac{d}{2} = \frac{70}{2} = 35 \text{ (cm)}$$

$$V = A_p \cdot h = \pi r^2 \cdot h$$

$$\pi \cdot 35^2 \cdot h = 200\,000$$

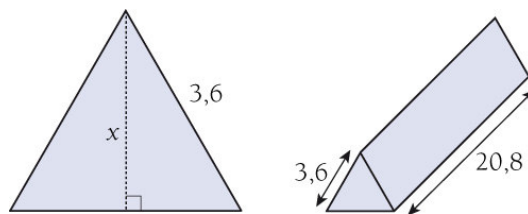
$$1225\pi h = 200\,000 \quad | : 1225\pi$$

$$h = 51,9689\dots \approx 52 \text{ (cm)}$$





- 347.** Suklaapakkaus on säännöllinen kolmiopohjainen särmiö, jonka korkeus on 20,8 cm ja pohjasärmän pituus on 3,6 cm.



Lasketaan päätykolmion korkeus  $x$  Pythagoraan lauseen avulla.

$$\frac{3,6}{2} = 1,8 \text{ (cm)}$$

$$x^2 + 1,8^2 = 3,6^2$$

$$x^2 = 9,72$$

$$x = \pm\sqrt{9,72}$$

Vain positiivinen juuri kelpaa.

$$x = 3,1176\dots \approx 3,118 \text{ (cm)}$$

Päätykolmion pinta-ala:

$$A_p = \frac{3,6 \cdot 3,118}{2} = 5,6124 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Pakkauksen tilavuus on

$$V = A_p \cdot h = 5,6124 \cdot 20,8 = 116,73792 \approx 120 \text{ (cm}^3\text{)}$$

$$120 \text{ cm}^3 = 1,2 \text{ dl.}$$

- 348.** Metrin mittaisen teräsputken ulkohalkaisija on 6,0 cm ja sisähalkaisija 5,0 cm. Teräksen tiheys on  $7,8 \text{ g/cm}^3$ .

$$V_u = \pi r^2 \cdot h = \pi \cdot 3^2 \cdot 100 = 900\pi$$

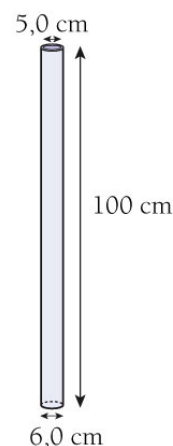
$$V_s = \pi r^2 \cdot h = \pi \cdot 2,5^2 \cdot 100 = 625\pi$$

$$V = V_u - V_s = 900\pi - 625\pi = 275\pi$$

Putken massa on tiheys kertaa tilavuus.

$$m = 7,8 \cdot 275\pi = 6\,738,71\dots \approx 6\,700 \text{ (g)}$$

$$6\,700 \text{ g} = 6,7 \text{ kg.}$$

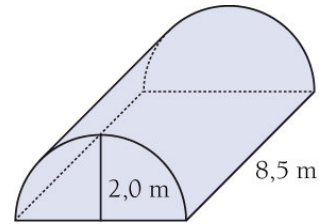


- 349.** Kasvihuone on muodoltaan suora lieriö, jonka pohjat (päädyt) ovat puolisympyröitä. Kasvihuoneen korkeus on 2,0 m ja pituus 8,5 m.

- a) Kasvihuoneen tilavuus.

$$A_p = \frac{\pi r^2}{2} = \frac{\pi \cdot 2,0^2}{2} = 6,2831\dots \approx 6,28 \text{ (m}^2\text{)}$$

$$V = A_p \cdot h = 6,28 \cdot 8,5 = 53,38\dots \approx 53 \text{ (m}^3\text{)}$$



- b) Kasvihuoneen seinät ja katto ovat läpinäkyvää ohutta muovia. Muovin hinta on rakentamisen aikana ollut 1,80 €/m<sup>2</sup>.

Katon ala on

$$A_v = \frac{2\pi r h}{2} = \frac{2\pi \cdot 2,0 \cdot 8,5}{2} = 53,4070\dots \approx 53,41 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Seinän ala on

$$A_p = 2 \cdot \frac{\pi r^2}{2} = 2 \cdot \frac{\pi \cdot 2,0^2}{2} = 12,5663\dots \approx 12,57 \text{ (m}^2\text{)}$$

Kokonaisala on

$$A_{\text{kok}} = A_v + A_p = 53,41 + 12,57 = 65,98 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Muovi maksaa  $65,98 \cdot 1,80 = 118,64 \approx 120$  (€).

- 350.** Suorakulmisen särmiön muotoisen laatikon mitat ovat 25 x 35 x 45 cm. Pisin putki mahtuu avaruuslävistäjälle.

Pohjatahkon lävistäjä:

$$x^2 = 25^2 + 35^2$$

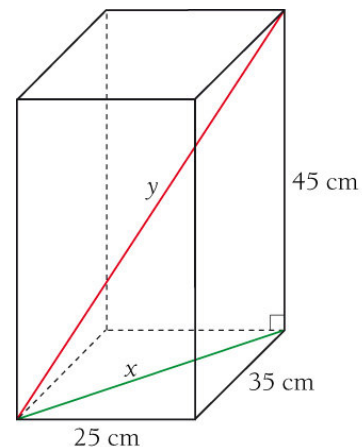
$$x^2 = 1850$$

$$x = \pm\sqrt{1850} \quad \text{Vain positiivinen juuri kelpaa.}$$

$$x = 43,01 \approx 43 \text{ (cm)}$$

Avaruuslävistäjä:

$$y^2 = 43,01^2 + 45^2$$



$$y^2 = 3874$$

$$y = \pm\sqrt{3874}$$

Vain positiivinen juuri kelpaa.

$$y = 62,24\dots \approx 62 \text{ (cm)}$$

Laatikkoon mahtuu 62 cm pitkä putki.

- 351.** Neliöpohjaisen suorakulmaisen särmiön pohjaneliön sivun pituus on kolmasosa särmiön korkeudesta. Särmiön tilavuus on tasan  $1 \text{ m}^3$ .

Särmiön pohjaneliön sivun pituus saadaan tilavuuden avulla.

$$x \cdot x \cdot 3x = 1$$

$$3x^3 = 1 \quad | :3$$

$$x^3 = \frac{1}{3}$$

$$x = \sqrt[3]{\frac{1}{3}}$$

$$x = 0,69336\dots \approx 0,69 \text{ (m)}$$

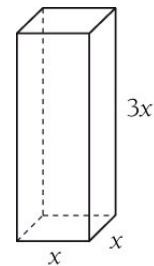
$$0,69 \text{ m} = 69 \text{ cm}$$

Korkeus on

$$3x = 3 \cdot 0,693 = 2,079 \approx 2,08 \text{ (m)}.$$

$$2,08 \text{ m} = 208 \text{ cm}.$$

Pohjaneliön sivun pituus on 69 cm ja särmiön korkeus 208 cm.



- 352.** Suoran ympyrälieriön korkeus ja pohjan halkaisija ovat molemmat  $2r$ . Lieriö on pakattu mahdollisimman pieneen kuution muotoiseen pakkaukseen.

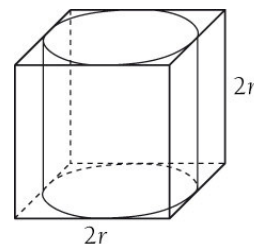
a) Kuution sivun pituus on  $2r$ . Kuution tilavuus on

$$V_k = (2r)^3 = 8r^3.$$

Lieriön pohjan säteen pituus on  $r$  ja lieriön korkeus  $2r$ .

Lieriön tilavuus on

$$V_l = \pi r^2 \cdot h = \pi r^2 \cdot 2r = 2\pi r^3.$$



b) Lierion tilavuus on kuution tilavuudesta

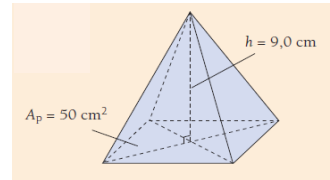
$$\frac{2\pi r^3}{8r^3} = \frac{\pi}{4} = 0,785398\dots \approx 78,54 \%$$

Tyhjää tilaa jää

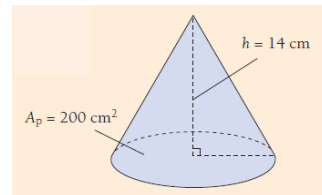
$$100 \% - 78,54 \% = 21,46 \% \approx 21 \%$$

## Kartio

353. a) 
$$V = \frac{A_p \cdot h}{3} = \frac{50 \cdot 9,0}{3} = 150 \text{ (cm}^3\text{)}$$

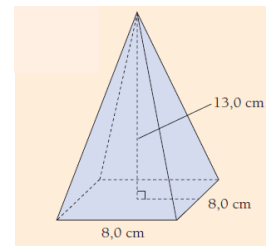


b) 
$$V = \frac{A_p \cdot h}{3} = \frac{200 \cdot 914}{3} = 933,33\dots \approx 930 \text{ (cm}^3\text{)}$$



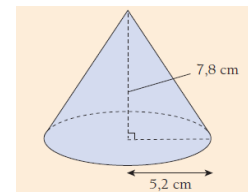
354. a) Pohjaneliön ala on  $A_p = 8,0 \cdot 8,0 = 64 \text{ (cm}^2\text{)}$ .

$$V = \frac{A_p \cdot h}{3} = \frac{64 \cdot 13,0}{3} = 277,33\dots \approx 280 \text{ (cm}^3\text{)}$$



b) Tilavuus on

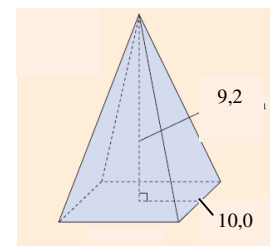
$$V = \frac{A_p \cdot h}{3} = \frac{\pi r^2 \cdot h}{3} = \frac{\pi \cdot 5,2^2 \cdot 7,8}{3} = 220,86\dots \approx 220 \text{ (cm}^3\text{)}$$



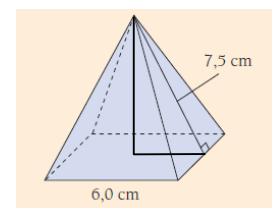
355. Säännöllisen neliöpohjaisen pyramidin korkeus on 9,2 cm ja pohjasärmän pituus 10,0 cm.

Pohjaneliön ala on  $A_p = 10,0 \cdot 10,0 = 100 \text{ (cm}^2\text{)}$ .

$$V = \frac{A_p \cdot h}{3} = \frac{100 \cdot 9,2}{3} = 306,66\dots \approx 310 \text{ (cm}^3\text{)}$$



356. Pyramidin korkeus saadaan Pythagoraan lauseella.



$$h^2 + 3,0^2 = 7,5^2$$

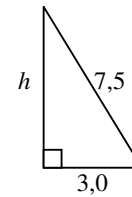
$$h^2 + 9 = 56,25 \quad | -9$$

$$h^2 = 47,25$$

$$x = \pm\sqrt{47,25}$$

Vain positiivinen juuri kelpaa.

$$x = 6,873\dots \approx 6,9 \text{ (cm)}$$

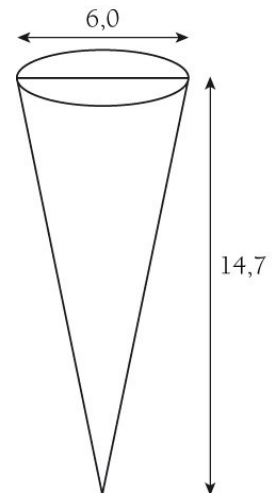


- 357.** Suoran ympyräkartion muotoisen jäätelötutin korkeus on 14,7 cm ja suuaukon halkaisija 6,0 cm.

Tilavuus on

$$V = \frac{A_p \cdot h}{3} = \frac{\pi \cdot 3,0^2 \cdot 14,7}{3} = 138,54\dots \approx 140 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

$$140 \text{ cm}^3 = 0,140 \text{ dm}^3 = 0,140 \text{ l} = 1,4 \text{ dl}$$



- 358.** Suoran ympyräkartion pohjaympyrän halkaisija on 5,2 cm ja sivujanan pituus 7,5 cm.

Ympyräkartion korkeus saadaan Pythagoraan lauseella.

$$h^2 + 2,6^2 = 7,5^2$$

$$h^2 + 6,76 = 56,25 \quad | -6,76$$

$$h^2 = 49,49$$

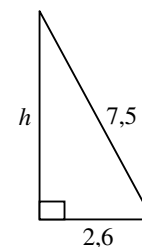
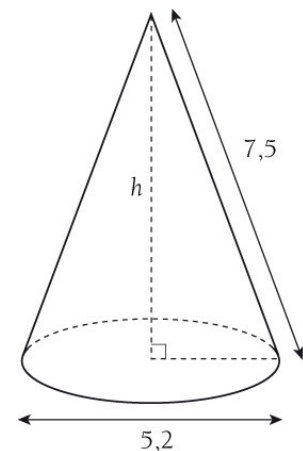
$$h = \pm\sqrt{49,49}$$

Vain positiivinen juuri kelpaa.

$$h = 7,034912\dots \approx 7,0349 \text{ (cm)}$$

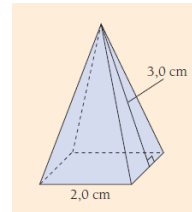
Tilavuus on

$$V = \frac{A_p \cdot h}{3} = \frac{\pi r^2 \cdot h}{3} = \frac{\pi \cdot 2,6^2 \cdot 7,0349}{3} = 49,800\dots \approx 50 \text{ (cm}^3\text{)}.$$



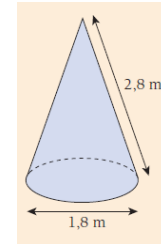
359. a) Pyramidin vaipan ala on

$$A_v = 4 \cdot \frac{3 \cdot 2}{2} = 12 \text{ (cm}^2\text{)}.$$



b) Suoran ympyräkartion vaipan ala on

$$A_v = \pi r s = \pi \cdot 0,9 \cdot 2,8 = 7,916 \dots \approx 7,9 \text{ (m}^2\text{)}.$$



360. Suoran ympyräkartion muotoisen hatun sivujan pituus on 25 cm ja pohjajyrän halkaisija 16 cm.

Suoran ympyräkartion vaipan ala on

$$A_v = \pi r s = \pi \cdot 8 \cdot 25 = 628,31 \dots \approx 630 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Vappuhattuun tarvitaan pahvia

$$630 \text{ cm}^2 = 6,3 \text{ dm}^2.$$

361. Lasten lelulinnan tornin katto on säännöllinen neliöpohjainen pyramidi, jonka korkeus on 8,0 cm ja pohjasärmän pituus 15,6 cm.

$$x^2 = 7,8^2 + 8,0^2$$

$$x^2 = 124,84$$

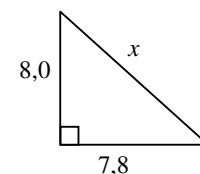
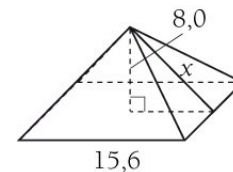
$$x = \pm \sqrt{124,84} \quad \text{Vain positiivinen juuri kelpaa.}$$

$$x = 11,17318 \dots \approx 11,173 \text{ (cm)}$$

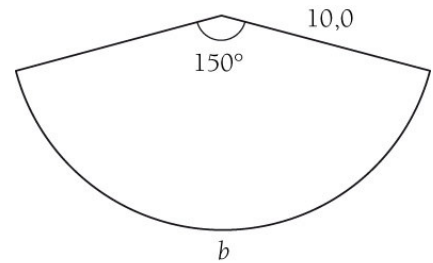
Katon pinta-ala on pyramidin vaipan ala:

$$A_v = 4 \cdot \frac{11,173 \cdot 15,6}{2} = 348,5976 \approx 350 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$350 \text{ cm}^2 = 3,5 \text{ dm}^2$$



- 362.** Ympyrän sektorin säde on 10,0 cm ja keskuskulman suuruus  $150^\circ$ . Sektori kääritään suoran ympyräkartion vaipaksi.



Sektorin kaaren pituus on

$$b = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2\pi r = \frac{150^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi \cdot 10 = 26,179938\dots \approx 26,1799 \text{ (cm)}.$$

Pohjaympyrän kehän pituus on sektorin kaaren pituinen.

$$2\pi r = 26,1799 \quad | : 2\pi$$

$$r = 4,1666\dots \text{ (cm)}$$

Halkaisija on

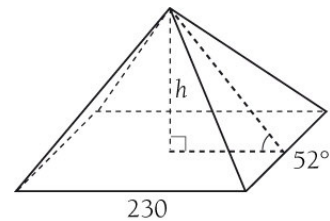
$$d = 2r = 2 \cdot 4,1667 = 8,3334 \approx 8,3 \text{ (cm)}.$$

- 363.** Kheopsin pyramidi rakennettiin säännölliseksi neliöpohjaiseksi pyramidiksi. Pyramidin pohjasärmän pituus oli 230 m ja pyramidin sivutahkojen ja pohjan välinen kulma  $52^\circ$ .

- a) Pyramidin korkeus on nykyään 139 m.

Lasketaan alkuperäinen korkeus.

$$\tan 52^\circ = \frac{h}{115} \quad | \cdot 115$$



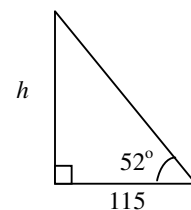
$$115 \cdot \tan 52^\circ = h$$

$$h = 115 \cdot \tan 52^\circ$$

$$h = 147,1932\dots \approx 147,19 \text{ (m)}$$

Pyramidi on madaltunut

$$147,19 - 139 = 8,19 \approx 8,2 \text{ (m)}.$$



- b) Pyramidin rakennusaineena käytetyn kiven tiheys on  $2\,700\text{ kg/m}^3$ .

Pyramidin tilavuus on

$$V = \frac{A_p \cdot h}{3} = \frac{230 \cdot 230 \cdot 147,19}{3} = 2\,595\,450,33\dots \approx 2\,595\,450\text{ (cm}^3\text{)}.$$

Alkuperäinen massa on

$$m = 2\,595\,450 \cdot 2700 = 7\,007\,715\,000 \approx 7\,000\,000\,000\text{ (kg)}.$$

- 364.** Suoran ympyräkartion korkeus on  $18,0\text{ cm}$  ja pohjaympyrän halkaisija  $10,8\text{ cm}$ . Kartion vaippana oleva ympyrän sektori levitetään tasoon.

Sektorin kaari on pohjaympyrän kehä.

$$b = 2\pi r = \pi d = 10,8\pi$$

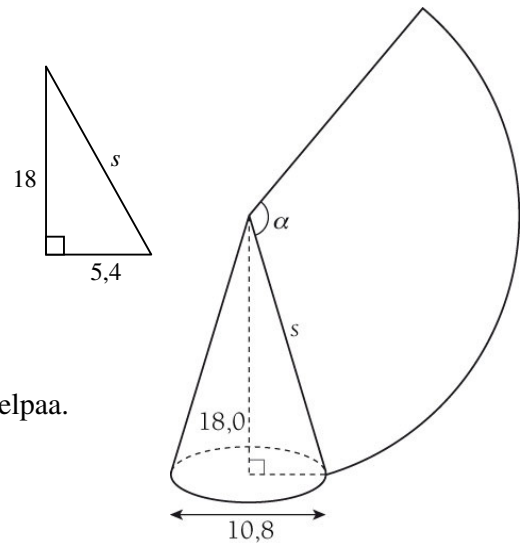
Sektorin säde on kartion sivujananan  $s$  pituus.

$$s^2 = 18,0^2 + 5,4^2$$

$$s^2 = 353,16$$

$$s = \pm\sqrt{353,16} \quad \text{Vain positiivinen juuri kelpaa.}$$

$$s = 18,792\dots \approx 18,8\text{ (cm)}$$



Sektorin keskuskulman suuruus saadaan kaaren pituuden  $b = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2\pi \cdot r$  avulla.

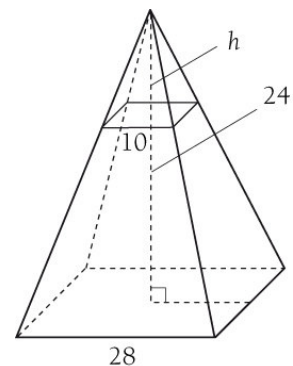
$$\frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2\pi \cdot 18,79 = 10,8\pi \quad | \cdot 360$$

$$37,58\alpha\pi = 3\,888\pi \quad | : \pi$$

$$37,58\alpha = 3\,888 \quad | : 37,58$$

$$\alpha = 103,45\dots \approx 103^\circ$$

- 365.** Yhdenmuotoisista kolmioista saadaan muodostettua verranto.





$$\frac{h}{h+24} = \frac{10}{28} \quad \text{Kerrotaan ristiin.}$$

$$28h = 10(h+24)$$

$$28h = 10h + 240 \quad | -10h$$

$$18h = 240 \quad | :18$$

$$h = 13,3333\dots \approx 13,33 \text{ (m)}$$

Kokonaisen pyramidin tilavuus:

$$V_{\text{kok}} = \frac{A_p \cdot h}{3} = \frac{28 \cdot 28 \cdot (24+13,33)}{3} = 9\,755,5733\dots \approx 9\,755,57 \text{ (m}^3\text{)}.$$

Pyramidin yläosan tilavuus:

$$V_y = \frac{A_p \cdot h}{3} = \frac{10 \cdot 10 \cdot 13,33}{3} = 444,3333\dots \approx 444,33 \text{ (m}^3\text{)}.$$

Katkaistun pyramidin tilavuus on

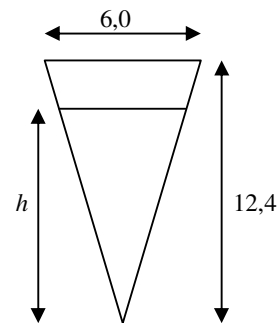
$$V = 9\,755,57 - 444,33 = 9\,311,24 \approx 9\,300 \text{ (m}^3\text{)}.$$

- 366.** Suoran ympyräkartion muotoisen kuohuviinilasin korkeus on 12,4 cm ja suuaukon halkaisija 6,0 cm. Lasiin kaadetaan 8 cl kuohuviiniä.

$$V_1 = 8 \text{ cl} = 0,08 \text{ l} = 0,08 \text{ dm}^3 = 80 \text{ cm}^3$$

Lasin tilavuus on

$$V_2 = \frac{\pi r^2 \cdot h}{3} = \frac{\pi \cdot 3,0^2 \cdot 12,4}{3} = 116,8672\dots \approx 116,86 \text{ (cm}^3\text{)}.$$



Yhdenmuotoisten kappaleiden tilavuuksien suhde on kappaleiden mittakaavan kuutio (kolmas potenssi).

$$\frac{V_1}{V_2} = \left( \frac{h}{12,4} \right)^3$$

$$\frac{80}{116,86} = \frac{h^3}{12,4^3} \quad \text{Kerrotaan ristiin.}$$

$$116,86h^3 = 80 \cdot 12,4^3 \quad | :116,86$$

$$h^3 = \frac{80 \cdot 12,4^3}{116,86}$$

$$h^3 = 1305,2363$$

$$h = \sqrt[3]{1305,2363}$$

$$h = 10,9285... \approx 10,93$$

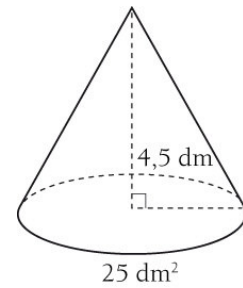
Viinin pinta jää lasin reunan alapuolelle

$$12,4 - 10,93 = 1,47 \approx 1,5 \text{ (cm)}.$$

- 367.** Muurahaiskeko on kartio, jonka korkeus on  $h = 45 \text{ cm} = 4,5 \text{ dm}$  ja pohjan pinta ala  $A_p = 25 \text{ dm}^2$ .

Keon tilavuus on

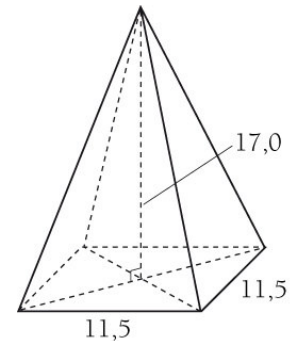
$$V_y = \frac{A_p \cdot h}{3} = \frac{25 \cdot 4,5}{3} = 37,5 \approx 38 \text{ (dm}^3\text{)}.$$



- 368.** Säännöllisen neliöpohjaisen pyramidin korkeus on 17,0 cm ja pohjasärmän pituus 11,5 cm.

Pyramidin tilavuus on

$$V_y = \frac{A_p \cdot h}{3} = \frac{11,5 \cdot 11,5 \cdot 17,0}{3} = 749,41... \approx 749 \text{ (cm}^3\text{)}.$$



- 369.** Pastillien perheen isän 50-vuotisjuhlien 30 vierasta juovat tervetuliaisjuoman.

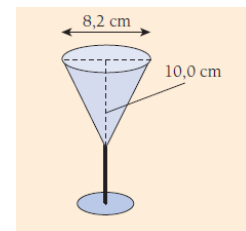
Lasin tilavuus on

$$V = \frac{\pi r^2 \cdot h}{3} = \frac{\pi \cdot 4,1^2 \cdot 10,0}{3} = 176,03... \approx 176 \text{ (cm}^3\text{)}$$

$$176 \text{ cm}^3 = 0,176 \text{ dm}^3.$$

30 henkilölle juomaa tarvitaan

$$30 \cdot 0,176 \text{ dm}^3 = 5,28 \text{ dm}^3 \approx 5,3 \text{ l}.$$



- 370.** Suoran ympyräkartion sivujan pituus on 16,0 cm ja pohjan halkaisija 9,0 cm.

- a) Vaipan ala on

$$A_v = \pi r s = \pi \cdot 4,5 \cdot 16,0 = 226,19\dots \approx 230 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

$$230 \text{ cm}^2 = 2,3 \text{ dm}^2$$

- b) Lasketaan kartion korkeus.

$$h^2 + 4,5^2 = 16,0^2$$

$$h^2 + 20,25 = 256 \quad | - 20,25$$

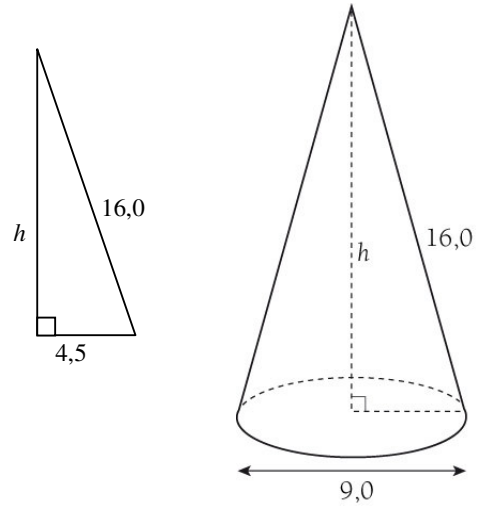
$$h^2 = 235,75$$

$$h = \pm\sqrt{235,75} \quad \text{Vain positiivinen juuri kelpaa.}$$

$$h = 15,3541\dots \approx 15,35 \text{ (cm)}$$

Tilavuus on

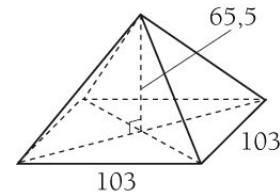
$$V = \frac{\pi r^2 \cdot h}{3} = \frac{\pi \cdot 4,5^2 \cdot 15,35}{3} = 325,5\dots \approx 330 \text{ (cm}^3\text{)}.$$



- 371.** Mykerinoksen pyramidi Egyptin Gizassa oli alun perin säännöllinen neliöpohjainen pyramidi, jonka korkeus oli 65,5 m ja pohjasärmän pituus 103 m. Rakennusaineena käytetyn kiviaineksen tiheys on 2 700 kg/m<sup>3</sup>.

Pyramidin tilavuus on

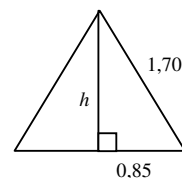
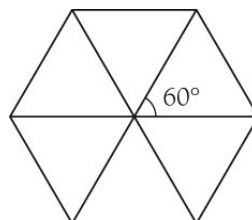
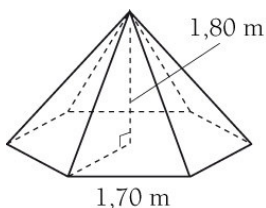
$$V_y = \frac{A_p \cdot h}{3} = \frac{103 \cdot 103 \cdot 65,5}{3} = 231\,629,83\dots \approx 231\,630 \text{ (m}^3\text{)}.$$



Massa saadaan, kun tilavuus kerrotaan tiheydellä.

$$m = 231\,630 \cdot 2700 = 6\,254\,010\,000 \approx 6\,300\,000\,000 \text{ (kg)}$$

- 372.** Suoran pyramidin muotoisen teltan pohja on säännöllinen kuusikulmio, jonka sivun pituus on 1,70 m. Teltan korkeus on 1,80 m.



Pohjan kuusikulmio koostuu kuudesta tasasivuisesta kolmiosta. Lasketaan kolmion korkeus.

$$h^2 + 0,85^2 = 1,7^2$$

$$h^2 + 0,7225 = 2,89 \quad | - 0,7225$$

$$h^2 = 2,1675$$

$$h = \pm\sqrt{2,1675} \quad \text{Vain positiivinen juuri kelpaa.}$$

$$h = 1,4722... \text{ (m)}$$

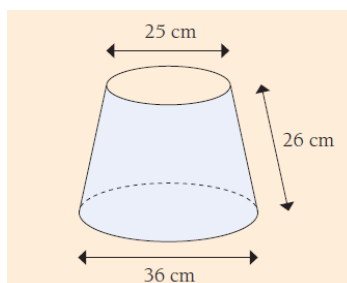
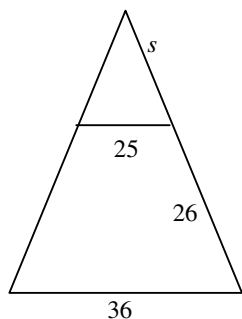
Pohjan pinta-ala on

$$A_p = 6 \cdot \frac{1,70 \cdot 1,4733}{2} = 7,51383 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Teltan tilavuus on

$$V_y = \frac{A_p \cdot h}{3} = \frac{7,51383 \cdot 1,80}{3} = 4,508... \approx 4,51 \text{ (m}^3\text{)}.$$

**373.** Kuvan lampunvarjostin on katkaistun suoran ympyräkartion vaippa.



Yhdenmuotoisten kolmioiden perusteella:

$$\frac{s}{26+s} = \frac{25}{36} \quad \text{Kerrotaan ristiin.}$$

$$36s = 25 \cdot (26 + s)$$

$$36s = 650 + 25s \quad | - 25s$$

$$11s = 650 \quad | : 11$$

$$s = 59,0909... \approx 59,09 \text{ (cm)}$$

Vaipan ala:

$$A_v = \pi r s$$

Puuttuvan yläosan vaipan ala:

$$A_{vy} = \pi \cdot 12,5 \cdot 59,09 \approx 2\,320,46$$

Koko kartion vaipan ala:

$$s = 59,09 + 26 = 85,09 \text{ (cm)}$$

$$A_{v\text{kok}} = \pi \cdot 18 \cdot 85,09 \approx 4811,73$$

Varjostimen pinta-ala on

$$4811,73 - 2320,46 = 2491,27 \approx 2500 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

$$2500 \text{ cm}^2 = 25 \text{ dm}^2$$

- 374.** Säännöllisen neliöpohjaisen pyramidin muotoisen pakkauksen tilavuus on puoli litraa. Pakkauksen pohjasärmän pituus on 12,0 cm.

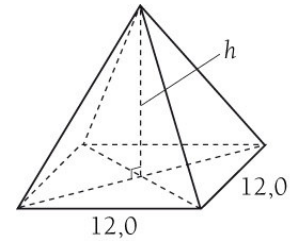
$$V = 0,5 \text{ l} = 0,5 \text{ dm}^3 = 500 \text{ cm}^3$$

$$V = \frac{A_p \cdot h}{3}$$

$$\frac{12,0 \cdot 12,0 \cdot h}{3} = 500 \quad | \cdot 3$$

$$144h = 1\,500 \quad | : 144$$

$$h = 10,4166\dots \approx 10,4 \text{ (cm)}$$



- 375.** Ympyrän sektorin säde on  $s = 21,0$  cm ja keskuskulma  $142^\circ$ . Sektorista käännetään vaippa suoralle ympyräkartiolle.

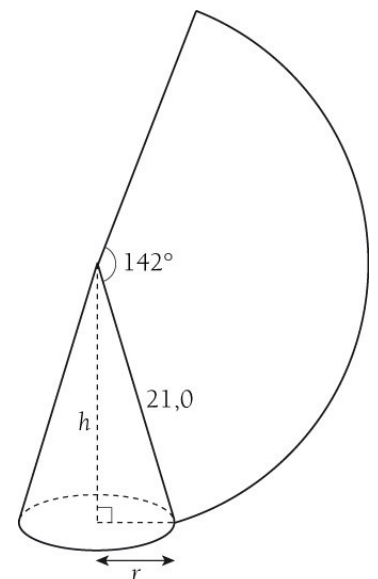
Sektorin kaari on

$$b = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2\pi \cdot r = \frac{142^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi \cdot 21,0 = 52,0457\dots \approx 52,05 \text{ (cm)}.$$

- a) Sektorin kaari on pohjaympyrän kehä.

$$b = \pi d \quad | : \pi$$

$$d = \frac{b}{\pi}$$



Pohjan halkaisija on

$$d = \frac{52,05}{\pi} = 16,568... \approx 16,6 \text{ (cm)}.$$

b) Lasketaan kartion korkeus.

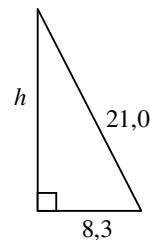
$$h^2 + 8,3^2 = 21,0^2$$

$$h^2 + 68,89 = 441 \quad | - 68,89$$

$$h^2 = 372,11$$

$$h = \pm\sqrt{372,11} \quad \text{Vain positiivinen juuri kelpaa.}$$

$$h = 19,2901... \approx 19,29 \text{ (cm)}$$



Ympyräkartion tilavuus on

$$V = \frac{\pi r^2 \cdot h}{3} = \frac{\pi \cdot 8,3^2 \cdot 19,29}{3} = 1\,391,60... \approx 1\,390 \text{ (cm}^3\text{)}$$

$$1\,390 \text{ cm}^3 = 1,39 \text{ dm}^3$$

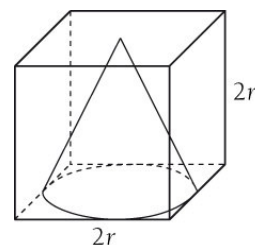
**376.** Kuution sisään asetetaan tilavuudeltaan mahdollisimman suuri suora ympyräkartio, jonka pohja on särmiön pohjalla.

Kuution tilavuus:

$$V_{\text{kuutio}} = (2r)^3 = 8r^3$$

Kartion tilavuus:

$$V_{\text{kartio}} = \frac{\pi r^2 \cdot 2r}{3} = \frac{2\pi r^3}{3}$$



Kartion tilavuus on kuution tilavuudesta

$$\frac{2\pi r^3}{3} : 8r^3 = \frac{2\pi r^3}{3} \cdot \frac{1}{8r^3} = \frac{\pi}{12} = 0,2617... \approx 26 \%$$

## Pallo

**377.** Pallon säde on  $r = 6,1$  cm.

a) Pallon tilavuus on

$$V = \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{4\pi \cdot 6,1^3}{3} = 950,77\dots \approx 950 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

b) Pallon pinta-ala on

$$A = 4\pi r^2 = 4\pi \cdot 6,1^2 = 467,59\dots \approx 470 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

**378.** Jalkapallon sisähalkaisija on 22 cm.

$$r = \frac{d}{2} = \frac{22}{2} = 11 \text{ (cm)}$$

Jalkapallon tilavuus on

$$V = \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{4\pi \cdot 11^3}{3} = 5\,575,27\dots \approx 5\,600 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

Jalkapalloon mahtuu ilmaa

$$5\,600 \text{ cm}^3 = 5,6 \text{ dm}^3 = 5,6 \text{ l.}$$

**379.** Puolipallon muotoisen lasimaljan suuaukon halkaisija on 25,0 cm.

$$r = \frac{d}{2} = \frac{25}{2} = 12,5 \text{ (cm)}$$

Puolipallon pinta-ala on puolet pallon pinta-alasta.

$$A = \frac{1}{2} \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{2} \cdot 4\pi \cdot 12,5^2 = 981,74\dots \approx 982 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$982 \text{ cm}^2 = 9,82 \text{ dm}^2$$

**380.** Makeistehtaassa valmistetaan pallon muotoisia marmeladimakeisia, joiden halkaisija on 3,0 cm.

$$r = \frac{d}{2} = \frac{3,0}{2} = 1,5 \text{ (cm)}$$

Yhden makeisen tilavuus on

$$V = \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{4\pi \cdot 1,5^3}{3} = 14,1371\dots \approx 14,14 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

Viiden litran marmeladiannoksesta saadaan makeisia:

$$5 \text{ dm}^3 = 5\,000 \text{ cm}^3$$

$$\frac{5\,000}{14,14} = 353,6 \approx 350 \text{ (kpl)}.$$

**381.** Pallon tilavuus on tasan 1 litra =  $1 \text{ dm}^3 = 1\,000 \text{ cm}^3$ .

$$V = \frac{4\pi r^3}{3}$$

$$\frac{4\pi \cdot r^3}{3} = 1\,000 \quad | \cdot 3$$

$$4\pi r^3 = 3\,000 \quad | : 4\pi$$

$$r^3 = \frac{3\,000}{4\pi}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{3\,000}{4\pi}}$$

$$r = 6,20350\dots \approx 6,204 \text{ (cm)}$$

Halkaisija on  $d = 2r = 2 \cdot 6,204 = 12,408 \approx 12,4 \text{ (cm)}$ .

**382.** Pallon pinta-ala on  $3,4 \text{ dm}^2$ .

$$A = 4\pi r^2$$

$$4\pi r^2 = 3,4 \quad | : 4\pi$$

$$r^2 = \frac{3,4}{4\pi}$$

$$r = \pm \sqrt{\frac{3,4}{4\pi}} \quad \text{Vain positiivinen juuri kelpaa.}$$



$$r = 0,520157... \approx 0,5202 \text{ (dm)}$$

Pallon tilavuus on

$$V = \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{4\pi \cdot 0,5202^3}{3} = 0,5896... \approx 0,59 \text{ (dm}^3\text{)}$$

$$0,59 \text{ dm}^3 = 590 \text{ cm}^3$$

- 383.** Suoran ympyräkartion muotoisen jäätelötuutin suuaukon halkaisija on 5,0 cm ja korkeus 14,0 cm. Tuutin sisus on täynnä jäätelöä ja lisäksi suuaukon yläpuolella on puolipallon muotoinen jäätelökerros, jonka halkaisija on sama kuin suuaukon halkaisija.

Ympyräkartion tilavuus on

$$V = \frac{\pi r^2 \cdot h}{3} = \frac{\pi \cdot 2,5^2 \cdot 14,0}{3} = 91,629785... \approx 91,6297 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

Puolipallon tilavuus on puolet pallon tilavuudesta.

$$V = \frac{4\pi r^3}{3} : 2 = \frac{4\pi \cdot 2,5^3}{3} : 2 = 32,724923... \approx 32,7249 \text{ (cm}^3\text{)}$$

Jäätelöä on tuutissa

$$91,6297 + 32,7249 = 124,3546 \approx 120 \text{ (cm}^3\text{)}$$

$$120 \text{ cm}^3 = 0,120 \text{ dm}^3 = 0,120 \text{ l} = 1,2 \text{ dl}.$$

- 384.** Maapallon ympärysmitta on 40 000 km.

Lasketaan maapallon säde  $R$ .

$$2\pi R = 40\,000 \quad | : 2\pi$$

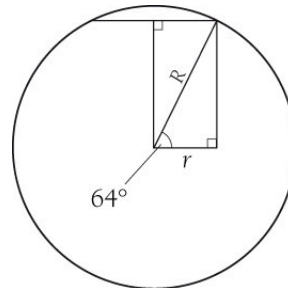
$$R = \frac{40\,000}{2\pi}$$

$$R = 6\,366,19772... \approx 6\,366,198 \text{ (km)}$$

Lasketaan maapallon 64 asteen leveyspiirin säde  $r$ .

$$\cos 64^\circ = \frac{r}{6\,366,198} \quad | \cdot 6\,366,198$$

$$r = 6\,366,198 \cdot \cos 64^\circ$$



$$r \approx 2\,790,758 \text{ (km)}$$

Maapallon 64 asteen leveyspiirin pituus on

$$p = 2\pi r = 2\pi \cdot 2\,790,758 = 17\,534 \approx 17\,500 \text{ (km)}.$$

**385.** Pallon muotoisen kivisen patsaan massa on 1850 kg. Kiven tiheys on  $2\,700 \text{ kg/m}^3$ .

Lasketaan patsaan tilavuus. Se saadaan, kun massa jaetaan tiheydellä.

$$V = \frac{1\,850}{2\,700} = 0,685185\dots \approx 0,6851 \text{ (m}^3\text{)}$$

Lasketaan pallon muotoisen patsaan säde.

$$V = \frac{4\pi r^3}{3}$$

$$\frac{4\pi \cdot r^3}{3} = 0,6851 \quad | \cdot 3$$

$$4\pi r^3 = 2,0553 \quad | : 4\pi$$

$$r^3 = \frac{2,0553}{4\pi}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{2,0553}{4\pi}}$$

$$r = 0,546875\dots \approx 0,5468 \text{ (m)}$$

Patsaan levein kohta on

$$2\pi r = 2\pi \cdot 0,5468 = 3,436 \approx 3,44 \text{ (m)}$$

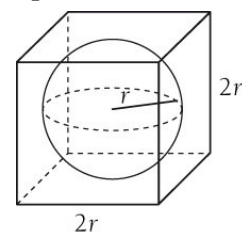
$$3,44 \text{ m} = 344 \text{ cm}.$$

Pyryn ja Piin välimatka, kun he pitävät toisiaan molemmista käsistä kiinni, on

$$175 + 160 = 335 \text{ (cm)}, \text{ joten patsas ei mahdu heidän väliinsä.}$$

**386.** Pallo on pakattu mahdollisimman pieneen kuution muotoiseen pakkaukseen. Merkitään pallon sädettä  $r$ :llä. Kuution särmän pituus on  $2r$ .

Kuution tilavuus:



$$V_{\text{kuutio}} = (2r)^3 = 8r^3$$

Pallon tilavuus:

$$V_{\text{kartio}} = \frac{4\pi r^3}{3}$$

Pallon tilavuus on kuution tilavuudesta

$$\frac{4\pi r^3}{3} : 8r^3 = \frac{4\pi r^3}{3} \cdot \frac{1}{8r^3} = \frac{\pi}{6} = 0,523598\dots \approx 52,36 \%$$

Tyhjää tilaa on

$$100 \% - 52,36 \% = 47,64 \approx 48 \%$$

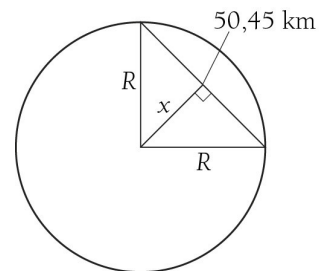
- 387.** Englannin kanaalin ali Englannista Ranskaan kulkeva Kanaalitunneli kulkee Englannin Folkestonesta Ranskan Coquellesiin. Tunnelin pituus on 50,45 km, josta veden alla on 37,9 km. Maapallon ympärysmitta on 40 000 km.

Lasketaan maapallon säde  $R$ .

$$2\pi R = 40\,000 \quad | : 2\pi$$

$$R = \frac{40\,000}{2\pi}$$

$$R = 6\,366,19772\dots \approx 6\,366,198 \text{ (km)}$$



Lasketaan  $x$ .

$$\frac{50,45}{2} = 25,225 \text{ (km)}$$

$$x^2 + 25,225^2 = 6366,198^2 \quad | -25,225^2$$

$$x^2 = 40\,527\,840,67$$

$$x = \pm\sqrt{40\,527\,840,67}$$

Vain positiivinen juuri kelpaa.

$$x = 6366,148025\dots \approx 6366,1480 \text{ (km)}$$

Kysytty syvyys on

$$6366,198 - 6366,1480 = 0,0480 \text{ (km)}$$

$$0,00480 \text{ km} = 48 \text{ m} \approx 50 \text{ m}$$

- 388.** Tukholman Globen-hallin korkeus on 85 m ja pohjan halkaisija 110 m. Halli on muodoltaan ns. pallosegmentti, jonka tilavuus on

$$V = \pi h^2 \left( r - \frac{h}{3} \right) = \pi \cdot 85^2 \cdot \left( 55 - \frac{85}{3} \right) = 605\,280 \approx 610\,000 \text{ (m}^3\text{)}.$$

- 389.** Jympäpallon halkaisija on 65 cm.

$$r = \frac{d}{2} = \frac{65}{2} = 32,5 \text{ (cm)}$$

Pallon tilavuus on

$$V = \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{4\pi \cdot 32,5^3}{3} = 143\,793,31\dots \approx 140\,000 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

$$140\,000 \text{ cm}^3 = 140 \text{ dm}^3$$

Pallon pinta-ala on

$$A = 4\pi r^2 = 4\pi \cdot 32,5^2 = 13\,273,22\dots \approx 13\,000 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

$$13\,000 \text{ cm}^2 = 130 \text{ dm}^2 = 1,3 \text{ m}^2$$

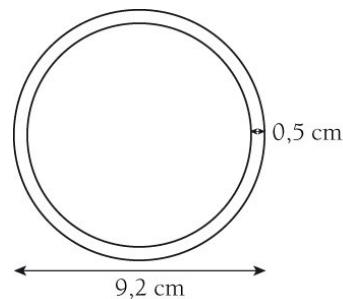
- 390.** Appelsiinin halkaisija 9,2 cm = 92 mm. Kuoren paksuus on 5 mm.

$$d = 92 - 10 = 82 \text{ (mm)}$$

$$r = 41 \text{ (mm)}$$

$$V = \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{4\pi \cdot 41^3}{3} = 288\,695,60\dots \approx 290\,000 \text{ (mm}^3\text{)}$$

$$290\,000 \text{ mm}^3 = 0,290 \text{ dm}^3 = 2,9 \text{ dl}$$



- 391.** Koripallon ympärysmitta on 76 cm.

$$2\pi r = 76 \quad | : 2\pi$$

$$r = \frac{76}{2\pi}$$

$$r = 12,095775\dots \approx 12,0958 \text{ (cm)}$$

$$V = \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{4\pi \cdot 12,0958^3}{3} = 7\,412,97\dots \approx 7\,400 \text{ (cm}^3\text{)}$$

$$7\,400 \text{ cm}^3 = 7,4 \text{ dm}^3 = 7,4 \text{ l}$$

- 392.** Maapallon pinta-alasta 71 % on vettä. Maapallon säde on 6 370 km.

Maapallon pinta-ala on

$$A = 4\pi r^2 = 4\pi \cdot 6\,370^2 \approx 509\,904\,363,8 \text{ (km}^2\text{)}.$$

Vesialueiden pinta-ala on

$$0,71 \cdot 509\,904\,363,8 = 362\,032\,098,3 \approx 360\,000\,000 \text{ (km}^2\text{)}.$$

- 393.** Pallon tilavuus on  $530 \text{ cm}^3$ .

$$V = \frac{4\pi r^3}{3}$$

$$\frac{4\pi \cdot r^3}{3} = 530 \quad | \cdot 3$$

$$4\pi r^3 = 1\,590 \quad | : 4\pi$$

$$r^3 = \frac{1\,590}{4\pi}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{1\,590}{4\pi}}$$

$$r = 5,02029\dots \approx 5,020 \text{ (cm)}$$

Pallon ympärysmitta on  $2\pi r = 2\pi \cdot 5,020 = 31,5415\dots \approx 32 \text{ (cm)}$ .

- 394.** Kuulantyönnössä käytettävän messinkisen kuulun halkaisija on 11,8 cm. Messingin tiheys on  $8,4 \text{ g/cm}^3$ .

$$r = \frac{d}{2} = \frac{11,8}{2} = 5,9 \text{ (cm)}$$

$$V = \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{4\pi \cdot 5,9^3}{3} = 860,2895\dots = 860,29 \text{ (cm}^3\text{)}$$

Massa on tilavuus kertaa tiheys.

$$m = 860,29 \cdot 8,4 = 7226,436 \approx 7\,200 \text{ (g)}$$

$$7\,200 \text{ g} = 7,2 \text{ kg}$$

- 395.** Pallon muotoisen jätevesiastian tilavuus on 5 300 litraa. Astia halutaan upottaa maahan suoran ympyrälieriön muotoiseen kuoppaan niin, että sen ylin kohta on 50 cm maan pinnan alapuolella.

Pallon tilavuus on

$$V = 5\,300\text{ l} = 5\,300\text{ dm}^3 = 5\,300\,000\text{ cm}^3.$$

$$V = \frac{4\pi r^3}{3}$$

$$\frac{4\pi \cdot r^3}{3} = 5\,300\,000 \quad | \cdot 3$$

$$4\pi r^3 = 15\,900\,000 \quad | : 4\pi$$

$$r^3 = \frac{15\,900\,000}{4\pi}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{15\,900\,000}{4\pi}}$$

$$r = 108,1589\dots \approx 108,16\text{ (cm)}$$

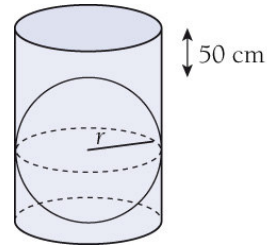
Kuopan leveys on

$$2r = 2 \cdot 108,16 = 216,32 \approx 220\text{ (cm)}$$

$$220\text{ cm} = 2,2\text{ m.}$$

Kuopan syvyys on

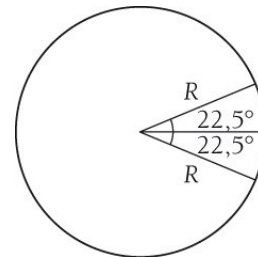
$$2,2 + 0,5 = 2,7\text{ m}$$



- 396.** Kravun kääntöpiirin sijainti on  $22,5^\circ$  pohjoista leveyttä ja Kravun kääntöpiirin sijainti  $22,5^\circ$  eteläistä leveyttä.

Mitataan matka Kravun kääntöpiiriltä Kauriin kääntöpiirille pintaa pitkin.

$$\frac{45^\circ}{360^\circ} \cdot 40\,000 = 5\,000\text{ (km)}$$



- 397.** Neljä tennispalloa on pakattu päällekkäin mahdollisimman pieneen suoran ympyrälieriön muotoiseen peltipurkkiin, jossa on muovikansi. Tennispallon halkaisija on 6,5 cm.

Tennispallon säde on

$$r = \frac{d}{2} = \frac{6,5}{2} = 3,25 \text{ (cm)}.$$

Lieriön korkeus on

$$h = 4 \cdot 6,5 = 26 \text{ (cm)}.$$

Pohjan pinta-ala on

$$A_p = \pi r^2 = \pi \cdot 3,25^2 = 33,183074\dots \approx 33,1831 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

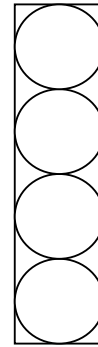
Lieriön vaippa on

$$A_v = 2\pi r \cdot h = 2 \cdot \pi \cdot 3,25 \cdot 26 = 530,929158\dots \approx 530,9292 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Peltiä tarvitaan

$$33,1831 + 530,9292 = 564,1123 \approx 560 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

$$560 \text{ cm}^2 = 5,6 \text{ dm}^2$$



- 398.** Kuutio, jonka särmän pituus on 10,0 cm, on pallon sisällä niin, että sen kärjet ovat pallon pinnalla.

Kuution avaruuslävistäjä on pallon halkaisija.

Avaruuslävistäjän laskemista varten on selvitettävä kuution tahkon lävistäjän pituus.

$$x^2 = 10^2 + 10^2$$

$$x^2 = 200$$

$$x = \pm\sqrt{200} \quad \text{Vain positiivinen juuri kelpaa.}$$

$$x = 14,142135\dots \approx 14,1412 \text{ (cm)}$$

Avaruuslävistäjä on

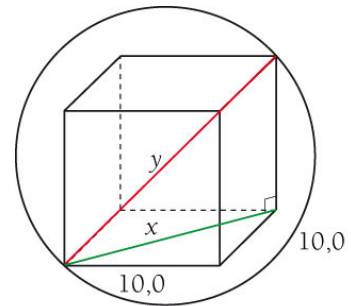
$$y^2 = 14,1421^2 + 10^2$$

$$y^2 = 299,99899$$

$$y = \pm\sqrt{299,99899} \quad \text{Vain positiivinen juuri kelpaa.}$$

$$y = 17,3204\dots \approx 17,32 \text{ (cm)}$$

$$y = 2r$$



Pallon säde on puolet halkaisijasta.

$$r = \frac{y}{2} = \frac{17,32}{2} = 8,66 \text{ (cm)}$$

Kuution tilavuus on

$$V_{\text{kuutio}} = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1\,000 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

Pallon tilavuus on

$$V_{\text{pallo}} = \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{4\pi \cdot 8,66^3}{3} = 2\,720,45\dots \approx 2\,720 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

Kuution tilavuus on pallon tilavuudesta

$$\frac{V_{\text{kuutio}}}{V_{\text{pallo}}} = \frac{1\,000}{2\,720} = 0,3676 \approx 37 \text{ \%}.$$

## Kertaustehtäviä

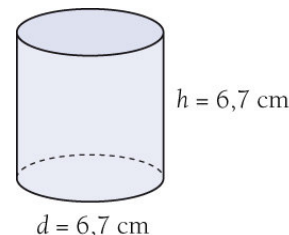
- 399.** Suoran ympyrälieriön muotoisen juomalasin sisäosan korkeus ja suuaukon halkaisija ovat molemmat 6,7 cm.

$$r = \frac{d}{2} = \frac{6,7}{2} = 3,35 \text{ (cm)}$$

$$V = A_p \cdot h = \pi r^2 \cdot h = \pi \cdot 3,35^2 \cdot 6,7 = 236,21\dots \approx 236 \text{ (cm}^3\text{)}$$

3,0 litrasta (= 3,0 dm<sup>3</sup> = 3000 cm<sup>3</sup>) virvoitusjuomaa saa täysiä lasillisia

$$\frac{3\,000}{236} = 12,7 \text{ eli } 12 \text{ täyttä lasillista.}$$



- 400.** Rantapallon ympärysmitta on 82 cm.

$$2\pi r = 82 \quad | : 2\pi$$

$$r = \frac{82}{2\pi} = 13,0507\dots \text{ (cm)}$$

$$\text{Tilavuus on } V = \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{4\pi \cdot 13,0507^3}{3} = 9\,310,86\dots \approx 9\,300 \text{ (cm}^3\text{)}$$

Pallossa on ilmaa 9 300 cm<sup>3</sup> = 9,3 dm<sup>3</sup> = 9,3 l.



401. Suoran ympyrälierion pohjaympyrän halkaisija on 6,0 cm.

Lierion vaipan ala on  $234 \text{ cm}^2$ .

$$A_v = \pi dh$$

$$\pi \cdot 6,0 \cdot h = 234 \quad | : 6,0\pi$$

$$h = \frac{234}{6,0\pi}$$

$$h = 12,41 \dots \approx 12 \text{ (cm)}$$

402. Suorakulmaisen särmiön tilavuus on  $350 \text{ cm}^3$ . Särmiön pohja on neliö, ja särmiön pohjaneliön sivun pituus on puolet särmiön korkeudesta. Merkitään pohjaneliön sivun pituutta  $x$ :llä.

$$x \cdot x \cdot 2x = 350$$

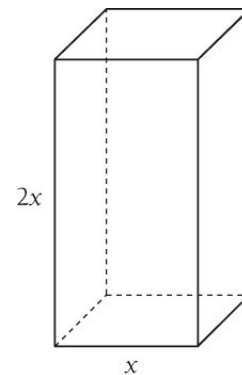
$$2x^3 = 350 \quad | : 2$$

$$x^3 = 175$$

$$x = \sqrt[3]{175}$$

$$x = 5,59344\dots \approx 5,593 \text{ (cm)}$$

Korkeus on  $h = 2x = 2 \cdot 5,593 = 11,186 \approx 11,2 \text{ (cm)}$ .



403. Minttu osti elokuvanäytökseen evääksi popcornoja, joita myytiin suoran ympyräkartion muotoisessa kannettomassa pahvipakkauksessa. Pakkauksen korkeus oli 12,5 cm ja suuaukon halkaisija 9,0 cm.

$$r = \frac{d}{2} = \frac{9,0}{2} = 4,5 \text{ (cm)}$$

Lasketaan sivujananan pituus  $s$ .

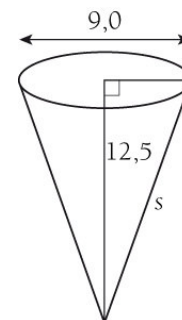
$$s^2 = 4,5^2 + 12,5^2$$

$$s^2 = 176,5$$

$$s = \pm\sqrt{176,5} \quad \text{Vain positiivinen juuri kelpaa.}$$

$$s = 13,2853\dots \approx 13,29 \text{ (cm)}$$

Vaipan ala on

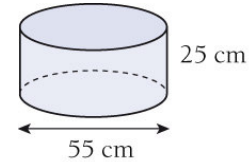


$$A_v = \pi r s = \pi \cdot 4,5 \cdot 13,29 = 187,88... \approx 190 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

$$190 \text{ cm}^2 = 1,9 \text{ dm}^2$$

- 404.** Sisu tekee 25 cm paksuun jähän pyöreän avannon. Avannon halkaisija on 55 cm.

Avannosta kairataan pois ympyrälieriön muotoinen jääkimpale.



$$r = \frac{d}{2} = \frac{55}{2} = 27,5 \text{ (cm)}$$

$$V = A_p \cdot h = \pi r^2 \cdot h = \pi \cdot 27,5^2 \cdot 25 = 59\,395,74... \approx 59\,396 \text{ (cm}^3\text{)}$$

Avannosta poistettavan jään massa, kun jään tiheys on  $0,92 \text{ g/cm}^3$ , on

$$m = 59\,396 \cdot 0,92 = 54\,644,32 \approx 55\,000 \text{ (g)}$$

$$55\,000 \text{ g} = 55 \text{ kg.}$$

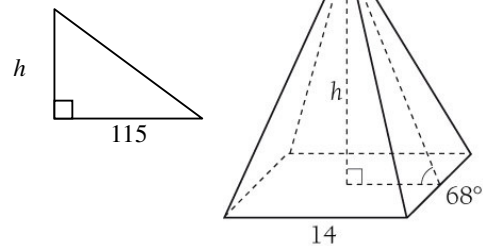
- 405.** Säännöllisen neliöpohjaisen pyramidin pohjasärmän pituus on 14,0 cm. Pyramidin sivutahkojen ja pohjan välinen kulma on  $68^\circ$ .

Lasketaan korkeus  $h$ .

$$\tan 68^\circ = \frac{h}{7} \quad | \cdot 7$$

$$h = 7 \cdot \tan 68^\circ$$

$$h = 17,3256... \approx 17,33 \text{ (cm)}$$



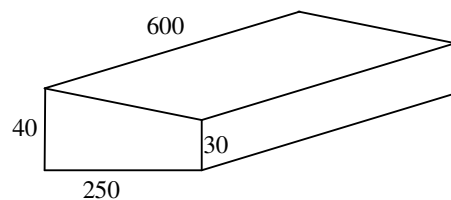
Tilavuus on

$$V = \frac{A_p \cdot h}{3} = \frac{14,0 \cdot 14,0 \cdot 17,33}{3} = 1\,132,22... \approx 1\,100 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

$$1\,100 \text{ cm}^3 = 1,1 \text{ dm}^3$$

- 406.** Talon 6,0 m = 600 cm pitkän seinän viereen tehdään hiekan avulla tasainen kallistus, niin että sadevedet valuvat talosta poispäin. Kallistettavan alueen leveys on 2,5 m = 250 cm. Hiekkakerroksen syvyydeksi halutaan seinän vierestä 40 cm ja 2,5 metrin päässä seinästä 30 cm.

Hiekka on lieriönä, jonka pohjat ovat puolisuunnikkaita.



Puolisuunnikkaan pinta-ala on

$$A_p = \frac{40+30}{2} \cdot 250 = 8\,750 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Hiekan tilavuus on

$$V = A_p \cdot h = 8\,750 \cdot 600 = 5\,250\,000 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

$$5\,250\,000 \text{ cm}^3 = 5\,250 \text{ dm}^3 = 5250 \text{ l}$$

Hiekkaa hankitaan 640 litran säkeissä, joten säkkejä tarvitaan

$$\frac{5\,250}{640} = 8,203\dots \text{ eli } 9 \text{ kpl.}$$

**407.** Pallolla ja kuutiolla on sama tilavuus,  $1,0 \text{ l} = 1,0 \text{ dm}^3$ .

Lasketaan pallon säde sen tilavuudesta.

$$V = \frac{4\pi r^3}{3}$$

$$\frac{4\pi \cdot r^3}{3} = 1 \quad | \cdot 3$$

$$4\pi r^3 = 3 \quad | : 4\pi$$

$$r^3 = \frac{3}{4\pi}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi}}$$

$$r = 0,62035\dots \approx 0,620 \text{ (dm)}$$

Pallon pinta-ala on

$$A = 4\pi r^2 = 4\pi \cdot 0,620^2 = 4,8305\dots \approx 4,83 \text{ (dm}^2\text{)}.$$

Lasketaan kuution sivun pituus sen tilavuudesta.

$$V = a^3 = 1,0$$

$$a = \sqrt[3]{1,0}$$

$$a = 1,0 \text{ (dm)}$$

Kuution pinta-ala on

$$A = 6a^2 = 6 \cdot 1,0^2 = 6,0 \text{ (dm}^2\text{)}.$$

Kuution pinta-ala on pallon pinta-alasta

$$\frac{6,0}{4,83} = 1,242236... \approx 1,2423 = 124,23 \text{ \%}.$$

Kuution pinta-ala on  $124,23 \text{ \%} - 100 \text{ \%} = 24,23 \text{ \%} \approx 24 \text{ \%}$  suurempi kuin pallon.

- 408.** Helsingistä Utsjoelle on matkaa linnuntietä pitkin 1 150 km. Maapallon ympärysmitta on 40 000 km.

Lasketaan maapallon säde  $R$ .

$$2\pi R = 40\,000 \quad | : 2\pi$$

$$R = \frac{40\,000}{2\pi}$$

$$R = 6366,198... \approx 6366,2 \text{ (km)}$$

Matka linnuntietä pitkin on kaaren pituus.

$$b = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2\pi \cdot r$$

$$\frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 40\,000 = 1\,150 \quad | \cdot 360^\circ$$

$$40\,000\alpha = 414\,000^\circ \quad | : 40\,000$$

$$\alpha = 10,35^\circ$$

$$\beta = \frac{\alpha}{2} = \frac{10,35^\circ}{2} = 5,175^\circ$$

Lasketaan  $x$ .

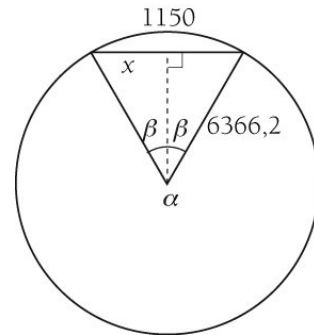
$$\sin 5,175^\circ = \frac{x}{6\,366,2} \quad | \cdot 6\,366,2$$

$$x = 6\,366,2 \cdot \sin 5,175^\circ$$

$$x = 574,2187... \approx 574,22 \text{ (km)}$$

Matka lyhenee

$$1150 - 2x = 1150 - 2 \cdot 574,22 = 1,56 \approx 1,6 \text{ (km)}.$$



409. Suoralle ympyräkartiolle kääritään vaippa ympyrän sektorista, jonka säde on  $s = 15,0$  cm ja keskuskulma  $235^\circ$ .

Sektorin kaari on

$$b = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2\pi \cdot r = \frac{235^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi \cdot 15,0 \approx 61,5229 \text{ (cm)}.$$

Sektorin kaari on pohjaympyrän kehä.

$$b = \pi d \quad | : \pi$$

$$d = \frac{b}{\pi}$$

$$d = \frac{61,5229}{\pi} \approx 19,5883 \text{ (cm)}$$

$$r = \frac{19,5883}{2} = 9,79165 \text{ (cm)}$$

Lasketaan kartion korkeus.

$$h^2 + 9,79165^2 = 15,0^2 \quad | -9,79165^2$$

$$h^2 = 129,1236$$

$$h = \pm\sqrt{129,1236}$$

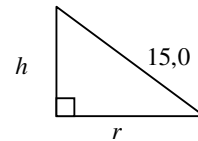
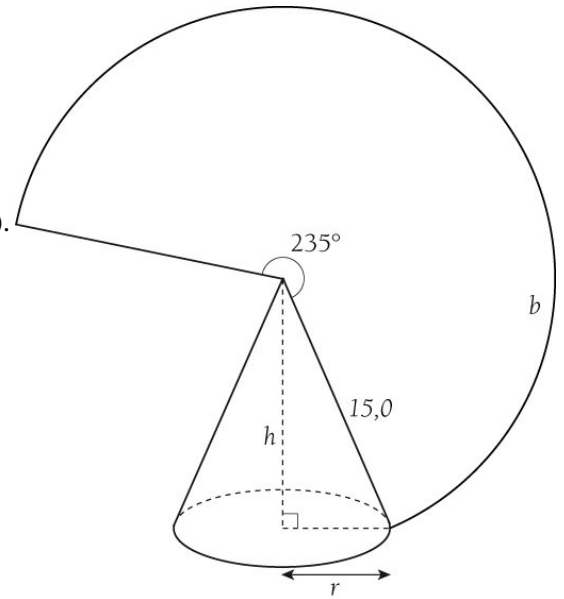
Vain positiivinen juuri kelpaa.

$$h = 11,363256\dots \approx 11,3633 \text{ (cm)}$$

Ympyräkartion tilavuus on

$$V = \frac{\pi r^2 \cdot h}{3} = \frac{\pi \cdot 9,79165^2 \cdot 11,3633}{3} = 1\,140,89\dots \approx 1\,140 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

$$1\,140 \text{ cm}^3 = 1,14 \text{ dm}^3$$



# Harjoituskokeet

## Koe 1

1. a) Pythagoraan lause:

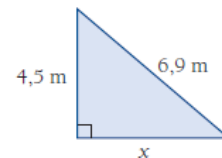
$$x^2 + 4,5^2 = 6,9^2$$

$$x^2 + 20,25 = 47,61 \quad | -20,25$$

$$x^2 = 27,36$$

$$x = \pm\sqrt{27,36}$$

$$x = 5,2306\dots \approx 5,2 \text{ (cm)}$$



Negatiivinen juuri ei käy.

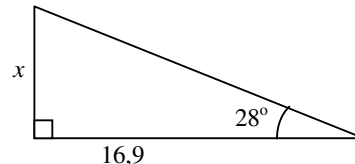
- b) Tasaisella maalla sijaitsevan lipputangon varjon pituus oli 16,9 m, kun auringonsäteet kohtasivat maanpinnan 28 asteen kulmassa.

Lasketaan lipputangon korkeus  $x$ .

$$\frac{x}{16,9} = \tan 28^\circ \quad | \cdot 16,9$$

$$x = 16,9 \cdot \tan 28^\circ$$

$$x = 8,9858\dots \approx 9,0 \text{ (m)}$$



2. a) Hevosta esittävän piirroskuvan leveys on 4,8 cm ja korkeus 3,4 cm. Kuvasta otetaan kopiokoneella suurennos. Suurennetun kuvan korkeus on 5,9 cm.

Lasketaan suurennettun kuvan leveys  $x$  verrannon avulla.

$$\frac{5,9}{3,4} = \frac{x}{4,8} \quad \text{Kerrotaan ristiin.}$$

$$3,4x = 5,9 \cdot 4,8$$

$$3,4x = 28,32 \quad | : 3,4$$

$$x = 8,3294\dots \approx 8,3 \text{ (cm)}$$

- b) Ympyrän pinta-ala on  $42 \text{ cm}^2$ . Lasketaan ympyrän säde.

$$A = \pi r^2$$

$$\pi r^2 = 42 \quad | : \pi$$

$$r = \pm \sqrt{\frac{42}{\pi}} \quad \text{Negatiivinen juuri ei käy.}$$

$$r = 3,656\dots \approx 3,7 \text{ (cm)}$$

3. Kartan mittakaava on  $1 : 50\,000$ . Järven pinta-ala kartalla on  $13 \text{ cm}^2$ .

Lasketaan järven todellinen pinta-ala  $x$ .

Pinta-alojen suhde on mittakaavan neliö.  $\frac{A_2}{A_1} = \left(\frac{m}{n}\right)^2$

$$\frac{13}{x} = \left(\frac{1}{50\,000}\right)^2$$

$$\frac{13}{x} = \frac{1}{50\,000^2} \quad \text{Kerrotaan ristiin.}$$

$$x = 13 \cdot 50\,000^2$$

$$x = 32\,500\,000\,000 \approx 33\,000\,000\,000 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$33\,000\,000\,000 \text{ cm}^2 = 330\,000\,000 \text{ dm}^2 = 3\,300\,000 \text{ m}^2 = 33\,000 \text{ a} = 330 \text{ ha} = 3,3 \text{ km}^2$$

4. Tasakylkisen kolmion kannan pituus on  $5,4 \text{ cm}$  ja kylkien pituus  $9,8 \text{ cm}$ .

Lasketaan kolmion korkeus Pythagoraan lauseella.

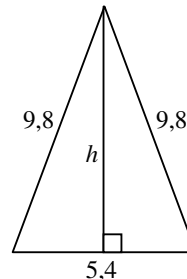
$$h^2 + 2,7^2 = 9,8^2$$

$$h^2 + 7,29 = 96,2361 \quad | -7,29$$

$$h^2 = 88,75$$

$$h = \pm \sqrt{88,75} \quad \text{Negatiivinen juuri ei käy.}$$

$$h = 9,42072\dots \approx 9,421 \text{ (cm)}$$



Kolmion pinta-ala on

$$A = \frac{9,421 \cdot 5,4}{2} = 25,4367 \approx 25 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

5. Ympyrän halkaisija on 15,0 cm. Sektorin kaaren pituus on 25,0 cm. Lasketaan ympyrän sektorin keskuskulman suuruus.

$$b = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2\pi \cdot r$$

$$\frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 15,0\pi = 25,0 \quad | \cdot 360$$

$$15,0\pi\alpha = 9\,000 \quad | : 15,0\pi$$

$$\alpha = 190,98\dots^\circ \approx 191^\circ$$

6. Suoran ympyrälieriön muotoisen vesisaavin korkeus on 82 cm ja pohjan halkaisija 58 cm = 5,8 dm. Saaviin kaadetaan 150 litraa = 150 dm<sup>3</sup> vettä. Lasketaan veden korkeus.

$$r = \frac{d}{2} = \frac{5,8}{2} = 2,9 \text{ (dm)}$$

$$V = A_p \cdot h = \pi r^2 \cdot h$$

$$\pi \cdot 2,9^2 \cdot h = 150$$

$$8,41\pi h = 150 \quad | : 8,41\pi$$

$$h = 5,6773\dots \approx 5,7 \text{ (dm)}$$

$$5,7 \text{ dm} = 57 \text{ cm}$$

Pinta jää suuaukon yläreunasta

$$82 - 57 = 25 \text{ (cm)}.$$

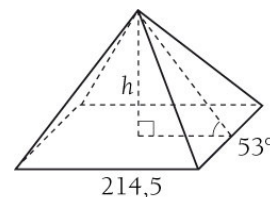
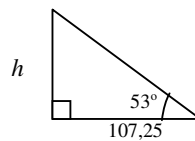
7. Khefrenin pyramidin pohjasärmän pituus on 214,5 m. Pyramidin sivutahkojen ja pohjan välinen kulma on 53°. Laske pyramidin massa, kun kiviaineksen tiheys on 2 700 kg/m<sup>3</sup>.

Lasketaan korkeus.

$$\tan 53^\circ = \frac{h}{107,25} \quad | \cdot 107,25$$

$$h = 107,25 \cdot \tan 53^\circ$$

$$h = 142,3255\dots \approx 142,33 \text{ (m)}$$





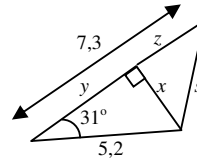
$$V_y = \frac{A_p \cdot h}{3} = \frac{214,5 \cdot 214,5 \cdot 142,33}{3} \approx 2\,182\,419,525 \text{ (m}^3\text{)}$$

Pyramidin massa on tilavuus kertaa tiheys.

$$m = 2\,182\,419,525 \cdot 2700 = 5\,892\,532\,718 \approx 5\,900\,000\,000 \text{ (kg)}$$

8. Kolmion kahden sivun pituudet ovat 5,2 cm ja 7,3 cm ja sivujen välisen kulman suuruus on  $31^\circ$ .

Lasketaan sivun  $x$  pituus.



$$\sin 31^\circ = \frac{x}{5,2} \quad | \cdot 5,2$$

$$x = 5,2 \cdot \sin 31^\circ$$

$$x = 2,67819\dots \approx 2,678 \text{ (cm)}$$

Lasketaan sivun  $y$  pituus.

$$\cos 31^\circ = \frac{y}{5,2} \quad | \cdot 5,2$$

$$y = 5,2 \cdot \cos 31^\circ$$

$$y = 4,45726\dots \approx 4,457 \text{ (cm)}$$

Lasketaan sivun  $z$  pituus.

$$z = 7,3 - y = 7,3 - 4,457 = 2,843 \text{ (cm)}$$

Lasketaan sivun  $s$  pituus Pythagoraan lauseen avulla.

$$s^2 = 2,843^2 + 2,678^2$$

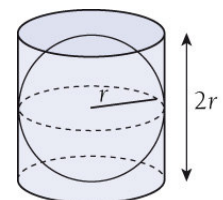
$$s^2 = 15,254333$$

$$s = \pm\sqrt{15,254333} \quad \text{Negatiivinen juuri ei käy.}$$

$$s = 3,905\dots \approx 3,9 \text{ (cm)}$$

9. Pallo on pakattu mahdollisimman pieneen suoran ympyrälieriön muotoiseen laatikkoon. Merkitään pallon sädettä  $r$ :llä. Lieriön korkeus on  $2r$ .

$$h = 2r$$



Lieriön tilavuus on  $V_L = 2\pi r^2 h = 2\pi r^3$ .

Pallon tilavuus on  $V_P = \frac{4\pi r^3}{3}$ .

Pallon tilavuuden suhde lieriön tilavuuteen on

$$\frac{4\pi r^3}{3} : 2\pi r^3 = \frac{4\pi r^3}{3} \cdot \frac{1}{2\pi r^3} = \frac{2}{3} = 0,666666... \approx 66,67 \%$$

Lieriössä on tyhjää tilaa

$$100 \% - 66,67 \% = 33,33 \% \approx 33 \%$$

## Koe 2

1. a) Ympyrän halkaisija on 7,8 cm.

$$r = \frac{d}{2} = \frac{7,8}{2} = 3,9 \text{ (cm)}$$

Ympyrän pinta-ala on

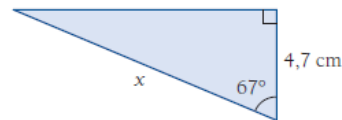
$$A = \pi r^2 = \pi \cdot 3,9^2 = 47,78... \approx 48 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

b)  $\cos 67^\circ = \frac{4,7}{x} \quad | \cdot x$

$$\cos 67^\circ \cdot x = 4,7 \quad | : \cos 67^\circ$$

$$x = \frac{4,7}{\cos 67^\circ}$$

$$x = 12,028... \approx 12,0 \text{ (cm)}$$



2. a) Suorakulmion muotoisen hiekkakentän leveys on 26 m ja lävistäjän pituus 41 m.

$$x^2 + 26^2 = 41^2$$

Pythagoraan lause

$$x^2 + 676 = 1681$$

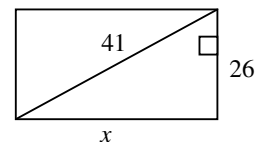
$$| -676$$

$$x^2 = 1005$$

$$x = \pm \sqrt{1005}$$

Negatiivinen juuri ei käy.

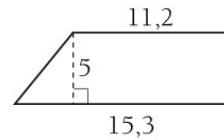
$$x = 31,70... \approx 32 \text{ (m)}$$



- b) Puolisuunnikkaan yhdensuuntaisten sivujen pituudet ovat 11,2 cm ja 15,9 cm. Puolisuunnikkaan korkeus on 5,0 cm.

Puolisuunnikkaan pinta-ala on

$$A = \frac{a+b}{2} \cdot h = \frac{11,2+15,9}{2} \cdot 5,0 = 67,75 \approx 68 \text{ (cm}^2\text{)}.$$



3. Lähes suora 12 km = 1 200 000 cm pitkä maantie oli kartalla 24 cm pitkä.

Kartan mittakaava on

$$\frac{24}{1\,200\,000} \stackrel{(24)}{=} \frac{1}{50\,000}$$

eli 1 : 50 000.

4. Tasaisella maalla kasvanut puu kaatui myrskyssä niin, että pystyyn jääneen tyviosan korkeus oli 2,1 m ja kaatunut latvaosa osui maanpintaan 16 asteen kulmassa.

Lasketaan kaatuneen latvaosan korkeus  $x$ .

$$\sin 16^\circ = \frac{2,1}{x} \quad | \cdot x$$

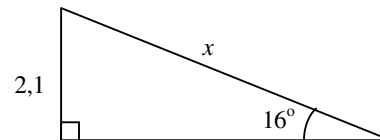
$$\sin 16^\circ \cdot x = 2,1 \quad | : \sin 16^\circ$$

$$x = \frac{2,1}{\sin 16^\circ}$$

$$x = 7,61870\dots \approx 7,619 \text{ (m)}$$

Puun korkeus on

$$7,619 + 2,1 = 9,719 \approx 9,7 \text{ (m)}.$$



5. Kuution kokonaispinta-ala on 180 cm<sup>2</sup>.

Lasketaan sivun pituus pinta-alan avulla.

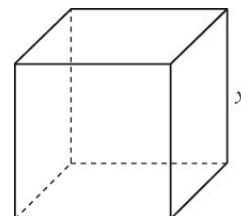
$$A = 6x^2$$

$$6x^2 = 180 \quad | : 6$$

$$x^2 = 30$$

$$x = \pm\sqrt{30}$$

Vain positiivinen juuri kelpaa.

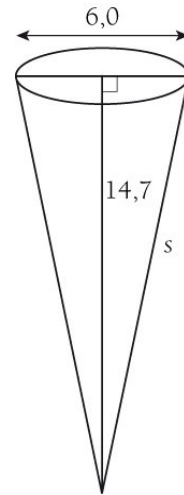


$$x = 5,47722\dots \approx 5,477$$

Kuution tilavuus on

$$V = x^3 = 5,477^3 = 164,29\dots \approx 160 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

6. Suoran ympyräkartion muotoisen kannellisen jäätelötuutin pakkauksen korkeus on 14,7 cm ja kannen halkaisija on 6,0 cm. Laske pakkauksen kokonaispinta-ala.



$$r = \frac{d}{2} = \frac{6,0}{2} = 3,0 \text{ (cm)}$$

Lasketaan sivujanana  $s$  pituus Pythagoraan lauseen avulla.

$$s^2 = 14,7^2 + 3,0^2$$

$$s^2 = 225,09$$

$$s = \pm\sqrt{225,09} \quad \text{Vain positiivinen juuri kelpaa.}$$

$$s = 15,0029\dots \approx 15,00 \text{ (cm)}$$

Vaipan ala on

$$A_v = \pi r s = \pi \cdot 3,0 \cdot 15,00 = 141,371\dots \approx 141,4 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Kannen ala on

$$A_p = \pi r^2 = \pi \cdot 3,0^2 = 28,2743\dots \approx 28,3 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Kokonaispinta-ala on

$$A_v + A_p = 141,4 + 28,3 = 169,7 \approx 170 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

$$170 \text{ cm}^2 = 1,7 \text{ dm}^2$$

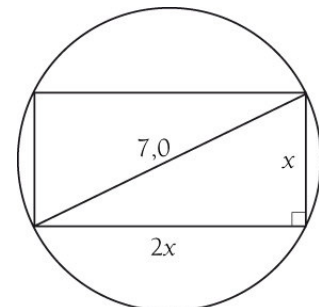
7. Ympyrän halkaisija on 7,0 cm. Ympyrän sisään on piirretty suorakulmio, jonka pitemmät sivut ovat kaksi kertaa niin pitkät kuin lyhyemmät sivut.

Merkitään lyhyemmän sivun pituutta  $x$ :llä, jolloin pidemmän sivun pituus on  $2x$ .

Pythagoraan lause:

$$x^2 + (2x)^2 = 7^2$$

$$x^2 + 2x \cdot 2x = 49$$



$$x^2 + 4x^2 = 49$$

$$5x^2 = 49 \quad | : 5$$

$$x^2 = 9,8$$

$$x = \pm\sqrt{9,8}$$

Negatiivinen juuri ei käy.

$$x = 3,13049\dots \approx 3,130 \text{ (cm)}$$

Pidemmän sivun pituus on  $2x = 2 \cdot 3,130 = 6,260$ .

Suorakulmion pinta-ala on

$$A = 3,130 \cdot 6,260 = 19,5938 \approx 20 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

8. Venäjä on pinta-alaltaan maailman suurin valtio. Sen pinta-ala on  $A_v = 17\,075\,400 \text{ km}^2$ . Maapallon ympärysmitta on  $40\,000 \text{ km}$ , ja maapallon pinta-alasta on maa-alueita  $29\%$ .

Maapallon säde:

$$2\pi R = 40\,000 \quad | : 2\pi$$

$$R = \frac{40\,000}{2\pi}$$

$$R = 6366,198\dots \approx 6366,2 \text{ (km)}$$

Maapallon pinta-ala:

$$A_M = 4\pi r^2 = 4\pi \cdot 6366,2^2 \approx 509\,264\,182,6 \text{ (km}^2\text{)}$$

Maa-alueita:

$$0,29 \cdot 509\,264\,182,6 = 147\,686\,613 \text{ (km}^2\text{)}$$

Venäjän pinta-alan osuus maapinta-alasta:

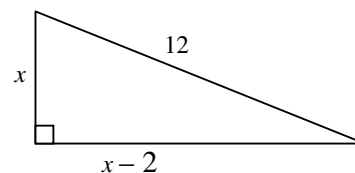
$$\frac{17\,075\,400}{147\,686\,613} = 0,1156\dots \approx 12\%$$

9. Suorakulmaisen kolmion hypotenuusan pituus on 12. Kolmion kateettien pituusero on 2 pituusyksikköä. Merkitään pidempää kateettia  $x$ :llä, jolloin lyhyempi kateetti on  $x - 2$ .

$$x^2 + (x - 2)^2 = 12^2$$

$$x^2 + (x - 2)(x - 2) = 144$$

$$x^2 + x^2 - 2x - 2x + 4 = 144$$



$$2x^2 - 4x - 140 = 0$$

Tapa 1

$$a = 2, b = -4 \text{ ja } c = -140$$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-140)}}{2 \cdot 2}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{1136}}{4}$$

$$x = \frac{4 + \sqrt{1136}}{4} = 9,426... \approx 9,4 \text{ tai } x = \frac{4 - \sqrt{1136}}{4} = -7,426... \approx -7,4 \text{ Negat. ei käy.}$$

Toinen kateetti:

$$\frac{2 + \sqrt{284}}{2} - 2 = \frac{-2 + \sqrt{284}}{2} = 7,426... \approx 7,4$$

Tapa 2

$$2x^2 - 4x - 140 = 0$$

$$| : 2$$

$$x^2 - 2x - 70 = 0$$

$$a = 1, b = -2 \text{ ja } c = -70$$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-70)}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{284}}{2}$$

$$x = \frac{2 + \sqrt{284}}{2} = 9,426... \approx 9,4 \text{ tai } x = \frac{2 - \sqrt{284}}{2} = -7,426... \approx -7,4 \text{ Negat. ei käy.}$$

Toinen kateetti:

$$\frac{2 + \sqrt{284}}{2} - 2 = \frac{-2 + \sqrt{284}}{2} = 7,426... \approx 7,4$$