



EDITA

Lausekkeet ja yhtälöt

Summa 1

TEHTÄVIEN RATKAISUT

OPETTAJAN MATERIAALI

Sisällysluettelo

1 Laskutoimituksia	3
Peruslaskutoimitukset luvuilla	3
Peruslaskutoimitukset polynomeilla	7
Prosentti	11
Prosentteilla vertaaminen	17
Kuvaaminen koordinaatistossa	23
Kertaustehtäviä	29
2 Lausekkeesta yhtälöön	33
Lineaarinen riippuvuus	33
Yhtälö	38
Ongelmasta yhtälöksi	53
Suhde ja verranto	61
Verrannollisuus	70
Kertaustehtäviä	80
3 Toisen asteen yhtälö	85
Toisen asteen polynomifunktio	85
Ratkaisukaava	93
Toisen asteen yhtälön sovelluksia	111
Kertaustehtäviä	129
Harjoituskokeet	141

1 Laskutoimituksia

Peruslaskutoimitukset luvuilla

1. a) -7

b) -5

c) 0

d) 6

2. a) -27

b) 56

c) -9

d) -7

3. a) 2

b) 0

c) 36

d) -60

4. a) 5

b) 21

5. a) -8

b) -11

6. a) $3,5$

b) $4,25$

c) -1

7. a) $(8 + 5) \cdot (8 - 5) = 13 \cdot 3 = 39$

b) $(17 - (8 + 3)) \cdot (3 - 7) = 6 \cdot (-4) = -24$

8. a) $2\frac{2}{3}$

b) $5\frac{1}{6}$

c) $\frac{31}{9}$

d) $\frac{46}{7}$

9. a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

b) $\frac{5}{6} + \frac{2}{3} + \frac{5}{12} = \frac{10}{12} + \frac{8}{12} + \frac{5}{12} = \frac{23}{12} = 1\frac{11}{12}$

c) $3\frac{1}{4} + 1\frac{2}{3} = \frac{13}{4} + \frac{5}{3} = \frac{39}{12} + \frac{20}{12} = \frac{59}{12} = 4\frac{11}{12}$

10. a) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$

b) $\frac{1}{4} - \frac{1}{5} - 2 = \frac{5}{20} - \frac{4}{20} - \frac{40}{20} = \frac{-39}{20} = -1\frac{19}{20}$

c) $4\frac{1}{5} - 7\frac{2}{3} = \frac{21}{5} - \frac{23}{3} = \frac{63}{15} - \frac{115}{15} = \frac{-52}{15} = -3\frac{7}{15}$

11. a) $\frac{4}{9}$

b) $\frac{6}{11}$

c) $2\frac{2}{5} \cdot 3\frac{3}{4} = \frac{12}{5} \cdot \frac{15}{4} = 9$

$$12. \text{ a) } \frac{2}{3} : \frac{3}{2} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$$

$$\text{b) } 1\frac{1}{2} : \frac{1}{6} = \frac{3}{2} \cdot 6 = \frac{18}{2} = 9$$

$$\text{c) } 4\frac{2}{3} : 7 = \frac{14}{3} \cdot \frac{1}{7} = \frac{2}{3}$$

$$13. \text{ a) } 3 \cdot 2\frac{2}{5} = 3 \cdot \frac{12}{5} = \frac{36}{5} = 7\frac{1}{5}$$

$$\text{b) } 2\frac{1}{4} - 3\frac{1}{2} = \frac{9}{4} - \frac{7}{2} = \frac{9}{4} - \frac{14}{4} = \frac{-5}{4} = -1\frac{1}{4}$$

$$\text{c) } 3\frac{2}{5} - \frac{4}{5} + 1\frac{1}{10} = \frac{17}{5} - \frac{4}{5} + \frac{11}{10} = \frac{34}{10} - \frac{8}{10} + \frac{11}{10} = \frac{37}{10} = 3\frac{7}{10}$$

$$14. \quad \frac{1}{5} \text{ punaisia, } \frac{1}{3} \text{ vihreitä, keltaisia: } 1 - \frac{1}{5} - \frac{1}{3} = \frac{15}{15} - \frac{3}{15} - \frac{5}{15} = \frac{7}{15}$$

$$\frac{7}{15} \cdot 30 = 14$$

Vastaus: Keltaisten karkkien osuus on 7/15 kaikista karkeista. Keltaisten karkkien määrä on 14.

15. 125 g voita, 0,5 dl sokeria, $\frac{1}{4}$ dl fariinisokeria, 1 kananmuna, puolikkaan sitruunan raastettu kuori, $\frac{1}{4}$ dl kaurahiutaleita, $\frac{3}{4}$ dl vehnä jauhoja, 0,5 tl suolaa ja 0,5 tl soodaa

$$16. \quad -\frac{3}{5} - \left(-\frac{5}{3}\right) = -\frac{3}{5} + \frac{5}{3} = -\frac{9}{15} + \frac{25}{15} = \frac{16}{15} = 1\frac{1}{15}$$

$$17. \text{ a) } 2\frac{3}{5} \cdot 3\frac{1}{3} = \frac{13}{5} \cdot \frac{10}{3} = \frac{26}{3} = 8\frac{2}{3}$$

$$\text{b) } 7\frac{1}{3} - 6\frac{3}{4} = \frac{22}{3} - \frac{27}{4} = \frac{88}{12} - \frac{81}{12} = \frac{7}{12}$$

$$\text{c) } 1\frac{1}{3} : \frac{1}{4} = \frac{4}{3} \cdot 4 = \frac{16}{3} = 5\frac{1}{3}$$

18. a) $4\frac{1}{4} + 1\frac{2}{3} \stackrel{3)}{=} \frac{17}{4} + \frac{5}{3} \stackrel{4)}{=} \frac{51}{12} + \frac{20}{12} = \frac{71}{12} = 5\frac{11}{12}$

b) $3\frac{1}{5} - 1\frac{2}{3} \stackrel{3)}{=} \frac{16}{5} - \frac{5}{3} \stackrel{5)}{=} \frac{48}{15} - \frac{25}{15} = \frac{23}{15} = 1\frac{8}{15}$

c) $1\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{8} = \frac{3}{16}$

19. a) 18

b) 21

c) 30

20. a) -3

b) 11

c) 31

21. a) $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

b) $\frac{2)}{3}4 - \frac{3)}{2}3 = \frac{8}{6} - \frac{9}{6} = -\frac{1}{6}$

22. a) $-6 + 13 - (-4) \cdot (-2) \cdot 5 = -6 + 13 - 40 = -33$

b) $12 - (-5) + \frac{-21}{3} = 12 + 5 - 7 = 10$

23. $\frac{2)}{2}1 + 2\frac{3}{4} + 1\frac{3}{4} = \frac{2}{4} + \frac{11}{4} + \frac{7}{4} = \frac{20}{4} = 5 \text{ (dl)}$

Vastaus: Kuivia aineita tarvitaan 5 dl.

24. $\frac{1,5}{6} = 0,25$ (l)

$0,25 \text{ l} = 2,5 \text{ dl}$

Vastaus: Kukin saa 2,5 dl limsaa.

25. $1500 - \frac{1}{5} \cdot 1500 - \frac{1}{6} \cdot 1500 - \frac{1}{4} \cdot 1500 = 575$ (€)

Vastaus: Kaukolle jää rahaa 575 €.

26. a) $\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{5}{6}\right) = \left(\frac{9}{12} - \frac{4}{12}\right) \cdot \left(\frac{3}{6} + \frac{5}{6}\right) = \frac{5}{12} \cdot \frac{8}{6} = \frac{40}{72} = \frac{5}{9}$

b) $\frac{3}{4} - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{5}{6} = \frac{9}{12} - \frac{2}{12} + \frac{10}{12} = \frac{17}{12} = 1\frac{5}{12}$

c) $\left(10\frac{1}{3} - 2\frac{5}{6}\right) : 1\frac{1}{4} - \frac{1}{4} = \left(\frac{62}{6} - \frac{17}{6}\right) : \frac{5}{4} - \frac{1}{4} = \frac{45}{6} \cdot \frac{4}{5} - \frac{1}{4} = \frac{45 \cdot 4}{6 \cdot 5} - \frac{1}{4} = \frac{18}{3} - \frac{1}{4} = \frac{72}{12} - \frac{3}{12} = \frac{69}{12}$
 $= 5\frac{9}{12} = 5\frac{3}{4}$

Peruslaskutoimitukset polynomeilla

27. a) $7a$

b) $-12x$

c) $6x + 6$

28. a) -5

b) x^3

29. a) $2 \cdot 3x + 2 \cdot 4x = 6x + 8x = 14x$

b) $3x \cdot 4x = 12x^2$

30. a) x

b) $14a$

c) $-3x + 4x^2$

31. a) $24a$

b) $-21y^2$

c) $-6xy$

32. a) $3a$

b) -4

c) $-6x$

33. a) $-6x + (-2x) + 3x = -6x - 2x + 3x = -5x$

b) $-6x \cdot (-2x) \cdot 3x = 36x^3$

34. a) $-13y + 8 + 11y - 12 = -2y - 4$

b) $9x - 6 + 2x - 4 = 11x - 10$

35. a) $-15x^2 + 35x$

b) $-2x^3 + 2x^2$

36. a) $(x-1)(x-2) = x^2 - 2x - x + 2 = x^2 - 3x + 2$

b) $(3y+4)(3y-4) = 9y^2 - 12y + 12y - 16 = 9y^2 - 16$

37. a) $(x^2 - 7x) - x(x+4) = x^2 - 7x - x^2 - 4x = -11x$

b) $2x(3x-1) + x^2 = 6x^2 - 2x + x^2 = 7x^2 - 2x$

c) $-(6a^2 - a^3) - (-a^2 + 4a^3) = -6a^2 + a^3 + a^2 - 4a^3 = -3a^3 - 5a^2$

38. a) $(3x - 2) + (-x + 5) = 3x - 2 - x + 5 = 2x + 3$

b) $(3x - 2) - (-x + 5) = 3x - 2 + x - 5 = 4x - 7$

c) $(3x - 2)(-x + 5) = -3x^2 + 15x + 2x - 10 = -3x^2 + 17x - 10$

39. Piiri: $2(2x - 3) + 2x = 4x - 6 + 2x = 6x - 6$

Pinta-ala: $x(2x - 3) = 2x^2 - 3x$

40. $x \cdot 2x \cdot (x + 3) = 2x^2 \cdot (x + 3) = 2x^3 + 6x^2$

41. $(5a + 8b) - (6b + 11a) - 4 = 5a + 8b - 6b - 11a - 4 = -6a + 2b - 4$

$-6 \cdot (-1) + 2 \cdot 1 - 4 = 6 + 2 - 4 = \underline{4}$

42. a) $(2x - 3)^2 = (2x - 3)(2x - 3) = 4x^2 - 6x - 6x + 9 = 4x^2 - 12x + 9$

b) $(2x + 3)^2 = (2x + 3)(2x + 3) = 4x^2 + 6x + 6x + 9 = 4x^2 + 12x + 9$

c) $(2x + 3)(2x - 3) = 4x^2 - 6x + 6x - 9 = 4x^2 - 9$

43. a) $-5x - (-15x) = -5x + 15x = 10x$

b) $\frac{-5x}{-15x} = \frac{1}{3}$

c) $-5x \cdot (-15x) = 75x^2$

44. a) Piiri: $2(x - 1) + 2(2x - 1) = 2x - 2 + 4x - 2 = 6x - 4$

Pinta-ala: $(x - 1)(2x - 1) = 2x^2 - x - 2x + 1 = 2x^2 - 3x + 1$

b) $(2x^2 - 3x + 1) \cdot x = 2x^3 - 3x^2 + x$

45. a) $(4x - 1) + (-3x + 5) = 4x - 1 - 3x + 5 = x + 4$

b) $(4x - 1) - (-3x + 5) = 4x - 1 + 3x - 5 = 7x - 6$

c) $(4x - 1)(-3x + 5) = -12x^2 + 20x + 3x - 5 = -12x^2 + 23x - 5$

46. a) $6y - (3y + 1) - (5y + 2) = 6y - 3y - 1 - 5y - 2 = -2y - 3$

b) $2y(y + 1) - 5y(y - 1) = 2y^2 + 2y - 5y^2 + 5y = -3y^2 + 7y$

47. a) $3a$

b) $3x^2$

c) $2x + 3$

48. a) $(x + 2)(x - 7) = x^2 - 7x + 2x - 14 = x^2 - 5x - 14$

b) $(2y + 6)(4y - 9) = 8y^2 - 18y + 24y - 54 = 8y^2 + 6y - 54$

c) $(x + 8)^2 = (x + 8)(x + 8) = x^2 + 8x + 8x + 64 = x^2 + 16x + 64$

49. a) $12x + (3x - y) - (3y - 5x) - (x + 6y) = 12x + 3x - y - 3y + 5x - x - 6y = 19x - 10y$

b) $12x(3x - y) - (3y - 5x)(x + 6y) = 36x^2 - 12xy - 3xy - 18y^2 + 5x^2 + 30xy$
 $= 41x^2 + 15xy - 18y^2$

50. a) $-3a - 5a^3 : a^2 + 2a = -3a - 5a + 2a = -6a$

b) $3a^3 - 2a^2 + a - \frac{3a^3 - 2a^2 + a}{-a}$
 $= 3a^3 - 2a^2 + a - (-3a^2 + 2a - 1) = 3a^3 - 2a^2 + a + 3a^2 - 2a + 1$
 $= 3a^3 + a^2 - a + 1$

51. $(2a + 3b)(-b + 4a) + 4a(-2a) = -2ab + 8a^2 - 3b^2 + 12ab - 8a^2 = -3b^2 + 10ab$

$-3 \cdot 0,5^2 + 10 \cdot (-2) \cdot 0,5 = -10,75$

52. a) Piiri: $5x + 4x + 4x + 2x + 6x + 8x + 4x = 35x$

$$35 \cdot 0,5 = 17,5 \text{ (m)}$$

b) $A = 4x \cdot 5x + 4x \cdot 4x + 5x \cdot 2x + 2x \cdot 6x = 20x^2 + 16x^2 + 10x^2 + 12x^2 = 58x^2$

$$58 \cdot 0,5^2 = 14,5 \text{ (m}^2\text{)}$$

53. a) $x(x+1)^2 = x(x+1)(x+1) = x(x^2 + x + x + 1) = x(x^2 + 2x + 1) = x^3 + 2x^2 + x$

b) $(a-b)^2 + (a+b)^2 + (a-b)(a+b) = (a-b)(a-b) + (a+b)(a+b) + (a-b)(a+b) =$
 $a^2 - ab - ab + b^2 + a^2 + ab + ab + b^2 + a^2 + ab - ab - b^2 =$

$$a^2 - \cancel{2ab} + b^2 + a^2 + \cancel{2ab} + b^2 + a^2 - \cancel{b^2} = 3a^2 + b^2$$

Prosentti

54. a) 20 %

b) 15 %

c) 35 %

55. a) $0,7 = \frac{70}{100}$

b) $0,15 = \frac{15}{100}$

c) $0,03 = \frac{3}{100}$

d) $1,06 = \frac{106}{100}$

e) $1,4 = \frac{140}{100}$

f) $2,0 = \frac{200}{100}$

56. a) $\frac{87}{100} = 87 \%$

b) $\frac{150}{100} = 150 \%$

c) $\frac{25}{100} = 25 \%$

d) $\frac{110}{100} = 110 \%$

e) $\frac{163}{100} = 163 \%$

f) $\frac{5}{100} = 5 \%$

57. a) $\frac{50}{300} = 0,1666... \approx 17 \%$

b) $\frac{130}{300} = 0,4333... \approx 43 \%$

c) $\frac{280}{300} = 0,9333... \approx 93 \%$

58. $\frac{20}{150} = 0,1333... \approx 13 \%$

Vastaus: Voittoarpoja on 13 % arvoista.

59. a) $0,01 \cdot 200 = 2 \text{ (€)}$

b) $0,2 \cdot 200 = 40 \text{ (€)}$

c) $0,45 \cdot 200 = 90 \text{ (€)}$

60. a) $0,023 \cdot 500 = 11,50 \text{ (€)}$

b) $0,023 \cdot 1000 = 23 \text{ (€)}$

c) $0,023 \cdot 2400 = 55,20 \text{ (€)}$

Vastaus: Sisu saa vuodessa a) 11,50 €, b) 23 € ja c) 55,20 €.

61. $\frac{5}{28} = 0,1785... \approx 18 \%$

Vastaus: Vasenkätisiä on 18 % oppilaista.

62. a) $0,2 \cdot 39 = 7,80$ (€)

b) $39 - 7,80 = 31,20$ (€)

Vastaus: a) Alennus on 7,80 €. b) Alennettu hinta on 31,20 €.

63. a) 0,65

b) 0,93

c) 1,43

d) 2,0

64. a) $0,95a$

b) $1,8a$

c) $2a$

d) $1,5a$

65. a) $0,27 \cdot 2300 = 621$ (€)

b) $2300 - 621 = 1\ 679$ (€)

Vastaus: a) Pii maksaa veroa 621 €. b) Piille jää käteen 1 679 €.

66. $0,3 \cdot 40 = 12$

Vastaus: Naisvieraita oli 12.

67. $\frac{630}{2040} = 0,3088... \approx 31 \%$

Vastaus: Sisun veroprosentti on 31 %.

68. a) Kärpät: $\frac{36}{56} = 0,6428... \approx 64 \%$

b) TPS: $\frac{19}{56} = 0,3392... \approx 34 \%$

c) Lukko: $\frac{41}{56} = 0,7321... \approx 73 \%$

d) TPS: $\frac{11}{56} = 0,1964... \approx 20 \%$

Vastaus: a) Paras voittoprosentti on Kärpillä. b) Suurin tasapeli-prosentti on TPS:llä. c) Suurin häviöprosentti on Lukolla. d) Suurin jatkoaikaprocentti on TPS:llä.

69. a) $0,139 \cdot 5\,658 = 786,462 \approx 786$

b) $0,416 \cdot 5\,658 = 2\,353,728 \approx 2\,354$

c) $0,03 \cdot 5\,658 = 169,74 \approx 170$

Vastaus: a) 786 kyselyyn vastanneista syö makeisia monta kertaa päivässä. b) 2 354 syö makeisia 1–2 kertaa viikossa. c) 170 ei syö makeisia.

70. $0,25 \cdot 65 = 16,25$

$$65 - 16,25 = 48,75 \text{ (€)}$$

TAI

$$0,75 \cdot 65 = 48,75 \text{ (€)}$$

Vastaus: Alennettu hinta on 48,75 €.

71. a) $0,065 = \frac{65}{1000}$

b) $0,028 = \frac{28}{1000}$

c) $0,002 = \frac{2}{1000}$

d) $0,0015 = \frac{15}{10000}$

e) $0,130 = \frac{130}{1000}$

f) $0,0005 = \frac{5}{10000}$

72. a) 580 ‰

b) 100 ‰

c) 205 ‰

d) 90 ‰

e) 1 430 ‰

f) 6 ‰

73. $\frac{5200000}{650000000} = 0,0008 = 0,8 \text{ ‰}$

Vastaus: Suomalaisia oli 0,8 ‰ kaikista maailman ihmisistä.

74. a) $0,830 \cdot 21,0 = 17,4 \text{ (g)}$

b) $\frac{14}{24} \cdot 8,2 = 4,783... \approx 4,8 \text{ (g)}$

$$\frac{14}{24} = 0,58333... \approx 583 \text{ ‰}$$

Vastaus: a) Hopeariipuksessa on hopeaa 17,4 g. b) Sormuksen kultapitoisuus on 583 ‰.

75. nestetilavuus elimistössä: $0,66 \cdot 60 \text{ kg} = 39,60 \text{ kg}$

annoksia: $3 \cdot 12 \text{ g} = 36 \text{ g}$

veren alkoholipitoisuus: $\frac{36 \text{ g}}{39600 \text{ g}} = 0,000909... \approx 0,9 \text{ ‰}$

Vastaus: Lain mukaan voi.

76. nestetilavuus: $0,75 \cdot 70 \text{ kg} = 52,5 \text{ kg} = 52\,500 \text{ g}$
annoksia: $10 \cdot 12 \text{ g} = 120 \text{ g}$
maksan polttama alkoholin määrä: $11 \cdot 7 \text{ g} = 77 \text{ g}$
 $120 \text{ g} - 77 \text{ g} = 43 \text{ g}$
$$\frac{43}{52\,500} = 0,000819\dots \approx 0,8\text{‰}$$

Vastaus: Mittari näyttää lukemaa $0,8\text{‰}$.

77. a) $\frac{82}{175} = 0,4685\dots \approx 47\%$

b) $\frac{40}{50} = 0,8 = 80\%$

78. $0,065 \cdot 243 = 15,795 \approx 15,80 \text{ (€)}$

79. $0,386 \cdot 12\,470 = 4\,813,42 \approx 4\,810 \text{ (kg)}$

Vastaus: Malmierässä on rautaa $4\,810 \text{ kg}$.

80. $\frac{1,32}{2} = 0,66 = 66\%$

Vastaus: Soittimen muistista on käytetty 66% .

81. $4,7 \text{ GB}$

$1\,024 \cdot 4,7 = 4\,812,8 \text{ (MB)}$

käytetty: $\frac{1\,950}{4\,812,8} = 0,405169\dots \approx 40,52\%$

käyttämättä: $100\% - 40,52\% = 59,48\% \approx 59\%$

Vastaus: Levystä jäi käyttämättä 59% .

82. a) alennus: $0,15 \cdot 75 \text{ €} = 11,25 \text{ €}$
b) alennettu hinta: $75 \text{ €} - 11,25 \text{ €} = 63,75 \text{ €}$

Vastaus: a) Alennus on 11,25 €. b) Alennettu hinta on 63,75 €.

83. Alennusprosentti on suurimmillaan, kun kaikki tuotteet maksavat yhtä paljon.

$$\frac{1}{3} = 0,3333... \approx 33 \%$$

Vastaus: Alennusprosentti on suurimmillaan 33 %.

84. a) kehon nestetilavuus: $0,66 \cdot 65 \text{ kg} = 42,9 \text{ kg} = 42\,900 \text{ g}$

$$\text{alkoholin määrä: } 6 \cdot 12 \text{ g} = 72 \text{ g}$$

$$\frac{72 \text{ g}}{42900 \text{ g}} = 0,001678... \approx 1,7 \text{‰}$$

- b) kehon nestetilavuus $0,75 \cdot 65 \text{ kg} = 48,75 \text{ kg} = 48\,750 \text{ g}$

$$\frac{72 \text{ g}}{48750 \text{ g}} = 0,001476... \approx 1,5 \text{‰}$$

Vastaus: Alkoholipitoisuus voi nousta a) 1,7 ‰, b) 1,5 ‰.

85. vettä: 18 dl = 1,8 l eli 1,8 kg

$$\text{suolaa: } 120 \text{ g} = 0,120 \text{ kg}$$

$$\frac{\text{suola}}{\text{vesi} + \text{suola}} = \frac{0,120}{1,8 + 0,120} = 0,0625 = 6,25 \%$$

Vastaus: Suolapitoisuus on 6,25 %.

Prosentteilla vertaaminen

86. muutos: $1\,580 - 1500 = 80$

$$\frac{\text{muutos}}{\text{alkuperäinen}} \text{ eli } \frac{80}{1500} = 0,0533... \approx 5,3 \%$$

Vastaus: Palkka nousi 5,3 %.

87. housujen alkuperäinen hinta: $2 \cdot 12,95 = 25,90$ (€)

alennus: $25,90 - 14,95 = 10,95$

alennusprosentti: $\frac{10,95}{25,90} = 0,4227... \approx 42\%$

Vastaus: Alennus on 42 %.

88. $\frac{\text{muutos}}{\text{alkuperäinen}} = \frac{5\,181\,115 - 4\,029\,803}{4\,029\,803} = 0,2856... \approx 29\%$

Vastaus: Väkiluku kasvoi 29 %.

89. a) kasvoi 50 % : $0,5 \cdot 20 = 10$

uusi määrä: $10 + 20 = 30$

väheni 30 % : $0,3 \cdot 30 = 9$

uusi määrä: $30 - 9 = 21$

b) $\frac{\text{muutos}}{\text{alkuperäinen}} = \frac{21 - 20}{20} = \frac{1}{20} = 0,05 = 5\%$

Vastaus: a) Kerhossa oli 21 jäsentä. b) Jäsenmäärä kasvoi 5 %.

90. a) $\frac{\text{muutos}}{\text{alkuperäinen}} = \frac{6,5 - 1}{1} = 5,5 = 550\%$

b) maaseudulla eläviä on $6,5 - 2,5 = 4,0$ (miljardia)

$\frac{4,0}{6,5} = 0,6153... \approx 62\%$

Vastaus: a) Väkiluku on kasvanut 550 %. b) 62 % ihmisistä elää maaseudulla.

91. kasvua 50 % eli $1,5 \cdot a = 1,5a$

pienenee 50 % eli $0,5 \cdot 1,5a = 0,75a$

$\frac{\text{muutos}}{\text{alkuperäinen}} = \frac{a - 0,75a}{a} = \frac{0,25a}{a} = 0,25 = 25\%$

Vastaus: Luku pienenee 25 %.

92. a) $\frac{\text{erotus}}{\text{arvo johon verrataan}} = \frac{15-12}{12} = \frac{3}{12} = 0,25 = 25\%$

b) $\frac{15-12}{15} = \frac{3}{15} = 0,2 = 20\%$

93. $\frac{\text{erotus}}{\text{arvo johon verrataan}} = \frac{21-18}{18} = \frac{3}{18} = 0,1666... \approx 17\%$

Vastaus: Tyttöjen määrä on 17 % suurempi kuin poikien.

94. $\frac{\text{erotus}}{\text{arvo johon verrataan}} = \frac{927-631}{927} = \frac{296}{927} = 0,3193... \approx 32\%$

Vastaus: Pienimmän tuoton saanut joukkue keräsi 32 % vähemmän kuin suurimman tuoton kerännyt joukkue.

95. a) väärin: muutos $25 - 20 = 5$ prosenttiyksikköä

b) oikein: $10 - 8 = 2$ prosenttiyksikköä

c) väärin: $\frac{30-25}{30} = \frac{5}{30} = 0,1666... \approx 17\%$

d) oikein: $\frac{16\,000-12\,000}{16\,000} = \frac{4\,000}{16\,000} = 0,25 = 25\%$

96. a) $11 - 10 = 1$ prosenttiyksikkö

b) $\frac{1}{10} = 0,1 = 10\%$

97. a) $22 - 8 = 14$ prosenttiyksikköä

b) $\frac{14}{22} = 0,6363... \approx 64\%$

Vastaus: a) Vero aleni 14 prosenttiyksikköä. b) Veronalennus oli 64 %.

98. a) $33\% - 17\% = 16$ prosenttiyksikköä

b) $\frac{16}{33} = 0,4848... \approx 48\%$

Vastaus: a) Ero on 16 prosenttiyksikköä. b) Kevytjuusto on 48 % kevyempää.

99. Eiri: $30 \cdot 0,19 + 2,95 = 8,65$ (€)

Kara: $30 \cdot 0,25 = 7,5$ (€)

erotus on $8,65 - 7,5 = 1,15$ (€)

$$\frac{1,15}{8,65} = 0,1329... = 13\%$$

Vastaus: Kara saa kuvat 13 % halvemmalla kuin Eiri.

100. a) $\frac{150\,000 - 100\,000}{100\,000} = \frac{50\,000}{100\,000} = 0,5 = 50\%$

b) $\frac{150\,000 - 75\,000}{150\,000} = \frac{75\,000}{150\,000} = 0,5 = 50\%$

c) alaraja: $\frac{20}{100\,000} = 0,0002 = 0,2\text{‰}$

yläraja: $\frac{100}{100\,000} = 0,001 = 1\text{‰}$

Vastaus: a) Vaaleahiuksisilla on 50 % enemmän hiuksia kuin ruskeahiuksisilla. b) Punahiuksisilla on 50 % vähemmän hiuksia kuin vaaleahiuksisilla. c) Hiuksia irtoaa 0,2 ‰ – 1 ‰.

101. a) $\frac{624}{8} = 78$

Vastaus: 78 € / hlö

b) hintaero $78 - 19,90 = 58,10$ (€)

$$\frac{58,10}{19,90} = 2,9195... \approx 292\%$$

Vastaus: a) Matkan hinta oli 78 €/hlö. b) Matka oli mainokseen verrattuna 292 % kalliimpi.

102. a) $\frac{50 - 40}{40} = \frac{10}{40} = 0,25 = 25 \%$

b) $\frac{50 - 40}{50} = \frac{10}{50} = 0,2 = 20 \%$

103. a) alennus: $0,35 \cdot 75 = 26,25$ (€)

b) alennettu hinta: $75 - 26,25 = 48,75$ (€)

Vastaus: a) Alennus on 26,25 €. b) Alennettu hinta on 48,75 €.

104. $\frac{10 - 8,5}{8,5} = \frac{1,5}{8,5} = 0,1764... \approx 18 \%$

Vastaus: Palkankorotus oli 18 %.

105. a) $3 - 2,25 = 0,75$ prosenttiyksikköä

b) $\frac{0,75}{3} = 0,25$

Vastaus: Koroko aleni a) 0,75 prosenttiyksikköä, b) 25 %.

106. $\frac{840 - 780}{780} = \frac{60}{780} = 0,0769... \approx 8 \%$

Vastaus: Korotus oli 8 %.

107. a) verta: $0,07 \cdot 60 = 4,2$ (kg)

b) plasmaa: $0,55 \cdot 4,2 = 2,31 \approx 2,3$ (kg)

c) verisoluja: $0,45 \cdot 4,2 = 1,89 \approx 1,9$ (kg)

108. $\frac{1\,208\,799 - 963\,333}{1\,208\,799} = \frac{245\,466}{1\,208\,799} = 0,2030... \approx 20 \%$

Vastaus: Ikäluokka pieneni 20 %.

109. korotettu hinta:

$$0,15 \cdot 125 + 125 = 143,75$$

$$\text{tai } 1,15 \cdot 125 = 143,75$$

alennus:

$$\frac{143,75 - 125}{143,75} = \frac{18,75}{143,75} = 0,1304\dots \approx 13\%$$

Vastaus: Hinta muuttui 13 %.

110. a) $0,035 \cdot 0,6 = 0,021$

$$\text{b) } \frac{21}{25} = 0,84 = 84\%$$

Vastaus: a) Rasvaa on 21 g. b) Se on 84 % päivittäisestä rasvasuosituksista.

111. a) kasvaa 4 % eli tulee 1,04-kertaiseksi:

$$1,04 \cdot 6\,580 = 6\,843,2$$

vähenee 5 % eli tulee 0,95 -kertaiseksi:

$$0,95 \cdot 6\,843,2 = 6\,501,04 \approx 6\,501$$

yhdellä lausekkeella:

$$1,04 \cdot 0,95 \cdot 6\,580 = 6\,501,04 \approx 6\,501$$

b) $6\,580 - 6\,501 = 79$

$$\frac{79}{6\,580} = 0,01200\dots \approx 1,2\%$$

Vastaus: a) Väkiluku on muutosten jälkeen 6 501. b) Väkiluku pieneni 1,2 %.

112. a) Sisun saama kalorimäärä: $0,75 \cdot 570 = 427,5$

$$\text{Karan saama kalorimäärä: } 0,75 \cdot 325 = 243,75$$

$$427,5 - 243,75 = 183,75$$

$$\frac{183,75}{243,75} = 0,7538\dots \approx 75\%$$

b) Sisun saama rasvan määrä: $0,75 \cdot 37 = 27,75$ (g)

Karan saama rasvan määrä: $0,75 \cdot 0,2 = 0,15$ (g)

$$27,75 - 0,15 = 27,6 \text{ (g)}$$

$$\frac{27,6}{27,75} = 0,9945\dots \approx 99 \%$$

c) Sisun saama hiilihydraattien määrä: $0,75 \cdot 50 = 37,5$ (g)

Karan saama hiilihydraattien määrä: $0,75 \cdot 77 = 57,75$ (g)

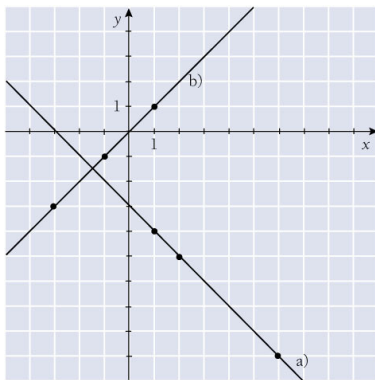
$$57,75 - 37,5 = 20,25 \text{ (g)}$$

$$\frac{20,25}{37,5} = 0,54 = 54 \%$$

Vastaus: a) 75 % enemmän b) 99 % vähemmän c) 54 % enemmän

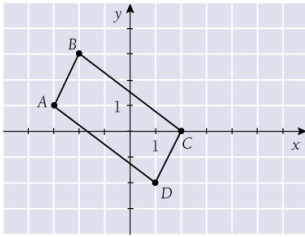
Kuvaaminen koordinaatistossa

113.



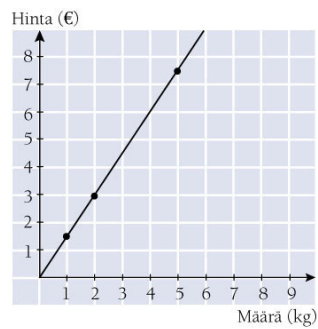
114. $A = (-1, 2)$, $B = (1, 3)$, $C = (-3, -2)$, $D = (0, 3)$, $E = (-2, 0)$ ja $F = (4, -1)$

115.



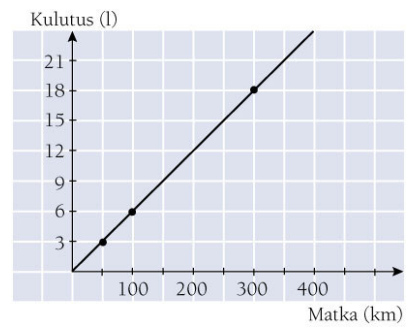
suunnikas

116. a)



suora

b)



suora

117. a) vihreä

b) punainen

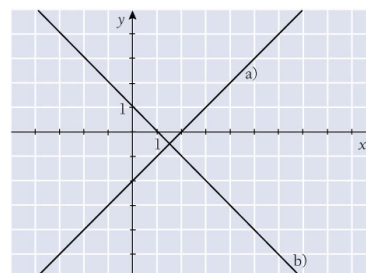
c) sininen

118. a)

x	y	$x - y = 2$	piste (x, y)
4	2	$4 - 2 = 2$	$(4, 2)$
3	1	$3 - 1 = 2$	$(3, 2)$
2	0	$2 - 0 = 2$	$(2, 0)$

b)

x	y	$x + y = 1$	piste (x, y)
2	-1	$2 - 1 = 1$	$(2, -1)$
1	0	$1 + 0 = 1$	$(1, 0)$
0	1	$0 + 1 = 1$	$(0, 1)$

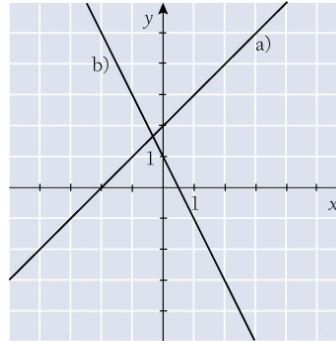


119. a)

x	$y = x + 2$	piste (x, y)
0	$0 + 2 = 2$	(0, 2)
1	$1 + 2 = 3$	(1, 3)
2	$2 + 2 = 4$	(2, 4)

b)

x	$y = -2x + 1$	piste (x, y)
0	$-2 \cdot 0 + 1 = 1$	(0, 1)
1	$-2 \cdot 1 + 1 = -1$	(1, -1)
2	$-2 \cdot 2 + 1 = -3$	(2, -3)

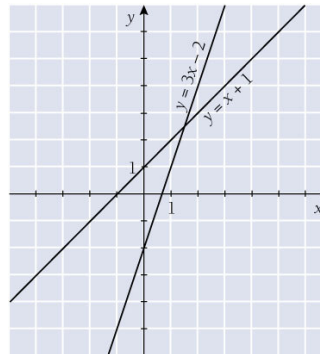


120. a)

x	$y = x + 1$	piste (x, y)
1	$1 + 1 = 2$	(1, 2)
2	$2 + 1 = 3$	(2, 3)
3	$3 + 1 = 4$	(3, 4)

b)

x	$y = 3x - 2$	piste (x, y)
0	$3 \cdot 0 - 2 = -2$	(0, -2)
1	$3 \cdot 1 - 2 = 1$	(1, 1)
2	$3 \cdot 2 - 2 = 4$	(2, 4)

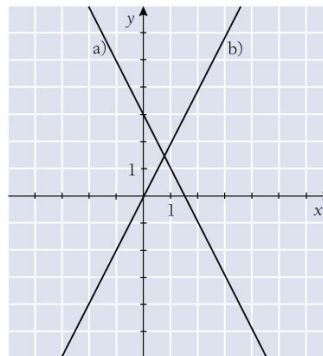


121. a)

x	y	$2x + y = 3$
1	1	$2 \cdot 1 + 1 = 3$
2	-1	$2 \cdot 2 - 1 = 3$
3	-3	$2 \cdot 3 - 3 = 3$

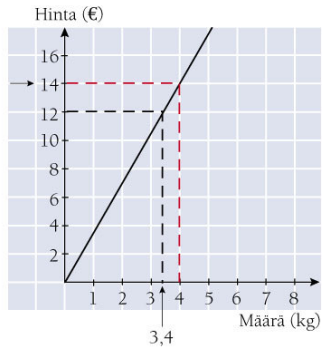
b)

x	y	$2x - y = 0$
0	0	$2 \cdot 0 - 0 = 0$
1	2	$2 \cdot 1 - 2 = 0$
2	4	$2 \cdot 2 - 4 = 0$



122. a) 14 €

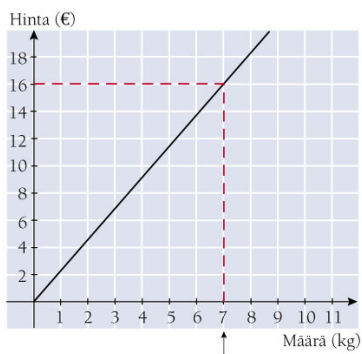
b) noin 3,4 kg



Vastaus: a) 4 kg tomaatteja maksaa 14 €. b) Tomaatteja saa noin 3,4 kg.

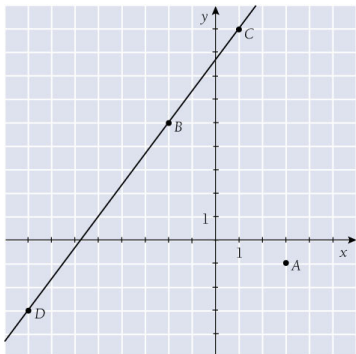
123. a) 2,25 €/kg

b) noin 7 kg



Vastaus: a) Omenoiden kilohinta on 2,25 €/kg. b) Omenoita saa noin 7 kg.

124. Piste A ei ole samalla suoralla.

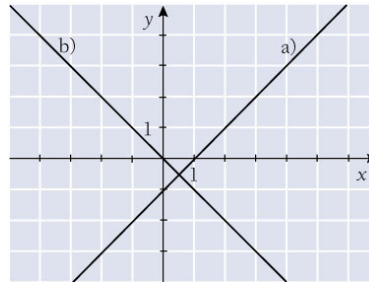


125. a)

x	y	$2x - 2y = 2$
-1	-2	$2 \cdot (-1) - 2 \cdot (-2) = 2$
0	-1	$2 \cdot 0 - 2 \cdot (-1) = 2$
1	0	$2 \cdot 1 - 2 \cdot 0 = 2$

b)

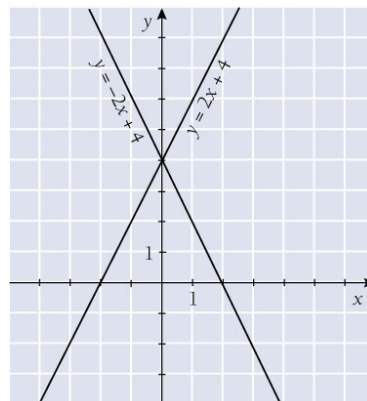
x	y	$2x + 2y = 0$
-1	1	$2 \cdot (-1) + 2 \cdot 1 = 0$
0	0	$2 \cdot 0 + 2 \cdot 0 = 0$
1	-1	$2 \cdot 1 + 2 \cdot (-1) = 0$



126.

x	$y = 2x + 4$	(x, y)
0	$2 \cdot 0 + 4 = 4$	(0, 4)
1	$2 \cdot 1 + 4 = 6$	(1, 6)
2	$2 \cdot 2 + 4 = 8$	(2, 8)

x	$y = -2x + 4$	(x, y)
0	$-2 \cdot 0 + 4 = 4$	(0, 4)
1	$-2 \cdot 1 + 4 = 2$	(1, 2)
2	$-2 \cdot 2 + 4 = 0$	(2, 0)



127.

x	$y = -\frac{1}{2}x - 6$
2	$-\frac{1}{2} \cdot 2 - 6 = -7$
4	$-\frac{1}{2} \cdot 4 - 6 = -8$
6	$-\frac{1}{2} \cdot 6 - 6 = -9$

a) pisteessä $(0, -6)$

b) pisteessä $(-12, 0)$



128. a) $y = x$

b) $y = -x + 2$

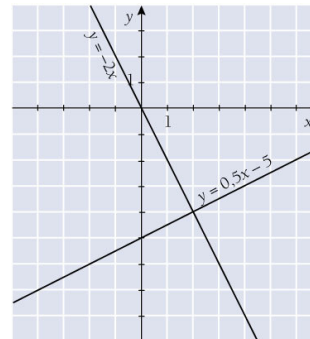
c) $y = -x + 3$

d) $y = x + 4$

129.

x	$y = -2x$	(x, y)
0	$-2 \cdot 0 = 0$	$(0, 0)$
1	$-2 \cdot 1 = -2$	$(1, -2)$
2	$-2 \cdot 2 = -4$	$(2, -4)$

x	$y = 0,5x - 5$	(x, y)
0	$0,5 \cdot 0 - 5 = -5$	$(0, -5)$
2	$0,5 \cdot 2 - 5 = -4$	$(2, -4)$
4	$0,5 \cdot 4 - 5 = -3$	$(4, -3)$

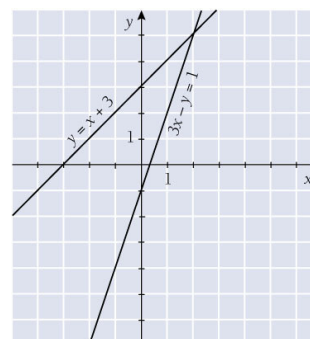


Suorat leikkaavat pisteessä $(2, -4)$.

130.

x	y	$3x - y = 1$
1	2	$3 \cdot 1 - 2 = 1$
2	5	$3 \cdot 2 - 5 = 1$
3	8	$3 \cdot 3 - 8 = 1$

x	$y = x + 3$	(x, y)
0	$0 + 3 = 3$	$(0, 3)$
1	$1 + 3 = 4$	$(1, 4)$
2	$2 + 3 = 5$	$(2, 5)$



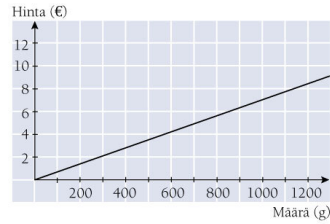
Suorat leikkaavat pisteessä $(2, 5)$.

131. a) 7 €/kg

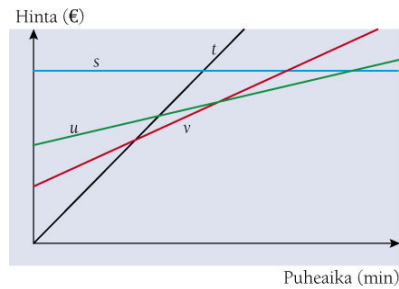
b) noin 570 g

Vastaus: a) Karkkien kilohinta on 7 €/kg.

b) Karkkeja saa noin 570 g.



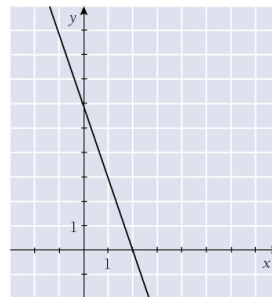
132.



Kertaustehtäviä

133.

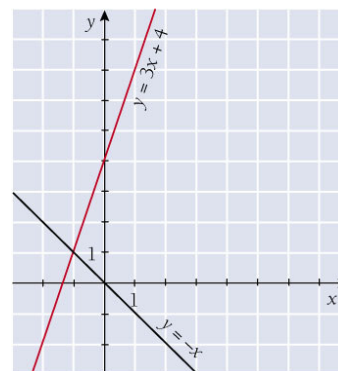
x	$y = -3x + 6$	(x, y)
0	$-3 \cdot 0 + 6 = 6$	(0, 6)
1	$-3 \cdot 1 + 6 = 3$	(1, 3)
2	$-3 \cdot 2 + 6 = 0$	(2, 0)



y-akselin leikkauspiste on (0, 6) ja x-akselin (2, 0).

134.

x	$y = -x$	(x, y)
0	0	(0, 0)
1	-1	(1, -1)
2	-2	(2, -2)



x	$y = 3x + 4$	(x, y)
0	$3 \cdot 0 + 4 = 4$	(0, 4)
1	$3 \cdot 1 + 4 = 7$	(1, 7)
2	$3 \cdot 2 + 4 = 11$	(2, 11)

Suorat leikkaavat pisteessä (-1, 1).

135. a) $(-2x - 4) + (3x + 1) = -2x - 4 + 3x + 1 = x - 3$

b) $(-2x - 4) - (3x + 1) = -2x - 4 - 3x - 1 = -5x - 5$

c) $(-2x - 4)(3x + 1) = -6x^2 - 2x - 12x - 4 = -6x^2 - 14x - 4$

136. $(-3x + 4y) + (2x - 12y) - 13 = -3x + 4y + 2x - 12y - 13 = -x - 8y - 13$

kun $x = 2$ ja $y = -1$, saadaan $-2 - 8 \cdot (-1) - 13 = -2 + 8 - 13 = \underline{-7}$

137. a) $-5a - (2b + a) + (-13a + 15b) + (-10a) - 6b$

$$= -5a - 2b - a - 13a + 15b - 10a - 6b = -29a + 7b$$

b) $-4a(-3b + a) - (-7b + 3a)(-b - a)$

$$= 12ab - 4a^2 - (7b^2 + 7ab - 3ab - 3a^2)$$

$$= 12ab - 4a^2 - 7b^2 - 7ab + 3ab + 3a^2 = -a^2 - 7b^2 + 8ab$$

138. a) $(4a^2 - 2a)(3a^2 - 11a)$

$$= 12a^4 - 44a^3 - 6a^3 + 22a^2 = 12a^4 - 50a^3 + 22a^2$$

b) $2y(-3x + 5y) - y(-2x + 3y)$

$$= -6xy + 10y^2 + 2xy - 3y^2 = 7y^2 - 4xy$$

139. kummilapsi: $\frac{1}{12} \cdot 300 = 25$ (€)

kuulovammaiset nuoret: $\frac{1}{6} \cdot 300 = 75$ (€)

sisällissodan lapset: $\frac{1}{4} \cdot 300 = 100$ (€)

diabetesliitto: $\frac{1}{3} \cdot 300 = 100$ (€)

syöpähoidot: $300 - (25 + 50 + 75 + 100) = 50$ (€)

140. a) $-2\frac{2}{3} \cdot 3\frac{2}{5} = -\frac{8}{3} \cdot \frac{17}{5} = -\frac{8 \cdot 17}{3 \cdot 5} = -\frac{136}{15} = -9\frac{1}{15}$

b) $2\frac{2}{3} = \frac{8}{3}$, käänteisluku $\frac{3}{8}$

$-3\frac{2}{5} = -\frac{17}{5}$, käänteisluku $-\frac{5}{17}$

$\frac{3}{8} : \left(-\frac{5}{17}\right) = \frac{3}{8} \cdot \left(-\frac{17}{5}\right) = \frac{3 \cdot (-17)}{8 \cdot 5} = -\frac{51}{40} = -1\frac{11}{40}$

141. korotus: $0,03 \cdot 530 = 15,9$ (€)

uusi vuokra: $530 + 15,9 = 545,90$ (€)

yhdellä lausekkeella laskettuna: $1,03 \cdot 530 = 545,90$ (€)

Vastaus: Asunnon vuokra on 545,90 €.

142. $\frac{400}{1500} = 0,2666... \approx 27\%$

Vastaus: Vaikuttavaa ainetta on 27 %.

143. osia yhteensä $1 + 3 = 4$

tiivisteen osuus: $\frac{1}{4} = 0,25 = 25\%$

Vastaus: Tiivistettä on 25 %.

144. 1. alennus: $0,15 \cdot 219 = 32,85$ (€)

alennettu hinta: $219 - 32,85 = 186,15$ (€)

2. alennus: $0,02 \cdot 186,15 = 3,723$ (€)

alennettu hinta: $186,15 - 3,723 = 182,427 \approx 182,43$ (€)

yhdellä lausekkeella laskettuna: $0,85 \cdot 0,98 \cdot 219 = 182,427 \approx 182,43$ (€)

Vastaus: Soittimesta joutuu maksamaan 182,43 €.

145.

	1994	2001
kulta	20 000	15 000
platina	40 000	30 000

$$\text{a) } \frac{20\,000 - 15\,000}{15\,000} = \frac{5\,000}{15\,000} = 0,3333\dots \approx 33\%$$

$$\text{b) } \frac{40\,000 - 30\,000}{40\,000} = \frac{10\,000}{40\,000} = 0,25 = 25\%$$

Vastaus: a) 33 % enemmän b) 25 % vähemmän

2 Lausekkeesta yhtälöön

Lineaarinen riippuvuus

146. a) 30 km

b) 45 km

c) 10 min

Vastaus: a) Auto oli kulkenut 30 km. b) Auto kulki 45 km. c) Aikaa kului 10 min.

147. a) 2 000 €

b) 2 800 €

c) 7,5 vuoden kuluttua

d) 2 000 €

Vastaus: a) Pääoma oli 2 000 €. b) Pääoma oli 2 800 €. c) 7,5 vuoden kuluttua. d) Pääoma kasvoi 2 000 €.

148. a) 2,40 €

b) 7,20 €

c) 0,96 €

d) $1,20x$ €

e) $y = 1,20x$

149. a) 70 €

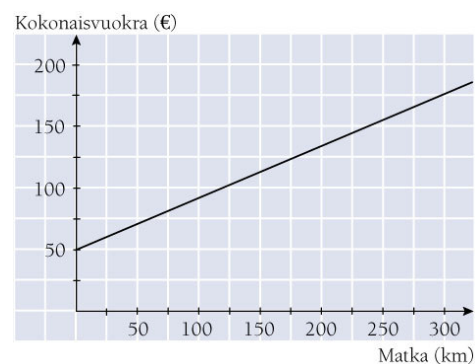
b) 90 €

c) 130 €

d) $(0,40x + 50)$ €

e) $y = 0,40x + 50$

f)



150. a) $y = 1,94x + 5,08$

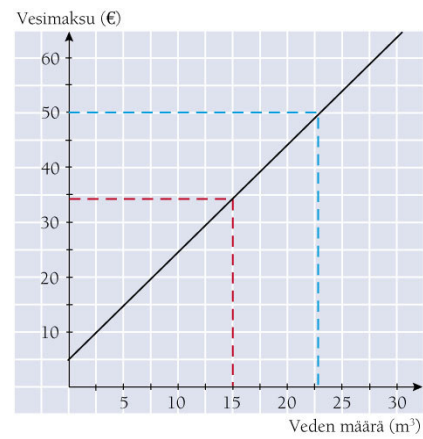
c) 34 €/kk

d) 23 m^3

e) Suora leikkaa y-akselin perusmaksua vastaavassa kohdassa

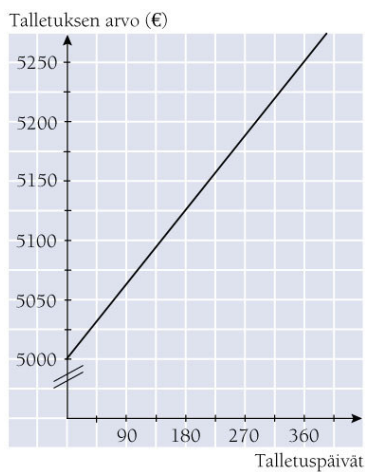
$y = 5,08.$

b)



151. a) $y = 0,70x + 5\,000$

b)



152. a) $T(x) = 110x$

b) $K(x) = 60x + 15\,000$

d) $110x = 60x + 15\,000$

$| -60x$

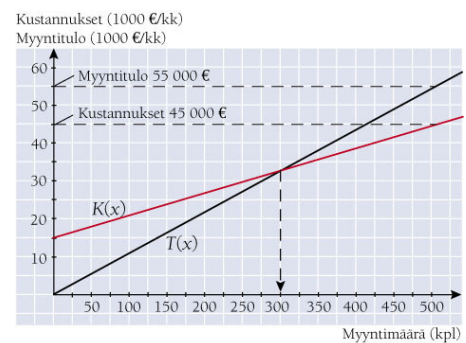
$50x = 15\,000$

$| : 50$

$x = 300 \text{ (kpl)}$

e) $55\,000 - 45\,000 = 10\,000 \text{ (€)}$

c)



153. a) $f(5) = 20 \cdot 5 + 600 = 700$

b) $f(6) = 20 \cdot 6 + 600 = 720$

c) $f(7) = 20 \cdot 7 + 600 = 740$

d) Funktion arvo kasvaa 20:llä.

154. a) $f\left(\frac{1}{2}\right) = -2 \cdot \frac{1}{2} + 6 = 5$

b) $f(-1) = -2 \cdot (-1) + 6 = 8$

c) $f\left(-\frac{1}{2}\right) = -2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 6 = 7$

d) Funktion arvo pienenee kahdella.

155. a) $f(60) = 0,06 \cdot 60 + 6 = 9,60$

Jos (soitettujen) puhelujen kesto on 60 minuuttia, kuukausimaksu on 9,60 €.

b) $f(240) = 0,06 \cdot 240 + 6 = 20,40$

Jos (soitettujen) puhelujen kesto on 240 minuuttia, kuukausimaksu on 20,40 €.

c) Perusmaksu saadaan, kun puheluiden kesto on 0 minuuttia.

$$f(0) = 0,06 \cdot 0 + 6 = 6 \text{ (€)}$$

Vastauksen 6 € voi päätellä myös suoraan funktion $f(x)$ lausekkeesta.

d) a- ja c-kohtien perusteella 60 minuuttia puheluita lisää kuukausimaksua

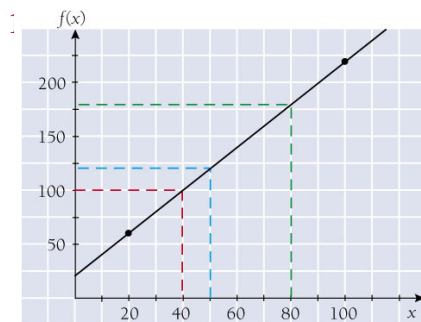
$$9,60 - 6 = 3,60 \text{ (€)}.$$

Yhden puheluminuutin hinta:

$$\frac{3,60}{60} = 0,06 \text{ (€)}$$

Vastauksen 0,06 € voi päätellä myös suoraan funktion $f(x)$ lausekkeesta.

156.



b) $f(50) = 120$

- c) $f(80) = 180$
d) $f(x) = 100$, kun $x = 40$

- 157.** a) $f(2) = -5 \cdot 2 + 100 = 90$
b) $f(3) = -5 \cdot 3 + 100 = 85$
c) $f(4) = -5 \cdot 4 + 100 = 80$
d) Funktion arvo pienenee viidellä.

- 158.** a) $f(3) = 3 \cdot 3 - \frac{1}{2} = 8,5$
b) $f(-2) = 3 \cdot (-2) - \frac{1}{2} = -6,5$
c) $f\left(\frac{1}{4}\right) = 3 \cdot \left(\frac{1}{4}\right) - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$
d) Funktion arvo kasvaa kolmella.

159. a) $f(3) = -150 \cdot 3 + 1400 = 950$

Jos kilohinta on 3 €, kuukausimyynti on 950 kg.

b) $f(6) = -150 \cdot 6 + 1400 = 500$

Jos kilohinta on 6 €, kuukausimyynti on 500 kg.

- c) a- ja b-kohtien perusteella 3 euron hinnannlisäys vähentää kuukausimyyntiä

$$950 - 500 = 450 \text{ (kg).}$$

Vähennys euroa kohti:

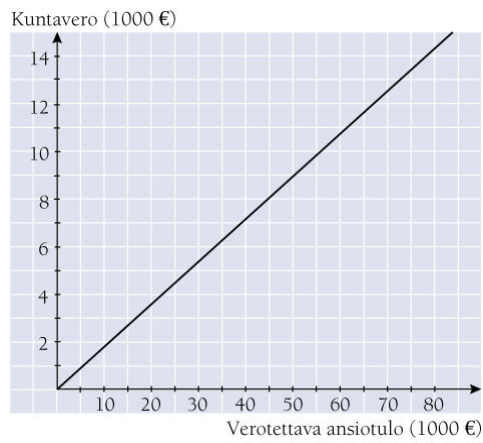
$$\frac{450}{3} = 150 \text{ (kg)}$$

Myynti laskee 150 kg. Tämän voi päätellä myös suoraan funktion $f(x)$ lausekkeesta.

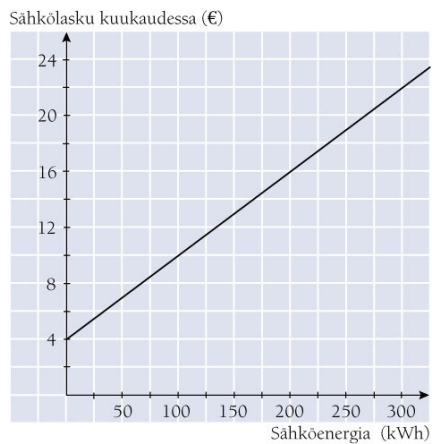
160. a) 1 800 €

b) 7 200 €

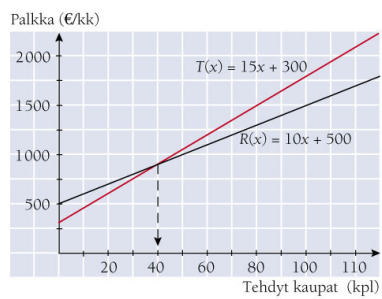
- c) 12 600 €
- d) 0,18x €
- e) $f(x) = 0,18x$



161. $f(x) = 0,06x + 4$



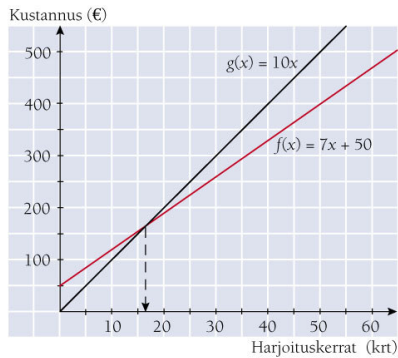
162. a) $R(x) = 10x + 500$, $T(x) = 15x + 300$



- b)
- c) Kuukausipalkat ovat samat, kun kauppoja on tehty 40 kpl/kk.

163. a) Jäsen $f(x) = 7x + 50$ ja ei jäsen $g(x) = 10x$

b)

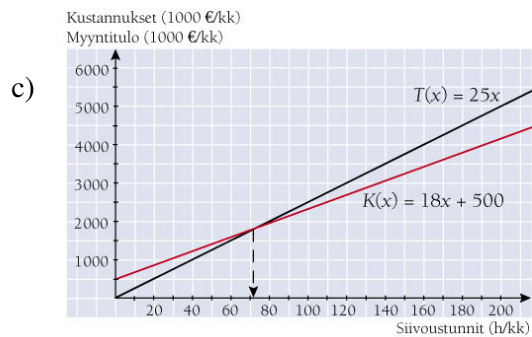


c) 17 kertaa

164. a) $T(x) = 25x$

b) $K(x) = 18x + 500$

c) noin 72 tuntia



Yhtälö

165. a) $2x + 3 = 9$ | - 3

$$2x = 6 \quad | : 2$$

$$x = 3$$

b) $8x + 2 = 5x + 17$ | - 2

$$8x = 5x + 15 \quad | - 5x$$

$$3x = 15 \quad | : 3$$

$$x = 5$$

166. a) $5x - 2 = 8$ | + 2

$$5x = 10 \quad | : 5$$

$$x = 2$$

$$\begin{aligned}
 \text{b)} \quad & 5x - 13 = 3x - 5 \quad | + 13 \\
 & 5x = 3x + 8 \quad | - 3x \\
 & 2x = 8 \quad | : 2 \\
 & x = 4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{167. a)} \quad & 8x - 110 = 5x + 190 \quad | + 110 \\
 & 8x = 5x + 300 \quad | - 5x \\
 & 3x = 300 \quad | : 3 \\
 & x = 100
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b)} \quad & 2(2 - x) = -5(x + 3) + 1 \\
 & 4 - 2x = -5x - 15 + 1 \\
 & 4 - 2x = -5x - 14 \quad | + 5x \\
 & 4 + 3x = -14 \quad | - 4 \\
 & 3x = -18 \quad | : 3 \\
 & x = -6
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{168. a)} \quad & \frac{x}{5} + 3 = 10 \quad | \cdot 5 \\
 & x + 15 = 50 \quad | - 15 \\
 & x = 35
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b)} \quad & \frac{x}{3} = x - 12 \quad | \cdot 3 \\
 & x = 3x - 36 \quad | - 2x \\
 & -2x = -36 \quad | : (-2) \\
 & x = 18
 \end{aligned}$$

169. a) $4 + 7x = 2 - (1 + x)$

$$4 + 7x = 2 - 1 - x$$

$$4 + 7x = 1 - x \quad | -4$$

$$7x = -3 - x \quad | +x$$

$$8x = -3 \quad | :8$$

$$x = -\frac{3}{8}$$

b) $2(x - 4) = 5 - 3(3x + 1)$

$$2x - 8 = 5 - 9x - 3$$

$$2x - 8 = 2 - 9x \quad | +8$$

$$2x = 10 - 9x \quad | +9x$$

$$11x = 10 \quad | :11$$

$$x = \frac{10}{11}$$

170. a) $-0,2x + 1,2 = 4,8 + 0,4x \quad | -1,2$

$$-0,2x = 3,6 + 0,4x \quad | -0,4x$$

$$-0,6x = 3,6 \quad | :(-0,6)$$

$$x = -6$$

b) $\frac{3x}{8} - 2 = \frac{x}{8} \quad | \cdot 8$

$$3x - 16 = x \quad | +16$$

$$3x = x + 16 \quad | -x$$

$$2x = 16 \quad | :2$$

$$x = 8$$

$$171. \text{ a) } \frac{x}{2} - \frac{1}{3} = \frac{x}{6} + 1 \quad | \cdot 6$$

$$\frac{6x}{2} - \frac{6}{3} = \frac{6x}{6} + 6$$

$$3x - 2 = x + 6 \quad | + 2$$

$$3x = x + 8 \quad | - x$$

$$2x = 8 \quad | : 2$$

$$x = 4$$

$$\text{b) } \frac{2x}{3} - \frac{3x}{5} = 7 + \frac{x}{15} - x \quad | \cdot 15$$

$$\frac{30x}{3} - \frac{45x}{5} = 105 + \frac{15x}{15} - 15x$$

$$10x - 9x = 105 + x - 15x$$

$$x = 105 - 14x \quad | + 14x$$

$$15x = 105 \quad | : 15$$

$$x = 7$$

$$172. \text{ a) } 1,2x + 150 = 210 \quad | - 150$$

$$1,2x = 60 \quad | : 1,2$$

$$x = 50$$

$$\text{b) } 1,2x + 150 = 270 \quad | - 150$$

$$1,2x = 120 \quad | : 1,2$$

$$x = 100$$

$$\text{c) } 1,2x + 150 = 750 \quad | - 150$$

$$1,2x = 600 \quad | : 1,2$$

$$x = 500$$

$$173. \quad 5 \cdot 3 - 3 = 3 \cdot 3 + 5$$

$$12 = 14 \text{ epätösi}$$

$$5 \cdot 4 - 3 = 3 \cdot 4 + 5$$

$$17 = 17 \text{ tosi}$$

$$5 \cdot 5 - 3 = 3 \cdot 5 + 5$$

$$22 = 20 \text{ epätosi}$$

Vastaus: $x = 4$

174. a) $x + 8 = 21$ $| - 8$

$$x = 13$$

b) $31 - x = 9$ $| - 31$

$$-x = -22 \quad | : (-1)$$

$$x = 22$$

c) $7x = 91$ $| : 7$

$$x = 13$$

d) $\frac{x}{8} = 9$ $| \cdot 8$

$$x = 72$$

e) $(x + 5) \cdot 2 = 30$

$$2x + 10 = 30 \quad | - 10$$

$$2x = 20 \quad | : 2$$

$$x = 10$$

175. a) $3(x - 2) = \frac{10 + 6x}{2}$ $| \cdot 2$

$$6x - 12 = 10 + 6x \quad | + 12$$

$$6x = 22 + 6x \quad | - 6x$$

$$0 = 22 \text{ epätosi}$$

Yhtälöllä ei ole ratkaisua.

$$\begin{aligned}
 \text{b)} \quad & x - 1 - (5x + 4) = 3 - 4(x + 2) \\
 & x - 1 - 5x - 4 = 3 - 4x - 8 \\
 & -4x - 5 = -5 - 4x \quad | + 5 \\
 & -4x = -4x \quad | + 4x \\
 & 0 = 0 \text{ tosi}
 \end{aligned}$$

Kaikki x :n arvot toteuttavat yhtälön.

$$\begin{aligned}
 \text{176. a)} \quad & 2x - (x - 3) = 5 + x \\
 & 2x - x + 3 = 5 + x \\
 & x + 3 = 5 + x \quad | - 3 \\
 & x = 2 + x \quad | - x \\
 & 0 = 2 \text{ epätosi}
 \end{aligned}$$

Yhtälöllä ei ole ratkaisua.

$$\begin{aligned}
 \text{b)} \quad & x - \frac{x-1}{2} = \frac{x+1}{2} - x \quad | \cdot 2 \\
 & 2x - \frac{2(x-1)}{2} = \frac{2(x+1)}{2} - 2x \\
 & 2x - (x-1) = x+1 - 2x \\
 & 2x - x + 1 = x+1 - 2x \\
 & x + 1 = -x + 1 \quad | - 1 \\
 & x = -x \quad | + x \\
 & 2x = 0 \quad | : 2 \\
 & x = 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{177. a)} \quad & 5x - 3(x - 2) = 1 - x \\
 & 5x - 3x + 6 = 1 - x \\
 & 2x + 6 = 1 - x \quad | - 6 \\
 & 2x = -5 - x \quad | + x
 \end{aligned}$$

$$3x = -5 \quad | : 3$$

$$x = -\frac{5}{3} = -1\frac{2}{3}$$

$$\text{b) } \frac{2}{3} - x = \frac{x}{4} + \frac{5}{6} \quad | \cdot 12$$

$$\frac{24}{3} - 12x = \frac{12x}{4} + \frac{60}{6}$$

$$8 - 12x = 3x + 10 \quad | - 3x$$

$$8 - 15x = 10 \quad | - 8$$

$$-15x = 2 \quad | : (-15)$$

$$x = -\frac{2}{15}$$

$$\mathbf{178. a) } 3x + 2a = 8a \quad | - 2a$$

$$3x = 6a \quad | : 3$$

$$x = 2a$$

$$\text{b) } 2x - 4a = 6 \quad | + 4a$$

$$2x = 6 + 4a \quad | : 2$$

$$x = \frac{6 + 4a}{2}$$

$$x = 3 + 2a$$

$$\text{c) } 5x - 5a = 12x - 26a \quad | + 5a$$

$$5x = 12x - 21a \quad | - 12x$$

$$-7x = -21a \quad | : (-7)$$

$$x = 3a$$

$$\mathbf{179.} \quad \text{sijoitetaan } x = -3$$

$$k(-3 + 2) = 1$$

$$k \cdot (-1) = 1$$

$$k = \frac{1}{-1} = -1$$

$$k = -1$$

180. a) $x + 8 = 3x - 8$ | - 8
 $x = 3x - 16$ | - 3x
 $-2x = -16$ | : (-2)
 $x = 8$

b) $12x - 10 = 2x + 10$ | + 10
 $12x = 2x + 20$ | - 2x
 $10x = 20$ | : 10
 $x = 2$

c) $19 - 9x = x + 29$ | - x
 $19 - 10x = 29$ | - 19
 $-10x = 10$ | : (-10)
 $x = -1$

181. a) $\frac{15 - 3x}{5} + 15 = 3x$

sijoitetaan $x = -5$

$$\frac{15 - 3 \cdot (-5)}{5} + 15 = 3 \cdot (-5)$$

$$\frac{30}{5} + 15 = -15$$

$$21 = -15 \quad \text{epätosi}$$

$$x = -5 \quad \text{ei ole yhtälön ratkaisu}$$

sijoitetaan $x = 5$

$$\frac{15 - 3 \cdot 5}{5} + 15 = 3 \cdot 5$$

$$\frac{0}{5} + 15 = 15$$

$$15 = 15 \quad \text{tosi}$$

$x = 5$ toteuttaa yhtälön

b) $\frac{3x}{2} - \frac{2x}{3} = 10$

sijoitetaan $x = -5$

$$\frac{3 \cdot (-5)}{2} - \frac{2 \cdot (-5)}{3} = 10$$

$$\overset{3)}{-15} - \overset{2)}{-10} = 10$$

$$\frac{-45}{6} - \frac{-20}{6} = 10$$

$$-\frac{25}{6} = 10 \quad \text{epätosi}$$

$x = -5$ ei toteuta yhtälöä

sijoitetaan $x = 5$

$$\frac{3 \cdot 5}{2} - \frac{2 \cdot 5}{3} = 10$$

$$\overset{3)}{15} - \overset{2)}{10} = 10$$

$$\frac{45}{6} - \frac{20}{6} = 10$$

$$\frac{25}{6} = 10 \quad \text{epätosi}$$

$x = 5$ ei toteuta yhtälöä

Kumpikaan arvo ei toteuta yhtälöä.

c) $3(x + 1) - 2x = x + 3$

sijoitetaan $x = -5$

$$3(-5 + 1) - 2 \cdot (-5) = -5 + 3$$

$$3 \cdot (-4) + 10 = -2$$

$$-12 + 10 = -2$$

$$-2 = -2 \quad \text{tosi}$$

$x = -5$ toteuttaa yhtälön

sijoitetaan $x = 5$

$$3(5 + 1) - 2 \cdot 5 = 5 + 3$$

$$3 \cdot 6 - 10 = 8$$

$$18 - 10 = 8$$

$$8 = 8 \quad \text{tosi}$$

$x = 5$ toteuttaa yhtälön

Molemmat arvot toteuttavat yhtälön.

182. a) $4(2x - 9) = 5(11 - x)$

$$8x - 36 = 55 - 5x \quad | + 36$$

$$8x = 91 - 5x \quad | + 5x$$

$$13x = 91 \quad | : 13$$

$$x = 7$$

b) $x - (2x + 3) = 2 - (4x - 2)$

$$x - 2x - 3 = 2 - 4x + 2$$

$$-x - 3 = 4 - 4x \quad | + 3$$

$$-x = 7 - 4x \quad | + 4x$$

$$3x = 7 \quad | : 3$$

$$x = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$$

c) $17p - (18p - 4) = 3 - 2p$

$$17p - 18p + 4 = 3 - 2p$$

$$-p + 4 = 3 - 2p \quad | - 4$$

$$-p = -1 - 2p \quad | + 2p$$

$$p = -1$$

183. a) $2x - 15 - (23 - 4x) = 5x - 36$

$$2x - 15 - 23 + 4x = 5x - 36$$

$$6x - 38 = 5x - 36 \quad | + 38$$

$$6x = 5x + 2 \quad | - 5x$$

$$x = 2$$

b) $x - 2(x - 5) = 2x + 1$

$$x - 2x + 10 = 2x + 1$$

$$-x + 10 = 2x + 1 \quad | - 10$$

$$-x = -9 \quad | - 2x$$

$$-3x = -9 \quad | : (-3)$$

$$x = 3$$

c) $-10 - y = -3(y + 20)$

$$-10 - y = -3y - 60 \quad | + 3y$$

$$-10 + 2y = -60 \quad | + 10$$

$$2y = -50 \quad | : 2$$

$$y = -25$$

184. a) $(x - 3) - (5 - 3x) = 2(x + 1)$

$$x - 3 - 5 + 3x = 2x + 2$$

$$4x - 8 = 2x + 2 \quad | + 8$$

$$4x = 2x + 10 \quad | - 2x$$

$$2x = 10 \quad | : 2$$

$$x = 5$$

b) $3x - 7 = x - 7 \quad | + 7$

$$3x = x \quad | - x$$

$$2x = 0 \quad | : 2$$

$$x = 0$$

$$\begin{aligned}
\text{c)} \quad & 3(x-5) - x = 2x + 15 \\
& 3x - 15 - x = 2x + 15 \\
& 2x - 15 = 2x + 15 && | + 15 \\
& 2x = 2x + 30 && | - 2x \\
& 0 = 30 \quad \text{epätösi} \\
& \text{Yhtälöllä ei ole ratkaisua.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{185. a)} \quad & x - \frac{x-2}{2} = 3 \\
& 2x - \frac{2(x-2)}{2} = 6 \\
& 2x - (x-2) = 6 \\
& 2x - x + 2 = 6 \\
& x + 2 = 6 && | - 2 \\
& x = 4
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{b)} \quad & \frac{3+x}{3} - \frac{3+x}{4} = 1 && | \cdot 12 \\
& \frac{12(3+x)}{3} - \frac{12(3+x)}{4} = 12 \\
& 4(3+x) - 3(3+x) = 12 \\
& 12 + 4x - 9 - 3x = 12 \\
& 3 + x = 12 && | - 3 \\
& x = 9
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{c)} \quad & \frac{9z-3}{4} - \frac{5z-11}{4} = 5 && | \cdot 4 \\
& \frac{4(9z-3)}{4} - \frac{4(5z-11)}{4} = 20 \\
& 9z - 3 - (5z - 11) = 20 \\
& 9z - 3 - 5z + 11 = 20 \\
& 4z + 8 = 20 && | - 8
\end{aligned}$$

$$4z = 12 \quad | : 4$$

$$z = 3$$

186. a) $\frac{x}{10} + \frac{5x-1}{4} = 2 + x \quad | \cdot 20$

$$\frac{20x}{10} + \frac{20(5x-1)}{4} = 40 + 20x$$

$$2x + 5(5x-1) = 40 + 20x$$

$$2x + 25x - 5 = 40 + 20x$$

$$27x - 5 = 40 + 20x \quad | + 5$$

$$27x = 45 + 20x \quad | - 20x$$

$$7x = 45 \quad | : 7$$

$$x = \frac{45}{7} = 6\frac{3}{7}$$

b) $\frac{2x+3}{3} - \frac{1-x}{2} = x \quad | \cdot 6$

$$\frac{6(2x+3)}{3} - \frac{6(1-x)}{2} = 6x$$

$$2(2x+3) - 3(1-x) = 6x$$

$$4x + 6 - 3 + 3x = 6x$$

$$7x + 3 = 6x \quad | - 3$$

$$7x = 6x - 3 \quad | - 6x$$

$$x = -3$$

c) $\frac{r}{8} + \frac{r}{4} + \frac{r}{2} + r = 60 \quad | \cdot 8$

$$\frac{8r}{8} + \frac{8r}{4} + \frac{8r}{2} + 8r = 480$$

$$r + 2r + 4r + 8r = 480$$

$$15r = 480 \quad | : 15$$

$$r = 32$$

$$\begin{aligned}
 187. \text{ a)} \quad \frac{3x+2}{2} - x &= \frac{x}{2} - 1 && | \cdot 2 \\
 \frac{2(3x+2)}{2} - 2x &= \frac{2x}{2} - 2 \\
 3x + 2 - 2x &= x - 2 \\
 x + 2 &= x - 2 && | - 2 \\
 x &= x - 4 && | - x \\
 0 &= -4 && \text{epätosi}
 \end{aligned}$$

Yhtälöllä ei ole ratkaisua.

$$\begin{aligned}
 \text{b)} \quad x - \frac{x-1}{2} &= 13 && | \cdot 2 \\
 2x - \frac{2(x-1)}{2} &= 26 \\
 2x - (x-1) &= 26 \\
 2x - x + 1 &= 26 \\
 x + 1 &= 26 && | - 1 \\
 x &= 25
 \end{aligned}$$

Yhtälöllä on yksi ratkaisu.

$$\begin{aligned}
 \text{c)} \quad 2(x+3) - x - 2 &= x + 4 \\
 2x + 6 - x - 2 &= x + 4 \\
 x + 4 &= x + 4 && | - 4 \\
 x &= x && | - x \\
 0 &= 0 && \text{tosi}
 \end{aligned}$$

Kaikki x :n arvot toteuttavat yhtälön, joten ratkaisuja on ääretön määrä.

$$\begin{aligned}
 188. \text{ a)} \quad x + 4 &= 6x && | - 4 \\
 x &= 6x - 4 && | - 6x \\
 -5x &= -4 && | : (-5) \\
 x &= \frac{-4}{-5} = 0,8
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b)} \quad (x-2) \cdot 5 &= x \\
 5x - 10 &= x && | + 10 \\
 5x &= x + 10 && | - x \\
 4x &= 10 \\
 x &= \frac{10}{4} = 2,5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c)} \quad 7x - 4 &= x + 8 && | + 4 \\
 7x &= x + 12 && | - x \\
 6x &= 12 && | : 6 \\
 x &= 2
 \end{aligned}$$

189. a) sijoitetaan $x = 8$

$$\begin{aligned}
 3,8 + m(8 - 6,5) &= 5,6 \\
 3,8 + 1,5m &= 5,6 && | - 3,8 \\
 1,5m &= 1,8 && | : 1,8 \\
 m &= \frac{1,8}{1,5} = 1,2
 \end{aligned}$$

b) sijoitetaan $x = 5$

$$\begin{aligned}
 \frac{k}{3} - \frac{k-5}{6} &= k \cdot 6 \\
 \frac{6k}{3} - \frac{6(k-5)}{6} &= 6k \\
 2k - (k-5) &= 6k \\
 2k - k + 5 &= 6k \\
 k + 5 &= 6k && | - 5 \\
 k &= 6k - 5 && | - 6k \\
 -5k &= -5 && | : (-5) \\
 k &= 1
 \end{aligned}$$

Ongelmasta yhtälöksi

- 190.** Merkitään palkan määrää x :llä.

$$x - 0,27x = 1\,600$$

$$0,73x = 1\,600 \quad | : 0,73$$

$$x = 2\,191,78 \text{ (€)}$$

Vastaus: Palkan pitää olla 2 191,78 €.

- 191.** Merkitään x :llä vuokraa ennen korotusta.

$$1,08x = 621 \quad | : 1,08$$

$$x = 575 \text{ (€)}$$

Vastaus: Vuokra oli ennen korotusta 575 €.

- 192.** Merkitään suurempaa osuutta x :llä.

$$x + 0,8x = 900$$

$$1,8x = 900 \quad | : 1,8$$

$$x = 500 \text{ (€)}$$

Pienempi osuus on $0,8 \cdot 500 = 400$ (€)

Vastaus: Osuudet ovat 500 € ja 400 €.

- 193.** Merkitään kysyttyä lainan suuruutta x :llä.

$$x - 0,01x - 200 = 15\,000$$

$$0,99x - 200 = 15\,000 \quad | + 200$$

$$0,99x = 15\,200 \quad | : 0,99$$

$$x = 15\,353,53\dots \approx 15\,354 \text{ (€)}$$

Vastaus: Laina on 15 354 €.

194. Merkitään Onnin osuutta x :llä.

$$x + 1,25x + 0,75x = 18\,000 \text{ €}$$

$$3x = 18\,000 \text{ €} \qquad | : 3$$

$$x = 6\,000 \text{ €}$$

Onni: 6 000 €

Voitto: $1,25 \cdot 6\,000 \text{ €} = 7\,500 \text{ €}$

Toivo: $0,75 \cdot 6\,000 \text{ €} = 4\,500 \text{ €}$

Vastaus: Onni saa 6 000 €, Voitto saa 7 500 € ja Toivo saa 4 500 €.

195. Merkitään lisättävän veden määrää x :llä.

suolan määrä: $0,14 \cdot 5 \text{ l} = 0,7 \text{ l}$

$$0,06 \cdot (5 + x) = 0,7$$

$$0,3 + 0,06x = 0,7$$

$$0,06x = 0,4 \qquad | : 0,06$$

$$x = 6,66\dots \approx 6,7 \text{ (l)}$$

Vastaus: Vettä pitää lisätä 6,7 litraa.

196. Merkitään etikan määrää x :llä. Veden määrä on tällöin $8 - x$. Etikan määrän pitää olla alku- ja lopputilanteessa sama.

$$0,1x = 0,03 \cdot 8$$

$$0,1x = 0,24 \qquad | : 0,1$$

$$x = 2,4 \text{ (l)}$$

Vettä käytetään $8 - 2,4 = 5,6 \text{ (l)}$

Vastaus: Etikkaa käytetään 2,4 litraa ja vettä 5,6 litraa.

197. Merkitään tarvittavan kivennäisveden määrää x :llä.

$$0,12 \cdot 1,5 = 0,04 (1,5 + 0,5 + x)$$

$$0,18 = 0,04 (2 + x)$$

$$\begin{array}{rcl}
0,18 = 0,08 + 0,04x & | - 0,04x \\
-0,04x + 0,18 = 0,08 & | - 0,18 \\
-0,04x = -0,1 & | : (-0,04)
\end{array}$$

$$x = \frac{-0,1}{-0,04} = 2,5 \text{ (l)}$$

Vastaus: Kivennäisvettä lisätään 1,5 litraa.

198. a) 1 120 €

b) 12 €

c) $f(5) = 1120 + 12 \cdot 5 = 1\ 180$

Kuukausipalkka on 1 180 €.

d) Merkitään ylityötuntien määrää x :llä.

$$1\ 120 + 12x = 1\ 300 \quad | - 1120$$

$$12x = 180 \quad | : 12$$

$$x = 15 \text{ (h)}$$

Vastaus: a) Normaalityöajan palkka on 1 120 €. b) Ylityötunnilta saatava korvaus on 12 €. c) Kuukausipalkka on 1 180 €. d) Ylityötunteja tarvitaan 15 tuntia.

199. Merkitään lyhyemmän sivun pituutta x :llä. Pidemmän sivun pituus on $x + 8$.

$$(x + 8) + (x + 8) + x + x = 64$$

$$4x = 48 \quad | : 4$$

$$x = 12$$

lyhyempi sivu: 12 cm

pidempi sivu: 12 cm + 8 cm = 20 cm

Vastaus: Suorakulmion sivut ovat 12 cm ja 20 cm.

200. Merkitään puheaikaa minuutteina x :llä.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad 4 + 0,10x &= 15 \quad | - 4 \\ 0,10x &= 11 \quad | : 0,10 \\ x &= 110 \text{ (min)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad 3 + 0,12x &= 4 + 0,10x & | - 3 - 0,10x \\ 0,12x - 0,10x &= 4 - 3 \\ 0,02x &= 1 & | : 0,02 \\ x &= 50 \text{ (min)} \end{aligned}$$

Vastaus: Puheaika on a) 110 min, b) 50 min.

201. Merkitään vohvelien määrää x :llä.

$$\begin{aligned} 220 + 2,30x &= 360 & | - 220 \\ 2,3x &= 140 & | : 2,3 \\ x &= 60,8 \approx 61 \text{ (kpl)} \end{aligned}$$

Vastaus: Vohveleita on myytävä 61 kpl.

202. Merkitään kuukausipalkkaa x :llä.

$$\begin{aligned} x - \left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x + \frac{1}{6}x\right) &= 200 & | \cdot 12 \\ 12x - 6x - 3x - 2x &= 2\,400 \\ x &= 2\,400 \text{ (€)} \end{aligned}$$

Vastaus: Kuukausipalkka on 2 400 €.

203. Merkitään lyhimmän osan pituutta x :llä.

$$\begin{aligned} 6 \text{ m} &= 600 \text{ cm} \\ 600 &= x + (x + 20) + (x + 20 + 20) + (x + 20 + 20 + 20) + (x + 20 + 20 + 20 + 20) \\ 600 &= 5x + 200 & | - 200 \\ 5x &= 400 & | : 5 \\ x &= 80 \end{aligned}$$

Lyhimmän osan pituus on 80 cm. Muiden osien pituudet ovat 100 cm, 120 cm, 140 cm ja 160 cm.

Vastaus: Metallitangon osat ovat 80 cm, 100 cm, 120 cm, 140 cm ja 160 cm.

204. Merkitään Teon osuutta x :llä.

$$x + \frac{2x}{3} + \frac{x}{2} = 80\,000 \quad | \cdot 6$$

$$6x + \frac{12x}{3} + \frac{6x}{2} = 480\,000$$

$$6x + 4x + 3x = 480\,000$$

$$13x = 480\,000 \quad | : 13$$

$$x = 36\,923,0769\dots \approx 36\,923,08$$

Teo: 36 923,08 €

$$\text{Leo} : \frac{1}{2} \cdot 36\,923,08 = 18\,461,54 \text{ €}$$

$$\text{Lea} : \frac{2}{3} \cdot 36\,923,08 = 24\,615,38 \text{ €}$$

Vastaus: Teo sai 36 923,08 €, Leo 18 461,54 € ja Lea 24 615,38 €.

205. Merkitään kaikkien äänien määrää x :llä.

$$0,085x = 13\,277 \quad | : 0,085$$

$$x = \frac{13\,277}{0,085}$$

$$x = 156\,200$$

Vastaus: Ääniä annettiin 156 200.

206. a) 4 800 kpl

b) vähenee 200 kpl

c) 3 600 kpl

d) Merkitään viikkojen määrää x :llä.

$$4\,800 - 200x = 2\,400 \quad | - 4\,800$$

$$-200x = -2\,400 \quad | : (-200)$$

$$x = 12 \text{ (viikon)}$$

e) Merkitään viikkojen määrää x :llä.

$$4\,800 - 200x = 0$$

$$-200x = -4\,800 \quad | : (-200)$$

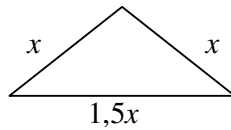
$$x = 24 \text{ (viikkoa)}$$

Vastaus: a) Varaston koko on 4 800 kpl. b) Varasto vähenee 200 kpl. c) Varaston koko on 3 600 kpl. d) Varasto on puolittunut 12 viikon jälkeen. e) Varastoa riittää 24 viikoksi.

207. $x + x + 1,5x = 140$

$$3,5x = 140 \quad | : 3,5$$

$$x = 40$$



$$1,5x = 1,5 \cdot 40 = 60$$

Vastaus: Kyljet 40 cm ja kanta 60 cm

208. Merkitään 60-prosenttisen alkoholin määrää x :llä. Varsinaisen alkoholin määrän tulee olla sama ennen sekoittamista ja sen jälkeen.

$$0,60x = 0,16 \cdot 2$$

$$0,60x = 0,32 \quad | : 0,60$$

$$x = 0,53 \text{ (l)}$$

$$2 - 0,53 = 1,47 \text{ (l)}$$

Vastaus: 0,53 litraa alkoholia ja 1,47 vettä.

209. Merkitään x :llä 1 800 euron rajan ylittävää palkan osaa.

$$(1800 + x) - 0,22 \cdot 1\,800 - 0,39x = 1\,800$$

$$1\,404 - 0,39x = 1\,800 \quad | - 1\,404$$

$$0,61x = 396 \quad | : 0,61$$

$$x = 649,1803\dots \approx 649,18$$

$$1\,800 + 649,18 = 2\,449,18$$

Vastaus: Palkan tulisi olla 2 449,18 €.

210. Merkitään toiseksi sijoittuneen palkintosummaa x :llä.

$$x + 1,5x + 0,4x = 12\,000$$

$$2,9x = 12\,000 \quad | : 2,9$$

$$x = 4\,137,9310\dots \approx 4\,137,93 \text{ (€)}$$

2. sija: 4 137,93 €

1. sija: $1,5 \cdot 4\,137,93 = 6\,206,90$ €

3. sija: $0,4 \cdot 4\,137,93 = 1\,655,17$ €

Vastaus: Palkintosummat ovat 4 137,93 €, 6 206,90 € ja 1 655,17 €.

211. Merkitään possujen määrää x :llä. Kanojen määrä on tällöin $34 - x$. Muodostetaan jalkojen määrästä yhtälö.

$$4x + 2(34 - x) = 92$$

$$4x + 68 - 2x = 92 \quad | - 68$$

$$2x = 24 \quad | : 2$$

$$x = 12$$

$$34 - x = 34 - 12 = 22$$

Vastaus: saparoja on 12 ja heltoja 22.

212. Merkitään ylityötuntien määrää x :llä.

$$37,5 \cdot 14 - 0,24 \cdot 37,5 \cdot 14 + 21x - 0,36 \cdot 21x = 500$$

$$13,44x + 399 = 500 \quad | - 399$$

$$13,44x = 101 \quad | : 13,44$$

$$x = 7,5$$

Vastaus: 8 ylityötuntia viikossa

- 213.** Merkitään pullapitkojen määrää x :llä.

$$3,30x - 1,40x - 20 = 60 \quad | + 20$$

$$1,9x = 80 \quad | : 1,9$$

$$x = 42,105\dots \approx 42,1$$

Vastaus: vähintään 43 pullapitkoa

- 214.** Merkitään 25-prosenttisen liuoksen määrää x :llä. 15-prosenttisen liuoksen määrä on tällöin $20 - x$.

Varsinaisen lipeän määrät liuoksissa:

$$25\text{-prosenttinen liuos: } 0,25x$$

$$15\text{-prosenttinen liuos: } 0,15 \cdot (20 - x)$$

Määrän tulee olla sama ennen ja jälkeen sekoittamisen.

$$0,25x + 0,15 \cdot (20 - x) = 0,18 \cdot 20$$

$$0,25x + 3 - 0,15x = 3,6 \quad | - 3$$

$$0,1x = 0,6 \quad | : 0,1$$

$$x = 6$$

$$20 - x = 20 - 6 = 14$$

Vastaus: 6 litraa 25 %:n liuosta ja 14 litraa 15%:n liuosta

- 215.** Merkitään vuotuista sähkönkulutusta kilowattitunteina x :llä.

$$12 \cdot 12 + 0,08x = 1\,200$$

$$144 + 0,08x = 1\,200 \quad | - 144$$

$$0,08x = 1\,056 \quad | : 0,08$$

$$x = 13\,200$$

Vastaus: 13 200 kWh:n vuotuisella kulutuksella.

Suhde ja verranto

216. a) $\frac{2 \text{ dl}}{10 \text{ dl}} = 1 : 5$

b) $\frac{1 \text{ dl}}{40 \text{ dl}} = 1 : 40$

c) $\frac{2 \text{ dl}}{5 \text{ dl}} = 2 : 5$

217. Merkitään tiivisteiden määrää x :llä.

$$x + 6x = 2,5$$

$$7x = 2,5 \quad | : 7$$

$$x = 0,3571\dots \approx 0,36$$

$$2,5 - 0,36 = 2,14$$

Vastaus: Mehutiivistettä 0,36 litraa ja vettä 2,14 litraa.

218. Merkitään Janin korttien määrää $4x$:llä. Jonin korttien määrä on tällöin $7x$.

$$4x + 7x = 788$$

$$11x = 788 \quad | : 11$$

$$x = 71,636\dots \approx 71,6$$

$$4 \cdot 71,6 = 286,4$$

$$7 \cdot 71,6 = 501,2$$

Vastaus: Janille 287 ja Jonille 501 korttia.

219. Merkitään pienintä osaa x :llä.

$$x + 4x + 9x = 340$$

$$14x = 340 \quad | : 14$$

$$x = 24,28571\dots \approx 24,286$$

$$4 \cdot 24,286 = 97,144 \approx 97,14$$

$$9 \cdot 24,286 = 218,574 \approx 218,57$$

Vastaus: 24,29 €, 97,14 € ja 218,57 €

- 220.** Merkitään pienimmän alueen kalkkimäärää $400x$:llä. Muiden alueiden määrät ovat tällöin $600x$ ja $700x$.

$$400x + 600x + 700x = 120$$

$$1700x = 120 \quad | : 1700$$

$$x = 0,070588... \approx 0,0706$$

$$400 \cdot 0,0706 = 28,24 \approx 28$$

$$600 \cdot 0,0706 = 42,36 \approx 42$$

$$700 \cdot 0,0706 = 49,42 \approx 49$$

Vastaus: 28 kg, 42 kg ja 49 kg

- 221.** Merkitään pienimmän paketin kustannuksia $5x$:llä. Muiden pakettien kustannukset ovat tällöin $13x$ ja $40x$

$$5x + 13x + 40x = 98$$

$$58x = 98 \quad | : 58$$

$$x = 1,689655... \approx 1,6897$$

$$5 \cdot 1,6897 = 8,4485 \approx 8,45$$

$$13 \cdot 1,6897 = 21,9661 \approx 21,97$$

$$40 \cdot 1,6897 = 67,588 \approx 67,59$$

Vastaus: 8,45 €, 21,97 € ja 67,59 € rahtikustannuksia.

222. a) $\frac{x}{6} = \frac{9}{2}$

$$2x = 6 \cdot 9$$

$$2x = 54 \quad | : 2$$

$$x = 27$$

$$\text{b) } \frac{3}{4} = \frac{9}{x}$$

$$3x = 4 \cdot 9$$

$$3x = 36 \quad | : 3$$

$$x = 12$$

$$\text{c) } \frac{5}{x} = \frac{30}{8}$$

$$30x = 5 \cdot 8$$

$$30x = 40 \quad | : 30$$

$$x = \frac{40}{30} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$$

$$\text{223. a) } \frac{x}{4} = \frac{8}{50}$$

$$50x = 4 \cdot 8$$

$$50x = 32 \quad | : 50$$

$$x = \frac{32}{50} = 0,64$$

$$\text{b) } \frac{15}{x} = \frac{4}{100}$$

$$4x = 15 \cdot 100$$

$$4x = 1\,500 \quad | : 4$$

$$x = 375$$

224. Merkitään veden määrää x :llä.

$$1\text{ l} = 10\text{ dl}$$

$$\frac{4}{10} = \frac{10}{x}$$

$$4x = 100$$

$$x = 25\text{ (dl)}$$

$$25 \text{ dl} = 2,5 \text{ l}$$

Vastaus: 2,5 litraa vettä

225. Merkitään kysyttyä dollarimäärää x :llä

$$\frac{120}{153,60} = \frac{1000}{x}$$

$$120x = 153,60 \cdot 1000$$

$$120x = 153\,600 \quad | : 120$$

$$x = 1\,280$$

Vastaus: 1 280 dollaria

226. a) $\frac{x}{2} = \frac{x+2}{4}$

$$4x = 2(x+2)$$

$$4x = 2x + 4 \quad | - 2x$$

$$2x = 4 \quad | : 2$$

$$x = 2$$

b) $\frac{x-1}{x+1} = \frac{10}{11}$

$$11(x-1) = 10(x+1)$$

$$11x - 11 = 10x + 10 \quad | + 11 - 10x$$

$$x = 21$$

c) $\frac{8}{7x} = \frac{40}{18-x}$

$$8(18-x) = 7x \cdot 40$$

$$144 - 8x = 280x \quad | + 8x$$

$$144 = 288x \quad | : 288$$

$$x = \frac{1}{2}$$

- 227.** Merkitään suolan määrää x :llä. Liuoksen yhteismäärä kilogrammoina on tällöin $0,4x$, koska litra vettä painaa yhden kilogramman.

$$\frac{x}{0,4 + x} = \frac{6}{100}$$

$$100x = 6(0,4 + x)$$

$$100x = 2,4 + 6x \quad | - 6x$$

$$94x = 2,4 \quad | : 94$$

$$x = 0,025531\dots \approx 0,0255 \text{ (kg)}$$

$$0,0255 \text{ kg} = 25,5 \text{ g}$$

Vastaus: 25,5 grammaa suolaa

228. a) $\frac{x}{9} = \frac{10}{3}$

$$3x = 9 \cdot 10$$

$$3x = 90 \quad | : 3$$

$$x = 30$$

b) $\frac{4}{10} = \frac{30}{x}$

$$4x = 10 \cdot 30$$

$$4x = 300 \quad | : 4$$

$$x = 75$$

c) $\frac{3,6}{x} = \frac{150}{25}$

$$150x = 3,6 \cdot 25$$

$$150x = 90 \quad | : 150$$

$$x = \frac{90}{150} = \frac{3}{5} = 0,6$$

- 229.** kananmunat:

$$\frac{2}{12} = \frac{x}{30}$$

$$12x = 2 \cdot 30$$

$$12x = 60 \quad | : 12$$

$$x = 5$$

sokeri ja perunajauhot:

$$\frac{1}{12} = \frac{x}{30}$$

$$12x = 1 \cdot 30$$

$$12x = 30 \quad | : 12$$

$$x = 2,5$$

vehnäjauhot:

$$\frac{3}{12} = \frac{x}{30}$$

$$12x = 3 \cdot 30$$

$$12x = 90 \quad | : 12$$

$$x = 7,5$$

leivinjauhe:

$$\frac{1}{12} = \frac{x}{30}$$

$$12x = 1 \cdot 30$$

$$12x = 30 \quad | : 12$$

$$x = 2,5$$

margarini:

$$\frac{25}{12} = \frac{x}{30}$$

$$12x = 25 \cdot 30$$

$$12x = 750 \quad | : 12$$

$$x = 62,5$$

Vastaus: 5 kananmunaa, 2,5 dl sokeria, 2,5 dl perunajauhoja, 7,5 rkl vehnäjauhoja, 2,5 tl leivinjauhetta ja 62,5 g margariinia tai voita.

230. Merkitään pienemmän osan suuruutta $2x$:llä. Isomman osan suuruus on tällöin $3x$.

$$2x + 3x = 6\,000$$

$$5x = 6\,000 \quad | : 5$$

$$x = 1\,200$$

$$2 \cdot 1\,200 = 2\,400$$

$$3 \cdot 1\,200 = 3\,600$$

Vastaus: 2 400 € ja 3 600 €

231. Merkitään kevyimmän osan painoa x :llä. Muiden osien painot ovat tällöin $5x$ ja $10x$.

$$x + 5x + 10x = 800$$

$$16x = 800 \quad | : 16$$

$$x = 50$$

$$5 \cdot 50 = 250$$

$$10 \cdot 50 = 500$$

Vastaus: 50 g, 250 g ja 500 g

232. Vettä tarvitaan laimennuksessa seitsemän kertaa niin paljon kuin tiivistettä.

a) $7 \cdot 0,5 \text{ l} = 3,5 \text{ l}$

$$3,5 \text{ l} + 0,5 \text{ l} = 4 \text{ l}$$

Vastaus: pienemmästä 4 litraa

b) $7 \cdot 0,95 \text{ l} = 6,65 \text{ l}$

$$6,65 \text{ l} + 0,95 \text{ l} = 7,6 \text{ l}$$

Vastaus: suuremmasta 7,6 litraa

233. a) Merkitään shampoon määrää x :llä.

$$\frac{1}{16} = \frac{x}{2}$$

$$16x = 2 \quad | : 16$$

$$x = 0,125 \text{ (l)}$$

$$0,125 \text{ l} = 125 \text{ ml}$$

b) Merkitään veden määrää x :llä.

$$\frac{1}{16} = \frac{473}{x}$$

$$1 \cdot x = 16 \cdot 473$$

$$x = 7\,568$$

$$7568 + 473 = 8041 \text{ (ml)}$$

$$8\,041 \text{ ml} = 8,041 \text{ l}$$

Vastaus: a) Shampoota lisätään 125 ml. b) Pesunestettä saadaan noin 8 litraa.

234. Merkitään Karlin osuutta $2\,500x$:llä. Brorin osuus on tällöin $3\,200x$ ja Henrikin osuus

$$(12\,000 - 2500 - 3200) \cdot x = 6\,300x$$

$$2\,500x + 3\,200x + 6\,300x = 38\,000$$

$$12\,000x = 38\,000 \quad | : 12\,000$$

$$x = 3,1666... \approx 3,17$$

Osuudet voitosta saadaan sentin tarkkuudella käyttämällä välituloksesta laskimen antamaa tarkkuutta.

$$2\,500 \cdot 3,1666... = 7\,916,666... \approx 7\,916,67$$

$$3\,200 \cdot 3,1666... = 10\,133,333... \approx 10\,133,33$$

$$6\,300 \cdot 3,1666... = 19\,950$$

Vastaus: Karl sai 7 916,67, Bror 10 133,33 ja Henrik 19 950 euroa.

235. a) $\frac{3}{10x} = \frac{6}{25}$

$$10x \cdot 6 = 3 \cdot 25$$

$$60x = 75 \quad | : 60$$

$$x = 1,25$$

$$\text{b)} \quad \frac{1}{x-2} = \frac{2}{3}$$

$$2(x-2) = 1 \cdot 3$$

$$2x - 4 = 3 \quad | + 3$$

$$2x = 7 \quad | : 2$$

$$x = 3,5$$

$$\text{c)} \quad \frac{x-2}{x+6} = \frac{x+1}{x-3}$$

$$(x-2)(x-3) = (x+6)(x+1)$$

$$x^2 - 3x - 2x + 6 = x^2 + x + 6x + 6$$

$$x^2 - 5x + 6 = x^2 + 7x + 6 \quad | - x^2$$

$$-5x + 6 = 7x + 6 \quad | - 6 - 7x$$

$$-12x = 0 \quad | : (-12)$$

$$x = 0$$

236. Merkitään pienemmän osan suuruutta x :llä. Isomman osan suuruus on tällöin $1,4x$

$$x + 1,4x = 3\,500$$

$$2,4x = 3\,500 \quad | : 2,4$$

$$x = 1\,458,333\dots \approx 1\,458,33$$

$$3\,500 - 1\,458,33 = 2\,041,67$$

Vastaus: 1 458,33 € ja 2 041,66 €

237. Erä kannattaa jakaa käänteisesti koko erän valmistamiseen kuluvien aikojen suhteessa. Merkitään nopeamman Pätjän osuutta $45x$:llä. Hitaamman Pekan osuus on tällöin $35x$.

$$45x + 35x = 20\,000$$

$$80x = 20\,000 \quad | : 80$$

$$x = 250$$

$$45 \cdot 250 = 11\,250$$

$$35 \cdot 250 = 8\,750$$

Vastaus: Pätkä 11 250 ja Pekka 8 750 kuusenjalkaa.

- 238.** Kun matka pysyy samana, siihen kulunut aika ja keskinopeus muuttuvat käänteisessä suhteessa. Merkitään ensimmäisen päivän aikaa $95x$:llä. Toisen päivän aika on tällöin $120x$.

$$95x + 120x = 155$$

$$215x = 155 \quad | : 215$$

$$x = 0,720930\dots \approx 0,7209 \text{ (min)}$$

$$95 \cdot 0,7209 = 68,4855 \approx 68,49 \text{ (min)}$$

$$120 \cdot 0,7209 = 86,508 \approx 86,51 \text{ (min)}$$

$$68,49 \text{ min} = 1 \text{ h } 8,49 \text{ min} = 1 \text{ h } 8 \text{ min} + 0,49 \cdot 60 \text{ s} = 1 \text{ h } 8 \text{ min } 29,4 \text{ s}$$

$$86,51 \text{ min} = 1 \text{ h } 26,51 \text{ min} = 1 \text{ h } 26 \text{ min} + 0,51 \cdot 60 \text{ s} = 1 \text{ h } 26 \text{ min } 30,8 \text{ s}$$

Vastaus: 1. päivänä aikaa kului 1 h 8 min 29 s ja 2. päivänä 1 h 26 min 31 s.

Verrannollisuus

- 239.**

Määrä (kg)	Hinta (€)
2,5	3
12	x

Hinta ja määrä ovat suoraan verrannolliset.

$$\frac{2,5}{12} = \frac{3}{x}$$

$$2,5x = 3 \cdot 12$$

$$2,5x = 36 \quad | : 2,5$$

$$x = 14,4$$

Vastaus: 14,40 €

240.

Määrä (g)	Hinta (€)
220	1,85
1 200	x

Rajahinta saadaan suoraan verrannollisuuden perusteella.

$$\frac{220}{1200} = \frac{1,85}{x}$$

$$220x = 1,85 \cdot 1\,200$$

$$220x = 2\,220 \quad | : 220$$

$$x = 10,0909\dots \approx 10,09$$

Vastaus: 10,09 €

241. a) $5 \cdot 1,325 = 6,625 \approx 6,63$ €

b) $60 \cdot 1,325 = 79,50$ €

c) $\frac{20}{1,325} = 15,0943\dots \approx 15,09$ (l)

d) $\frac{50}{1,325} = 37,7358\dots \approx 37,74$ (l)

Tehtävän voi ratkaista myös suoraan verrannollisuuden perusteella.

Vastaus: Bensiini maksaa a) 6,63 €, b) 79,50 €. Bensiiniä saa c) 15,09 litraa, d) 37,74 litraa.

242. Arvot saadaan suoraan verrannollisuuden perusteella.

$$\frac{2}{5} = \frac{10}{x}$$

$$2x = 5 \cdot 10$$

$$2x = 50 \quad | : 2$$

$$x = 25$$

$$\frac{2}{y} = \frac{10}{24}$$

$$10y = 2 \cdot 24$$

$$10y = 48 \quad | : 10$$

$$y = 4,8$$

243. Merkitään kysyttyä tuottoa x :llä.

$$\frac{733}{8\,500} = \frac{x}{23\,000}$$

$$8\,500x = 16\,859\,000 \quad | : 8\,500$$

$$x = 1\,983,411\dots \approx 1\,983,41$$

Vastaus: 1 983,41 €

244. Merkitään Ullan viikkorahaa u :lla ja Kaarlon k :lla.

Viikkoraha (€)	Ikä (v)
u	12
2,70	9
k	7

$$\frac{u}{2,70} = \frac{12}{9}$$

$$9u = 2,70 \cdot 12$$

$$9u = 32,4 \quad | : 9$$

$$u = 3,6$$

$$\frac{2,70}{k} = \frac{9}{7}$$

$$9k = 2,70 \cdot 7$$

$$9k = 18,9 \quad | : 9$$

$$k = 2,1$$

Vastaus: Ulla saa viikkorahaa 3,60 € ja Kaarlo 2,10 €.

245. Kun määräraha on sama, sauvojen hinta ja määrä ovat kääntäen verrannolliset.

$$\frac{15}{12} = \frac{x}{30}$$

$$12x = 15 \cdot 30$$

$$12x = 450 \quad | : 12$$

$$x = 37,5$$

Jos yksittäisiä sauvoja ei osteta, $x = 37$.

$$\frac{15}{y} = \frac{50}{30}$$

$$50y = 15 \cdot 30$$

$$50y = 450 \quad | : 50$$

$$y = 9$$

246.

Aika (min)	Nopeus (l/min)
50	140
x	190

Kun vesimäärä pysyy samana, pumpun nopeus ja tyhjentämiseen kuluva aika ovat kääntäen verrannolliset.

$$\frac{50}{x} = \frac{190}{140}$$

$$190x = 50 \cdot 140$$

$$190x = 7\,000 \quad | : 190$$

$$x = 36,842... \approx 37$$

Vastaus: 37 minuuttia

247.

Opiskelijoiden määrä	Kuluva aika (h)
8	12
5	x

Urakkaan kuluva aika ja siihen osallistuvien opiskelijoiden määrä ovat kääntäen verrannolliset.

$$\frac{8}{5} = \frac{x}{12}$$

$$5x = 12 \cdot 8$$

$$5x = 96 \quad | : 5$$

$$x = 19,2 \text{ (h)}$$

Vastaus: noin 19 tuntia

248.

Hinta (€/100g)	Määrä (g)
0,80	600
0,49	x

Kun viikkoraha on sama, karkkien määrä ja hinta ovat kääntäen verrannolliset.

$$\frac{0,80}{0,49} = \frac{x}{600}$$

$$0,49x = 0,80 \cdot 600$$

$$0,49x = 480 \quad | : 0,49$$

$$x = 979,59 \dots \approx 980$$

Vastaus: Marketista saa karkkeja 980 g.

249. a) $20 \cdot 26 = 30x$

$$30x = 520 \quad | : 30$$

$$x = 17,3333\dots \approx 17,33 \text{ (€)}$$

b) $20 \cdot 26 = 40x$

$$40x = 520 \quad | : 40$$

$$x = 13 \text{ €}$$

c) kääntäen verrannollisia

Vastaus: Kustannus on a) 17,33 €, b) 13 €. c) Matkustajien lukumäärä ja kustannus matkustajaa kohti ovat kääntäen verrannollisia.

250. a) suoraan

b) kääntäen

c) suoraan

d) ei kumpikaan

e) kääntäen

f) ei kumpikaan

251. Merkitään Jutan osuutta $1,8x$:llä. Juuson osuus on tällöin $3,2x$.

$$1,8x + 3,2x = 200$$

$$5x = 200 \quad | : 5$$

$$x = 40$$

$$1,8 \cdot 40 = 72$$

$$3,2 \cdot 40 = 128$$

Vastaus: Jutta sai 72 € ja Juuso 128 €.

252.

Euroa	Puntaa
300	207
420	x

Eurojen ja puntien määrä ovat suoraan verrannolliset.

$$\frac{300}{420} = \frac{207}{x}$$

$$300x = 420 \cdot 207$$

$$300x = 86\,940 \quad | : 300$$

$$x = 289,8$$

Vastaus: 289,80 punttaa.

253. Merkitään kaikkien vastaajien määrää x :llä.

$$0,46x = 785 \quad | : 0,46$$

$$x = 1\,706,521\dots \approx 1\,706,5$$

$$0,18 \cdot 1\,706,5 = 307,17 \approx 307$$

Vastaus: 307 vastaajaa

254. a) suoraan

b) ei kumpikaan

c) suoraan

d) kääntäen

255. a) Kun nopeus on vakio, aika ja matka ovat suoraan verrannolliset.

$$\frac{20}{x} = \frac{25}{120}$$

$$25x = 20 \cdot 120$$

$$25x = 2\,400 \quad | : 25$$

$$x = 96 \text{ (min)}$$

$$x = 96 \text{ min} = 1 \text{ h } 36 \text{ min}$$

$$2 \text{ h } 10 \text{ min} = 130 \text{ min}$$

$$\frac{20}{130} = \frac{25}{y}$$

$$20y = 130 \cdot 25$$

$$20y = 3\,250 \quad | : 20$$

$$y = 162,5 \text{ (km)}$$

b) Kun matka on vakio, nopeus ja aika ovat kääntäen verrannolliset.

$$\frac{20}{x} = \frac{20}{50}$$

$$20x = 20 \cdot 50$$

$$20x = 1\,000 \quad | : 20$$

$$x = 50 \text{ (km/h)}$$

$$\frac{20}{110} = \frac{y}{50}$$

$$110y = 20 \cdot 50$$

$$110y = 1\,000 \quad | : 110$$

$$y = 9,09\dots \approx 9 \text{ (min)}$$

256. Kävelijän nopeus:

$$\frac{2,7 \text{ km}}{30 \text{ min}} = 0,09 \text{ km/min}$$

a) $\frac{1,2 \text{ km}}{0,09 \text{ km/min}} = 13,333\dots \text{ min}$

b) $\frac{9 \text{ km}}{0,09 \text{ km/min}} = 100 \text{ min}$

Vastaus: a) 13 minuuttia b) 1 h 40 min

Tehtävän voi ratkaista myös suoraan verrannollisuuden perusteella.

257.

Keskinopeus (km/h)	Aika (min)
80	50
30	m
20	p
6	k

Kun matka pysyy samana, keskinopeus ja aika ovat kääntäen verrannolliset.

a) $\frac{80}{30} = \frac{m}{50}$

$$30m = 80 \cdot 50$$

$$30m = 4000 \quad | : 30$$

$$m = 133,33... \approx 133 \text{ (min)}$$

b) $\frac{80}{20} = \frac{p}{50}$

$$20p = 80 \cdot 50$$

$$20p = 4000 \quad | : 20$$

$$p = 200 \text{ (min)}$$

c) $\frac{80}{6} = \frac{k}{50}$

$$6k = 80 \cdot 50$$

$$6k = 4000 \quad | : 6$$

$$k = 666,66... \approx 667 \text{ (min)}$$

Vastaus: a) Vastaus: 2 h 13 min, b) Vastaus: 3 h 20 min, c) 11 h 7 min

258. Öljyn osuus bensiinin määrästä

$$\frac{0,251}{101} = 0,025 = 2,5\%$$

- a) $0,025 \cdot 4 \text{ l} = 0,1 \text{ l}$
- b) Merkitään bensiinimääriä x :llä ja y :llä.

$$0,025x = 1 \quad | : 0,025$$

$$x = 40$$

$$0,025y = 4 \quad | : 0,025$$

$$y = 160$$

Tehtävän voi ratkaista myös suoraan verrannollisuuden perusteella.

Vastaus: a) Vastaus: 0,1 litraa öljyä b) 40 litraa ja 160 litraa

259. Koska menoille ei ole annettu mitään lukuarvoa, merkitään niitä kirjaimilla.

Korko (%)	Korkomenot (€)
5	a
6	b

Korkoprosentti ja korkomenot ovat suoraan verrannolliset. Muodostetaan verranto ja ratkaistaan siitä b .

$$\frac{5}{6} = \frac{a}{b}$$

$$5b = 6a \quad | : 5$$

$$b = 1,2a$$

Koron nousun jälkeiset menot ovat 120 % aiemmista menoista. Nousu on

$$120 \% - 100 \% = 20 \%$$

Vastaus: 20 %

260.

Hammasluku	Pyörimisnopeus (kierrosta/min)
62	180
28	x

Hammasluku ja pyörimisnopeus ovat kääntäen verrannolliset.

$$\frac{62}{28} = \frac{x}{180}$$

$$28x = 62 \cdot 180$$

$$28x = 11\,160 \quad | : 28$$

$$x = 398,57\dots \approx 399$$

Vastaus: 399 kierrosta minuutissa

Kertaustehtäviä

261. a) $14 - x = 19 - 11x \quad | - 14 + 11x$

$$10x = 5 \quad | : 10$$

$$x = \frac{1}{2} = 0,5$$

b) $3(6 - 1,1x) = 1,7x - 2$

$$18 - 3,3x = 1,7x - 2 \quad | - 18 - 1,7x$$

$$-5x = -20 \quad | : (-5)$$

$$x = 4$$

c) $8x - (6 - x) = 5(x - 1)$

$$8x - 6 + x = 5x - 5$$

$$9x - 6 = 5x - 5 \quad | + 6 - 5x$$

$$4x = 1 \quad | : 4$$

$$x = \frac{1}{4} = 0,25$$

d) $\frac{x+7}{4} = \frac{x-3}{5}$

$$5(x+7) = 4(x-3)$$

$$5x + 35 = 4x - 12 \quad | - 35 - 4x$$

$$x = -47$$

262. a) $f(-3) = 1,5 \cdot (-3) + 6 = 1,5$

b) $f(5) = 1,5 \cdot 5 + 6 = 13,5$

c) $1,5x + 6 = 0 \quad | -6$

$$1,5x = -6 \quad | : 1,5$$

$$x = -4$$

d) $y = 1,5 \cdot 0 + 6 = 6$

263. $x + (x + 2,9) + (x + 2,9) = 16$

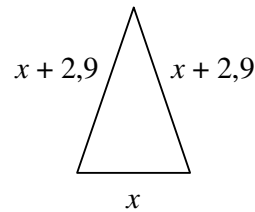
$$3x + 5,8 = 16 \quad | - 5,8$$

$$3x = 10,2 \quad | : 3$$

$$x = 3,4$$

$$3,4 + 2,9 = 6,3$$

Vastaus: 3,4 cm, 6,3 cm ja 6,3 cm



264. Merkitään Kaisan painoa x :llä. Matin paino on tällöin $1,5x$ ja Kallen $1,5x - 8$.

$$x + 1,5x + (1,5x - 8) = 200$$

$$4x - 8 = 200 \quad | + 8$$

$$4x = 208 \quad | : 4$$

$$x = 52$$

$$1,5 \cdot 52 = 78$$

$$1,5 \cdot 52 - 8 = 70$$

Vastaus: Kaisa painoi 52 kg, Matti 78 kg ja Kalle 70 kg.

265.

Paino (g)	Hinta (€)
250	1,60
x	5

Paino ja hinta ovat suoraan verrannolliset.

$$\frac{250}{x} = \frac{1,60}{5}$$

$$1,60x = 250 \cdot 5$$

$$1,60x = 1250 \quad | : 1,60$$

$$x = 781,25 \approx 780$$

Vastaus: Makkaraa saa noin 780 g.

266.

Keskinopeus (km/h)	Aika (h)
90	6
70	a
100	m

Kun matka pysyy samana, keskinopeus ja aika ovat kääntäen verrannolliset.

$$\text{a) } \frac{90}{70} = \frac{a}{6}$$

$$70a = 90 \cdot 6$$

$$70a = 540 \quad | : 70$$

$$a = 7,71428\dots \approx 7,714 \text{ (h)}$$

$$7,714 \text{ h} = 7 \text{ h} + 0,714 \cdot 60 \text{ min} = 7 \text{ h } 42,84 \text{ min} \approx 7 \text{ h } 43 \text{ min}$$

$$\text{b) } \frac{90}{100} = \frac{m}{6}$$

$$100m = 90 \cdot 6$$

$$100m = 540 \quad | : 100$$

$$m = 5,4 \text{ h}$$

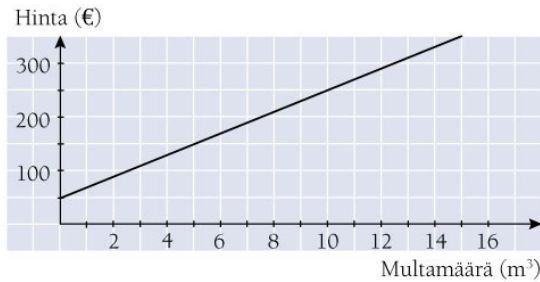
$$5,4 \text{ h} = 5 \text{ h} + 0,4 \cdot 60 \text{ min} = 5 \text{ h } 24 \text{ min}$$

Vastaus: Matka kestää a) 7 h 43 min b) 5 h 24 min.

Koska keskinopeus ja aika on annettu toisiaan vastaavissa yksiköissä, tehtävän voi ratkaista myös laskemalla ensin matkan pituuden $6 \cdot 90 = 540$ (km).

267. a) $y = 20x + 50$

b)



c) 7,5 kuutiota

268. Huoneistojen osuudet kustannuksista ovat $92x$, $68x$, $68x$ ja $115x$.

$$92x + 68x + 68x + 115x = 23\,500$$

$$343x = 23\,500 \quad | : 343$$

$$x = 68,513\dots \approx 68,5$$

Jotta osuudet saadaan sentin tarkkuudella oikein, välituloksena kannattaa käyttää laskimen antamaa tarkkuutta.

$$92 \cdot 68,513\dots = 6\,303,2069\dots \approx 6\,303,21$$

$$68 \cdot 68,513\dots = 4\,658,8921\dots \approx 4\,658,89$$

$$115 \cdot 68,513\dots = 7\,879,0087\dots \approx 7\,879,01$$

A:n osuus: 6 303,21 €

B:n ja C:n osuus: 4 658,89 €

D:n osuus: 7 879,01 €

Vastaus: Huoneistoille tulleet maksut ovat 6 303,21 €, 4 658,89 €, 4 658,89 € ja 7 879,01 €.

269.

Sivujen määrä	Lukuaika (min)
66	95
$762 - 66 = 696$	x

Sivujen määrä ja lukuaika ovat suoraan verrannolliset.

$$\frac{66}{696} = \frac{95}{x}$$

$$66x = 696 \cdot 95$$

$$66x = 66\,129 \quad | : 66$$

$$x = 1\,001,8181\dots \approx 1\,001,82 \text{ (min)}$$

$$1\,001,82 \text{ min} = \frac{1001,82}{60} \text{ h} = 16,697 \text{ h}$$

$$1001,82 \text{ min} - 16 \cdot 60 \text{ min} = 41,82 \text{ min} \approx 42 \text{ min}$$

Vastaus: Lukemiseen kuluu vielä 16 tuntia 42 minuuttia.

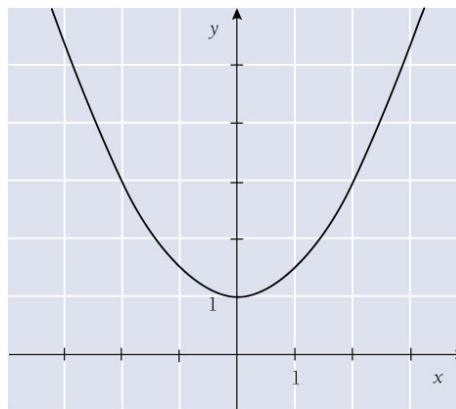
3 Toisen asteen yhtälö

Toisen asteen polynomifunktio

270. a)

x	$y = 0,5x^2 + 1$
0	1
0,5	1,125
-0,5	1,125
1	1,5
-1	1,5
1,5	2,125
-1,5	2,125
2	3
-2	3
2,5	4,125
-2,5	4,125

b)



271. Toisen asteen polynomifunktioita ovat $g(x)$ ja $h(x)$, koska niissä on x^2 -termit. Muut eivät ole, koska $f(x)$:ssä ei ole x^2 -termiä, $i(x)$:ssä x^2 on jakajana ja $j(x)$:ssä on x^3 -termi.

272. a) $f(x) = -2x^2 + 4x + 7$

b) $g(x) = x$

c) $h(x) = -x^2 + 12$

273. $f(0) = 2 \cdot 0^2 + 0 - 3 = -3$

$$f(-2) = 2 \cdot (-2)^2 + (-2) - 3 = 3$$

$$f(5) = 2 \cdot 5^2 + 5 - 3 = 52$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} - 3 = -2$$

274. a) $f(1) = 1^2 - 1 + 1 = 1$

b) $f(-10) = (-10)^2 - (-10) + 1 = 111$

$$c) \quad f\left(\frac{1}{5}\right) = \left(\frac{1}{5}\right)^2 - \frac{1}{5} + 1$$

$$= \frac{1}{25} - \frac{1}{5} + \frac{5}{5}$$

$$= \frac{1}{25} - \frac{5}{25} + \frac{25}{25} = \frac{21}{25}$$

$$275. \text{ a) } -(-4)^2 = -16$$

Piste on kuvaajalla.

$$b) \quad -\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = -\frac{1}{4}$$

Piste ei ole kuvaajalla.

$$276. \text{ a) } f(-4) = (-4)^2 = 16$$

$$b) \quad f(6) = -6^2 = -36$$

$$277. \quad f(x) = ax^2 + 1$$

$$f(2) = a \cdot 2^2 + 1 = 4a + 1$$

$$4a + 1 = 13 \quad | - 1$$

$$4a = 12 \quad | : 4$$

$$a = 3$$

Siis $f(x) = 3x^2 + 1$.

$$f(5) = 3 \cdot 5^2 + 1 = 3 \cdot 25 + 1 = 76$$

278. Ratkaistaan ensin vakio k .

$$f(v) = kv^2$$

$$f(60) = k \cdot 60^2 = 3\,600k$$

$$3\,600k = 36 \quad | : 3\,600$$

$$k = 0,01$$

- a) $0,01 \cdot 80^2 = 64$ (m)
- b) $0,01 \cdot 100^2 = 100$ (m)
- c) $0,01 \cdot 120^2 = 144$ (m)

Vastaus: Jarrutusmatka on a) 64 m, b) 100 m ja c) 144 m.

279. a) $x = 0$ ja $x = 5$

b) ei nollakohtia

c) $x = 0$

d) $x = -2$

280. a) $x \approx 1,0$ tai $x \approx -3,0$

b) $f(2) \approx -4,0$

c) $x \approx -3,3$ ja $x \approx 1,2$

d) $f(-1) \approx 5,0$

281. $h(x) = -x^2 - x + 3$

a) $h(1) = -1^2 - 1 + 3 = 1$

b) $h(-2) = -(-2)^2 - (-2) + 3 = 1$

c) $h(2) = -2^2 - 2 + 3 = -3$

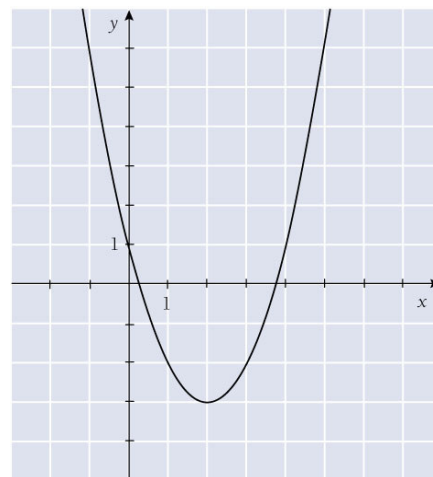
282. a) $f(x) = x^2 - 4x + 1$ b)

$$f(-1) = (-1)^2 - 4 \cdot (-1) + 1 = 6$$

$$f(0) = 0^2 - 4 \cdot 0 + 1 = 1$$

$$f(1) = 1^2 - 4 \cdot 1 + 1 = -2$$

$$f(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 + 1 = -3$$



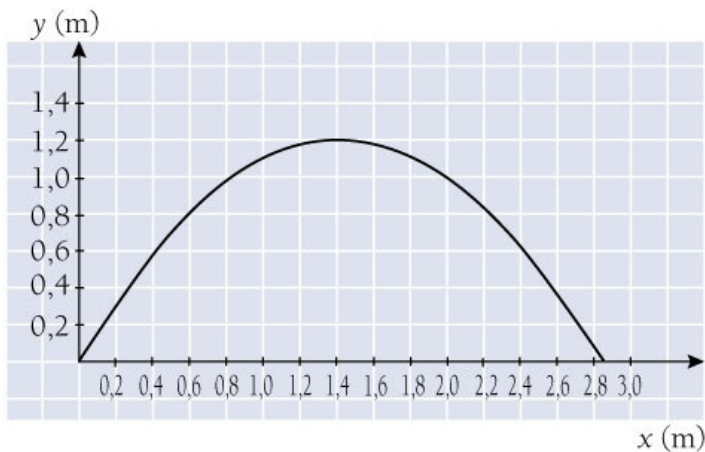
$$f(3) = 3^2 - 4 \cdot 3 + 1 = -2$$

c) $f(4) = 1, f(5) = 6$

d) $x \approx 0,3$ ja $x \approx 3,7$

283.

x	$f(x) = -0,6x^2 + 1,7x$	(x, y)
0	$f(0) = -0,6 \cdot 0^2 + 1,7 \cdot 0 = 0$	(0, 0)
0,5	$f(0,5) = -0,6 \cdot 0,5^2 + 1,7 \cdot 0,5 = 0,7$	(0,5; 0,7)
1	$f(1) = -0,6 \cdot 1^2 + 1,7 \cdot 1 = 1,1$	(1; 1,1)
1,5	$f(1,5) = -0,6 \cdot 1,5^2 + 1,7 \cdot 1,5 = 1,2$	(1,5; 1,2)
2	$f(2) = -0,6 \cdot 2^2 + 1,7 \cdot 2 = 1$	(2, 1)
2,5	$f(2,5) = -0,6 \cdot 2,5^2 + 1,7 \cdot 2,5 = 0,5$	(2,5; 0,5)



a) kyllä

b) n. 1 – 1,5 m ennen estettä

Vastaus: a) Hevonen ylittää esteen. b) Hevosen on ponnistettava n. 1–1,5 m ennen estettä.

284. Kuvassa kaikki a :n arvot ovat positiivisia. Kun a on pieni, paraabeli on laakea. Kun a on suuri, paraabeli on terävä.

- 285.** c :n arvon kasvattaminen nostaa paraabelia koordinaatistossa yhtä monta askelta ylöspäin, arvon pienentäminen vastaavasti laskee paraabelia.
- 286.** Funktiot $g(x)$ ja $j(x)$ ovat toisen asteen polynomifunktioita, koska niissä on x^2 -termit. $h(x)$ on ensimmäisen asteen funktio, $f(x)$ on neljännen asteen funktio ja $i(x)$:ssä x on jakajana.
- 287.** a) $f(x) = -x^2 + 10x - 9$
 b) $g(x) = -x^2 + x + 10$
 $g(-10) = -(-10)^2 + (-10) + 10 = -100$
- 288.** $g(x) = -3x^2 + \frac{1}{2}x - 3$
 $g(0) = -3 \cdot 0^2 + \frac{1}{2}x \cdot 0 - 3 = -3$
 $g(-1) = -3 \cdot (-1)^2 + \frac{1}{2} \cdot (-1) - 3 = -6\frac{1}{2}$
 $g(10) = -3 \cdot 10^2 + \frac{1}{2} \cdot 10 - 3 = -298$
 $g(\frac{1}{10}) = -3 \cdot (\frac{1}{10})^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{10} - 3 = -2,98$
- 289.** a) $f(-2) = -(-2)^2 + 2 \cdot (-2) + 1 = -7$
 b) $g(10) = -0,5 \cdot 10^2 + 0,5 \cdot 10 - 1 = -46$
- 290.** a) $x = 0$
 $f(0) = 2 \cdot 0^2 - 0 + 1 = 1$
 Vastaus: piste (0, 1) on kuvaajalla
 b) $x = 1$
 $f(1) = 2 \cdot 1^2 - 1 + 1 = 2$
 Vastaus: piste (1, 0) ei ole kuvaajalla
 c) $x = -\frac{2}{3}$

$$f\left(-\frac{2}{3}\right) = 2 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^2 - \left(-\frac{2}{3}\right) + 1 = 2 \cdot \frac{4}{9} + \frac{2}{3} + 1 = \frac{8}{9} + \frac{6}{9} + \frac{9}{9} = \frac{23}{9} = 2\frac{5}{9}$$

Vastaus: piste $\left(-\frac{2}{3}, \frac{23}{9}\right)$ on kuvaajalla

291. a) $f(-1) = -0,3 \cdot (-1)^2 + 3 = 2,7$

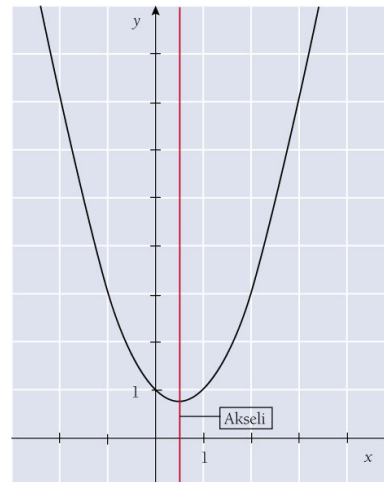
b) $x \approx -2,6$ tai $x \approx 2,6$

$$f(-2,6) = -0,3 \cdot (-2,6)^2 + 3 = 0,972 \approx 1$$

$$f(2,6) = -0,3 \cdot 2,6^2 + 3 = 0,972 \approx 1$$

292. Kuvaajien piirtämistä varten on laskettava funktion arvoja eri x :n arvoilla.

x	$f(x) = x^2 - x + 1$
-3	$f(-3) = (-3)^2 - (-3) + 1 = 13$
-2	$f(-2) = (-2)^2 - (-2) + 1 = 7$
-1	$f(-1) = (-1)^2 - (-1) + 1 = 3$
0	$f(0) = 0^2 - 1 + 1 = 1$
1	$f(1) = 1^2 - 1 + 1 = 1$
2	$f(2) = 2^2 - 2 + 1 = 3$
3	$f(3) = 3^2 - 3 + 1 = 7$



Kuvaaja ei leikkaa x -akselia. Funktiolla ei ole nollakohtia.

293. a) n. 155 m

b) n. 21 m

c) n. 30 m ja 130 m

Vastaus: a) Lyönti on 155 m. b) Pallon korkeus on 21 m. c) Pallo on 30 m:n ja 130 m:n päässä lyöjästä.

294. $f(3) = a \cdot 3^2 = 9a$

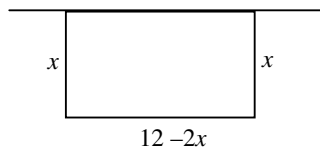
$$9a = 4 \quad | : 9$$

$$a = \frac{4}{9}$$

Siis $f(x) = \frac{4}{9}x^2$.

$$f(6) = \frac{4}{9} \cdot 6^2 = \frac{4}{9} \cdot 36 = 16$$

295. a) $12 - 2x$



b) $A(x) = x(12 - 2x)$

c) $A(0) = 0 \cdot (12 - 2 \cdot 0) = 0$

$$A(1) = 1 \cdot (12 - 2 \cdot 1) = 10$$

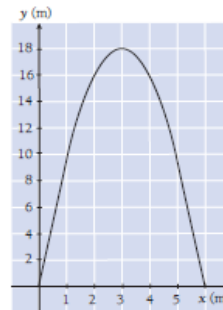
$$A(2) = 2 \cdot (12 - 2 \cdot 2) = 16$$

$$A(3) = 3 \cdot (12 - 2 \cdot 3) = 18$$

$$A(4) = 4 \cdot (12 - 2 \cdot 4) = 16$$

$$A(5) = 5 \cdot (12 - 2 \cdot 5) = 10$$

$$A(6) = 6 \cdot (12 - 2 \cdot 6) = 0$$



296.

Etäisyyden neliö tarkoittaa sen toista potenssia.

Painovoima (N)	Etäisyys (km)	Etäisyys ²
15 200	6 370	6 370 ²
x	6 370 + 15 = 6 385	6 385 ²

$$\frac{15\,200}{x} = \frac{6\,385^2}{6\,370^2}$$

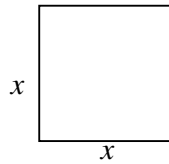
$$6\,385^2 \cdot x = 15\,200 \cdot 6\,370^2 \quad | : 6\,385^2$$

$$x = \frac{15\,200 \cdot 6\,370^2}{6\,385^2}$$

$$x = 15\,128,666\dots \approx 15\,100 \text{ (N)}$$

Vastaus: Paino on 15 100 N.

297. $p(x) = 4x$, $A(x) = x^2$



a) $p(1) = 4 \cdot 1 = 4$

$$p(2) = 4 \cdot 2 = 8$$

$$p(3) = 4 \cdot 3 = 12$$

$$p(4) = 4 \cdot 4 = 16$$

$$p(5) = 4 \cdot 5 = 20$$

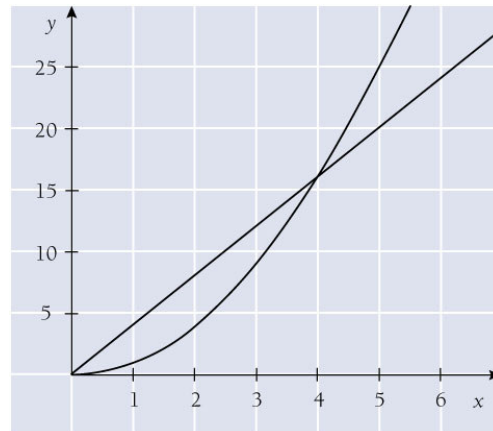
$$A(1) = 1^2 = 1$$

$$A(2) = 2^2 = 4$$

$$A(3) = 3^2 = 9$$

$$A(4) = 4^2 = 16$$

$$A(5) = 5^2 = 25$$



b) $4x = 10 \quad | : 4$

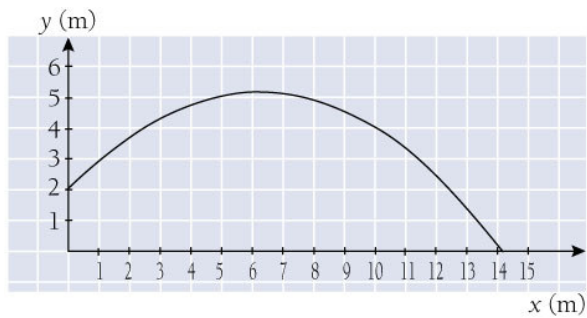
$$x = 2,5$$

$$A(2,5) = 2,5^2 = 6,25$$

298. a)

x	$y = -0,08x^2 + x + 2,0$
1,0	$-0,08 \cdot 1,0^2 + 1,0 + 2,0 = 2,92$
2,0	$-0,08 \cdot 2,0^2 + 2,0 + 2,0 = 3,68$
3,0	$-0,08 \cdot 3,0^2 + 3,0 + 2,0 = 4,28$
4,0	$-0,08 \cdot 4,0^2 + 4,0 + 2,0 = 4,72$
5,0	$-0,08 \cdot 5,0^2 + 5,0 + 2,0 = 5$
6,0	$-0,08 \cdot 6,0^2 + 6,0 + 2,0 = 5,12$
7,0	$-0,08 \cdot 7,0^2 + 7,0 + 2,0 = 5,08$
8,0	$-0,08 \cdot 8,0^2 + 8,0 + 2,0 = 4,88$
9,0	$-0,08 \cdot 9,0^2 + 9,0 + 2,0 = 4,52$
10,0	$-0,08 \cdot 10,0^2 + 10,0 + 2,0 = 4$
11,0	$-0,08 \cdot 11,0^2 + 11,0 + 2,0 = 3,32$
12,0	$-0,08 \cdot 12,0^2 + 12,0 + 2,0 = 2,48$
13,0	$-0,08 \cdot 13,0^2 + 13,0 + 2,0 = 1,48$
14,0	$-0,08 \cdot 14,0^2 + 14,0 + 2,0 = 0,32$
15,0	$-0,08 \cdot 15,0^2 + 15,0 + 2,0 = -1$

b)



- c) n. 14,2 m
- d) n. 4 m
- e) n. 1,9 m tai 10,5 m

Ratkaisukaava

299.

a) $2x^2 - 4x + 6 = 0$

$a = 2, b = -4$ ja $c = -6$

$$\text{b) } x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-6)}}{2 \cdot 2}$$

$$\text{c) } x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 48}}{4}$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{64}}{4} = \frac{4 \pm 8}{4}$$

$$x = \frac{4+8}{4} = \frac{12}{4} = 3 \text{ tai } x = \frac{4-8}{4} = \frac{-4}{4} = -1$$

Vastaus: $x = -1$ tai $x = 3$

$$\text{300. a) } x^2 + 4x + 3 = 0 \quad a = 1, b = 4 \text{ ja } c = 3$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2 \cdot 1}$$

$$= \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2}$$

$$= \frac{-4 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{-4 \pm 2}{2}$$

$$x = \frac{-4+2}{2} = -1 \text{ tai } x = \frac{-4-2}{2} = -3$$

Vastaus: $x = -3$ tai $x = -1$

$$\text{b) } 2x^2 + 8x = 42 \quad | -42$$

$$2x^2 + 8x - 42 = 0 \quad a = 2, b = 8 \text{ ja } c = -42$$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-42)}}{2 \cdot 2}$$

$$= \frac{-8 \pm 20}{4}$$

$$x = \frac{-8+20}{4} = 3 \text{ tai } x = \frac{-8-20}{4} = -7$$

Vastaus: $x = 3$ tai $x = -7$

301. a) $4y^2 + 4y + 1 = 0$ $a = 4, b = 4$ ja $c = 1$

$$y = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1}}{2 \cdot 4}$$
$$= \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 16}}{8} = \frac{-4 \pm 0}{8} = -\frac{1}{2}$$

Vastaus: $y = -\frac{1}{2}$

b) $-5x^2 - \frac{1}{2} = 2x$ $| -2x$

$$-5x^2 - 2x - \frac{1}{2} = 0 \quad a = -5, b = -2 \text{ ja } c = -\frac{1}{2}$$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot (-5) \cdot (-\frac{1}{2})}}{2 \cdot (-5)}$$
$$= \frac{2 \pm \sqrt{4 - 10}}{-10} = \frac{2 \pm \sqrt{-6}}{-10}$$

Vastaus: ei ratkaisua

302. a) TAPA 1

$$10\,000x^2 - 2\,000x + 100 = 0 \quad a = 10\,000, b = -2\,000 \text{ ja } c = 100$$

$$x = \frac{-(-2\,000) \pm \sqrt{(-2\,000)^2 - 4 \cdot 10\,000 \cdot 100}}{2 \cdot 10\,000}$$
$$= \frac{2\,000 \pm \sqrt{0}}{20\,000} = \frac{1}{10}$$

TAPA 2

$$10\,000x^2 - 2\,000x + 100 = 0 \quad | : 100$$

$$100x^2 - 20x + 1 = 0 \quad a = 100, b = -20 \text{ ja } c = 1$$

$$x = \frac{-(-20) \pm \sqrt{(-20)^2 - 4 \cdot 100 \cdot 1}}{2 \cdot 100}$$
$$= \frac{20 \pm 0}{200} = \frac{1}{10}$$

Vastaus: $x = \frac{1}{10}$

$$\text{b) } 10t^2 = 3 + 4t - 10t^2 \quad | -3 - 4t + 10t^2$$

$$20t^2 - 4t - 3 = 0 \quad a = 20, b = -4 \text{ ja } c = -3$$

$$t = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 20 \cdot (-3)}}{2 \cdot 20}$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{256}}{40} = \frac{4 \pm 16}{40}$$

$$t = \frac{4+16}{40} \text{ tai } t = \frac{4-16}{40}$$

$$\text{Vastaus: } t = \frac{1}{2} \text{ tai } t = -\frac{3}{10}$$

$$\text{303. a) } -x^2 - 2x + 1 = x(x + 1)$$

$$-x^2 - 2x + 1 = -x^2 - x \quad | +x^2 + x$$

$$-x + 1 = 0 \quad | -1$$

$$-x = -1 \quad | : (-1)$$

$$x = 1$$

$$\text{Vastaus: } x = 1$$

$$\text{b) } 0,1x^2 + 0,2x - 0,1 = 0,1x + 0,1 \quad | -0,1x - 0,1$$

$$0,1x^2 + 0,1x - 0,2 = 0$$

TAPA 1

$$a = 0,1, b = 0,1 \text{ ja } c = -0,2$$

$$x = \frac{-0,1 \pm \sqrt{0,1^2 - 4 \cdot 0,1 \cdot (-0,2)}}{2 \cdot 0,1}$$

$$= \frac{-0,1 \pm 0,3}{0,2}$$

$$x = \frac{-0,1+0,3}{0,2} = \frac{0,2}{0,2} = 1 \text{ tai } x = \frac{-0,1-0,3}{0,2} = \frac{-0,4}{0,2} = -2$$

TAPA 2

$$0,1x^2 + 0,1x - 0,2 = 0 \quad | \cdot 10$$

$$x^2 + x - 2 = 0 \quad a = 1, b = 1 \text{ ja } c = -2$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)}}{2 \cdot 1}$$

$$= \frac{-1 \pm 3}{2}$$

$$x = \frac{-1+3}{2} = 1 \text{ tai } x = \frac{-1-3}{2} = -2$$

Vastaus: $x = 1$ tai $x = -2$

304. a)
$$\frac{r-9}{4} = \frac{5}{-r}$$

$$(r-9) \cdot (-r) = 5 \cdot 4$$

$$-r^2 + 9r = 20 \quad | -20$$

$$-r^2 + 9r - 20 = 0 \quad a = -1, b = 9 \text{ ja } c = -20$$

$$r = \frac{-9 \pm \sqrt{(9)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-20)}}{2 \cdot (-1)}$$

$$= \frac{-9 \pm \sqrt{1}}{-2} = \frac{-9 \pm 1}{-2}$$

$$r = \frac{-9+1}{-2} = 4 \text{ tai } r = \frac{-9-1}{-2} = 5$$

Vastaus: $r = 4$ tai $r = 5$

b)
$$\frac{1}{3x} = \frac{3x-2}{8}$$

$$3x(3x-2) = 1 \cdot 8$$

$$9x^2 - 6x = 8 \quad | -8$$

$$9x^2 - 6x - 8 = 0 \quad a = 9, b = -6 \text{ ja } c = -8$$

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 9 \cdot (-8)}}{2 \cdot 9}$$

$$= \frac{6 \pm \sqrt{324}}{18} = \frac{6 \pm 18}{18}$$

$$x = \frac{6+18}{18} = \frac{24}{18} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3} \text{ tai } x = \frac{6-18}{18} = -\frac{12}{18} = -\frac{2}{3}$$

$$\text{Vastaus: } x = -\frac{2}{3} \text{ tai } x = 1\frac{1}{3}$$

305. a) TAPA 1 (ratkaisukaava)

$$3x^2 - 1587 = 0 \quad a = 3, b = 0 \text{ ja } c = -1587$$

$$x = \frac{-0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-1587)}}{2 \cdot 3}$$

$$= \frac{\pm \sqrt{19\,044}}{6} = \frac{\pm 138}{6}$$

$$x = \frac{138}{6} = 23 \text{ tai } x = \frac{-138}{6} = -23$$

TAPA 2

$$3x^2 - 1587 = 0 \quad | + 1587$$

$$3x^2 = 1587 \quad | : 3$$

$$x^2 = 529$$

$$x = \pm \sqrt{529}$$

$$x = \pm 23$$

$$\text{Vastaus: } x = 23 \text{ tai } x = -23$$

b) TAPA 1

$$x^2 + 81 = 0 \quad a = 1, b = 0 \text{ ja } c = 81$$

$$x = \frac{-0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \cdot 1 \cdot 81}}{2 \cdot 1} = \frac{\pm \sqrt{-324}}{2}$$

ei ratkaisua

TAPA 2

$$x^2 + 81 = 0 \quad | -81$$

$$x^2 = -81 \quad \text{aina epätosi, ei ratkaisua}$$

Vastaus: ei ratkaisua

306. a) $3x^2 + 2x - 3 = x^2 + 2x + 15 \quad | -x^2 - 2x - 15$

$$2x^2 - 18 = 0$$

TAPA 1 (ratkaisukaava)

$$a = 2, b = 0 \text{ ja } c = -18$$

$$x = \frac{-0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-18)}}{2 \cdot 2}$$

$$= \frac{\pm \sqrt{144}}{4} = \frac{\pm 12}{4}$$

$$x = \frac{12}{4} = 3 \text{ tai } x = \frac{-12}{4} = -3$$

TAPA 2

$$2x^2 - 18 = 0 \quad | + 18$$

$$2x^2 = 18 \quad | : 2$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm \sqrt{9}$$

$$x = \pm 3$$

Vastaus: $x = 3$ tai $x = -3$

b) $x(x + 10) = 10x + 100$

$$x^2 + 10x = 10x + 100 \quad | - 10x - 100$$

$$x^2 - 100 = 0$$

TAPA 1 (ratkaisukaava)

$$a = 1, b = 0 \text{ ja } c = -100$$

$$x = \frac{0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-100)}}{2 \cdot 1} = \frac{\pm \sqrt{400}}{2} = \frac{\pm 20}{2}$$

$$x = \frac{20}{2} = 10 \text{ tai } x = \frac{-20}{2} = -10$$

TAPA 2

$$x^2 - 100 = 0 \quad | + 100$$

$$x^2 = 100$$

$$x = \pm\sqrt{100}$$

$$x = \pm 10$$

Vastaus: $x = 10$ tai $x = -10$

307. a) TAPA 1 (ratkaisukaava)

$$-3z^2 + z = 0 \quad a = -3, b = 1 \text{ ja } c = 0$$

$$z = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 0}}{2 \cdot (-3)}$$

$$= \frac{-1 \pm 1}{-6}$$

$$z = \frac{-1+1}{-6} = 0 \text{ tai } z = \frac{-1-1}{-6} = \frac{1}{3}$$

TAPA 2

$$-3z^2 + z = 0$$

$$z(-3z + 1) = 0$$

$$z = 0 \text{ tai } -3z + 1 = 0 \quad | -1$$

$$-3z = -1 \quad | : (-3)$$

$$z = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3}$$

Vastaus: $z = 0$ tai $z = \frac{1}{3}$

b) $y^2 + 5y = 0$

TAPA 1 (ratkaisukaava)

$$a = 1, b = 5 \text{ ja } c = 0$$

$$y = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0}}{2 \cdot 1}$$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{-5 \pm 5}{2}$$

$$y = \frac{-5+5}{2} = 0 \text{ tai } y = \frac{-5-5}{2} = -5$$

TAPA 2

$$y^2 + 5y = 0$$

$$y(y + 5) = 0$$

$$y = 0 \text{ tai } y + 5 = 0 \quad | -5$$

$$y = -5$$

Vastaus: $y = 0$ tai $y = -5$

308. a) $x^2 = x \quad | -x$

$$x^2 - x = 0$$

TAPA 1 (ratkaisukaava)

$$a = 1, b = -1 \text{ ja } c = 0$$

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0}}{2 \cdot 1}$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{1 \pm 1}{2}$$

$$x = \frac{1+1}{2} = 1 \text{ tai } x = \frac{1-1}{2} = 0$$

TAPA 2

$$x^2 - x = 0$$

$$x(x - 1) = 0$$

$$x = 0 \text{ tai } x - 1 = 0 \quad | +1$$

$$x = 1$$

Vastaus: $x = 0$ tai $x = 1$

b) $2x^2 + 7x + 1 = 1 + 3x + x^2$

$$x^2 + 4x = 0$$

TAPA 1 (ratkaisukaava)

$$a = 1, b = 4 \text{ ja } c = 0$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0}}{2 \cdot 1}$$

$$= \frac{-4 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{-4 \pm 4}{2}$$

$$x = \frac{-4 + 4}{2} = 0 \text{ tai } x = \frac{-4 - 4}{2} = \frac{-8}{2} = -4$$

TAPA 2

$$x^2 + 4x = 0$$

$$x(x + 4) = 0$$

$$x = 0 \text{ tai } x + 4 = 0 \quad | -4$$

$$x = -4$$

Vastaus: $x = 0$ tai $x = -4$

309. $2x^2 + 3x + p = 0$

a) yhtälö toteutuu, kun $x = 0$

$$2 \cdot 0^2 + 3 \cdot 0 + p = 0$$

$$p = 0$$

$$2x^2 + 3x + 0 = 0$$

$$a = 2, b = 3 \text{ ja } c = 0$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 2 \cdot 0}}{2 \cdot 2}$$

$$= \frac{-3 \pm 3}{4}$$

$$x = \frac{-3 + 3}{4} = 0 \text{ tai } x = \frac{-3 - 3}{4} = \frac{-6}{4} = -1\frac{1}{2}$$

Vastaus: $p = 0$, toinen ratkaisu on $x = -1\frac{1}{2}$

b) yhtälö toteutuu, kun $x = -1$

$$2 \cdot (-1)^2 + 3 \cdot (-1) + p = 0$$

$$2 - 3 + p = 0 \quad | +1$$

$$-1 + p = 0$$

$$p = 1$$

$$2x^2 + 3x + 1 = 0 \quad a = 2, b = 3 \text{ ja } c = 1$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1}}{2 \cdot 2}$$

$$= \frac{-3 \pm \sqrt{1}}{4} = \frac{-3 \pm 1}{4}$$

$$x = \frac{-3+1}{4} = -\frac{1}{2} \text{ tai } x = \frac{-3-1}{4} = -1$$

Vastaus: $p = 1$, toinen ratkaisu on $x = -\frac{1}{2}$

310. a) $-2x^2 + 9x + 5 = 0 \quad a = -2, b = 9 \text{ ja } c = 5$

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{9^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 5}}{2 \cdot (-2)}$$

$$= \frac{-9 \pm \sqrt{121}}{-4} = \frac{-9 \pm 11}{-4}$$

$$x = \frac{-9+11}{-4} = -\frac{1}{2} \text{ tai } x = \frac{-9-11}{-4} = 5$$

Vastaus: $x = -\frac{1}{2}$ tai $x = 5$

b) $x^2 - 3x - 108 = 0 \quad a = 1, b = -3 \text{ ja } c = -108$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-108)}}{2 \cdot 1}$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{441}}{2} = \frac{3 \pm 21}{2}$$

$$x = \frac{3+21}{2} = 12 \text{ tai } x = \frac{3-21}{2} = -9$$

Vastaus: $x = 12$ tai $x = -9$

$$311. a) \quad 2z^2 - z = z^2 + 10z - 60 \quad | -z^2 - 10z + 60$$

$$z^2 - 11z + 60 = 0 \quad a = 1, b = -11 \text{ ja } c = 60$$

$$z = \frac{-(-11) \pm \sqrt{(-11)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 60}}{2 \cdot 1}$$

$$= \frac{11 \pm \sqrt{-119}}{2}$$

Vastaus: ei ratkaisua

$$b) \quad -x^2 = 100 - 20x \quad | + 20x - 100$$

$$-x^2 + 20x - 100 = 0 \quad a = -1, b = 20 \text{ ja } c = -100$$

$$x = \frac{-20 \pm \sqrt{20^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-100)}}{2 \cdot (-1)}$$

$$= \frac{-20 \pm \sqrt{0}}{-2} = \frac{-20}{-2} = 10$$

$$312. a) \quad (x - 6)(x - 8) = -30x - 120$$

$$x^2 - 6x - 8x + 48 = -30x - 120$$

$$x^2 - 14x + 48 = -30x - 120 \quad | + 30x + 120$$

$$x^2 + 16x + 168 = 0 \quad a = 1, b = 16 \text{ ja } c = 168$$

$$x = \frac{-16 \pm \sqrt{16^2 - 4 \cdot 1 \cdot 168}}{2 \cdot 1}$$

$$= \frac{-16 \pm \sqrt{-416}}{2}$$

Vastaus: ei ratkaisua

$$b) \quad \frac{-x}{3-8x} = \frac{-1}{3x}$$

$$-x \cdot 3x = -1 \cdot (3 - 8x)$$

$$-3x^2 = -3 + 8x \quad | + 3 - 8x$$

$$-3x^2 - 8x + 3 = 0 \quad a = -3, b = -8 \text{ ja } c = 3$$

$$x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 3}}{2 \cdot (-3)}$$

$$= \frac{8 \pm \sqrt{100}}{-6} = \frac{8 \pm 10}{-6}$$

$$x = \frac{8+10}{-6} = -3 \text{ tai } x = \frac{8-10}{-6} = \frac{1}{3}$$

$$\text{Vastaus: } x = -3 \text{ tai } x = \frac{1}{3}$$

313. $x^3 - x(x^2 + x + 2) - 1 = 0$

$$x^3 - x^3 - x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$-x^2 - 2x - 1 = 0 \quad a = -1, b = -2 \text{ ja } c = -1$$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-1)}}{2 \cdot (-1)}$$

$$= \frac{2 \pm 0}{-2} = -1$$

$$\text{Vastaus: } x = -1$$

314. a) $2z^2 - z = z^2 + 2z$ $| -z^2 - 2z$

$$z^2 - 3z = 0$$

TAPA 1 (ratkaisukaava)

$$a = 1, b = -3 \text{ ja } c = 0$$

$$z = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0}}{2 \cdot 1}$$

$$= \frac{3 \pm 3}{2}$$

$$z = \frac{3+3}{2} = 3 \text{ tai } z = \frac{3-3}{2} = 0$$

TAPA 2

$$z^2 - 3z = 0$$

$$z(z - 3) = 0$$

$$z = 0 \text{ tai } z - 3 = 0 \quad | +3$$

$$z = 3$$

$$\text{Vastaus: } z = 0 \text{ tai } z = 3$$

b) TAPA 1 (ratkaisukaava)

$$4x^2 - 25 = 0 \quad a = 4, b = 0 \text{ ja } c = -25$$

$$x = \frac{-0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-25)}}{2 \cdot 4}$$

$$= \frac{\pm \sqrt{400}}{8} = \frac{\pm 20}{8}$$

$$x = \frac{20}{8} = 2\frac{1}{2} \text{ tai } x = \frac{-20}{8} = -2\frac{1}{2}$$

TAPA 2

$$4x^2 - 25 = 0 \quad | + 25$$

$$4x^2 = 25 \quad | : 4$$

$$x^2 = \frac{25}{4}$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{25}{4}}$$

$$x = \pm \frac{5}{2}$$

$$\text{Vastaus: } x = 2\frac{1}{2} \text{ tai } -2\frac{1}{2}$$

315. a) TAPA 1

$$200\,000x^2 + 90\,000x + 200\,000 = 0$$

$$a = 200\,000, b = 90\,000 \text{ ja } c = 200\,000$$

$$x = \frac{-90\,000 \pm \sqrt{90\,000^2 - 4 \cdot 200\,000 \cdot 200\,000}}{2 \cdot 200\,000}$$

$$= \frac{-90\,000 \pm \sqrt{-151\,900\,000\,000}}{400\,000} \quad \text{ei ratkaisua}$$

TAPA 2

$$200\,000x^2 + 90\,000x + 200\,000 = 0 \quad | : 10\,000$$

$$20x^2 + 9x + 20 = 0 \quad a = 20, b = 9 \text{ ja } c = 20$$

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{9^2 - 4 \cdot 20 \cdot 20}}{2 \cdot 20}$$

$$= \frac{-9 \pm \sqrt{-1\,519}}{40}$$

Vastaus: ei ratkaisua

$$\text{b) } 0,0003x^2 - 0,001x + 8\,000 = 8\,000 \quad | - 8\,000$$

$$0,0003x^2 - 0,001x = 0$$

TAPA 1 (ratkaisukaava)

$$a = 0,0003, b = -0,001 \text{ ja } c = 0$$

$$x = \frac{-(-0,001) \pm \sqrt{(-0,001)^2 - 4 \cdot 0,0003 \cdot 0}}{2 \cdot 0,0003}$$

$$= \frac{0,001 \pm \sqrt{0,000001}}{0,0006} = \frac{0,001 \pm 0,001}{0,0006}$$

$$x = \frac{0,001 + 0,001}{0,0006} = 3\frac{1}{3} \text{ tai } x = \frac{0,001 - 0,001}{0,0006} = 0$$

TAPA 2

$$0,0003x^2 - 0,001x = 0$$

$$x(0,0003x - 0,001) = 0$$

$$x = 0 \text{ tai } 0,0003x - 0,001 = 0 \quad | + 0,001$$

$$0,0003x = 0,001 \quad | : 0,0003$$

$$x = \frac{0,001}{0,0003} = 3\frac{1}{3}$$

$$\text{Vastaus: } x = 0 \text{ tai } x = 3\frac{1}{3}$$

$$\mathbf{316. a) } x(4x + 1) + 100 = x \left(1 + \frac{200}{x} \right)$$

$$4x^2 + x + 100 = x + 200 \quad | - x - 200$$

$$4x^2 - 100 = 0$$

TAPA 1 (ratkaisukaava)

$$a = 4, b = 0 \text{ ja } c = -100$$

$$x = \frac{-0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-100)}}{2 \cdot 4}$$

$$= \frac{\pm \sqrt{1600}}{8} = \frac{\pm 40}{8}$$

$$x = \frac{40}{8} = 5 \text{ tai } x = \frac{-40}{8} = -5$$

TAPA 2

$$4x^2 - 100 = 0 \quad | + 100$$

$$4x^2 = 100 \quad | : 4$$

$$x^2 = 25$$

$$x = \pm \sqrt{25}$$

$$x = \pm 5$$

Vastaus: $x = 5$ tai $x = -5$

b) $(y + 12)^2 = 2(y + 72)$

$$(y + 12)(y + 12) = 2y + 144$$

$$y^2 + 12y + 12y + 144 = 2y + 144$$

$$y^2 + 24y + 144 = 2y + 144 \quad | - 2y - 144$$

$$y^2 + 22y = 0$$

TAPA 1 (ratkaisukaava)

$$a = 1, b = 22 \text{ ja } c = 0$$

$$y = \frac{-22 \pm \sqrt{22^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0}}{2 \cdot 1}$$

$$= \frac{-22 \pm \sqrt{484}}{2} = \frac{-22 \pm 22}{2}$$

$$y = \frac{-22 + 22}{2} = 0 \text{ tai } y = \frac{-22 - 22}{2} = -22$$

TAPA 2

$$y^2 + 22y = 0$$

$$y(y + 22) = 0$$

$$y = 0 \text{ tai } y + 22 = 0 \quad | -22$$

$$y = -22$$

Vastaus: $y = 0$ tai $y = -22$

317. a) TAPA 1 (ratkaisukaava)

$$x(x + 0,5) = 0$$

$$-x^2 - 0,5x = 0 \quad a = -1, b = -0,5 \text{ ja } c = 0$$

$$x = \frac{-(-0,5) \pm \sqrt{(-0,5)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 0}}{2 \cdot (-1)}$$

$$= \frac{0,5 \pm \sqrt{0,25}}{-2} = \frac{0,5 \pm 0,5}{-2}$$

$$x = \frac{0,5 + 0,5}{-2} = -0,5 \text{ tai } x = \frac{0,5 - 0,5}{-2} = 0$$

TAPA 2

$$-x(x + 0,5) = 0$$

$$-x = 0 \text{ tai } x + 0,5 = 0 \quad | -0,5$$

$$x = -0,5$$

Vastaus: $x = 0$ tai $x = -0,5$

b) $-x(x + 0,5) = 1$

$$-x^2 - 0,5x - 1 = 0 \quad a = -1, b = -0,5 \text{ ja } c = -1$$

$$x = \frac{-(-0,5) \pm \sqrt{(-0,5)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-1)}}{2 \cdot (-1)}$$

$$x = \frac{-(-0,5) \pm \sqrt{(-0,5)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-1)}}{2 \cdot (-1)}$$

$$= \frac{0,5 \pm \sqrt{-3,75}}{-2}$$

Vastaus: ei ratkaisua

318. $ax^2 + 26x = 13 \quad | - 13$

$$ax^2 + 26x - 13 = 0 \quad a = a, b = 26 \text{ ja } c = -13$$

$$x = \frac{-26 \pm \sqrt{26^2 - 4 \cdot a \cdot (-13)}}{2 \cdot a}$$

Yhtälöllä on vain yksi ratkaisu, jos neliöjuurimerkin sisällä olevan lausekkeen arvo on nolla.

$$26^2 - 4 \cdot a \cdot (-13) = 0$$

$$676 + 52a = 0 \quad | - 676$$

$$52a = -676 \quad | : 52$$

$$a = -13$$

Ratkaisukaavan käyttö edellyttää, että yhtälön toisen asteen termin kerroin $a \neq 0$.

Jos $a = 0$, yhtälö on 1. asteen yhtälö, jolla on yksi ratkaisu.

$$26x = 13 \quad | : 26$$

$$x = \frac{1}{2}$$

Vastaus: $a = -13$ tai $a = 0$

319. Ratkaistaan molemmat yhtälöt. Ensimmäisen yhtälön voisi ratkaista myös ilman ratkaisukaavaa.

$$5x^2 - 245 = 0 \quad a = 5, b = 0 \text{ ja } c = -245$$

$$x = \frac{-0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-245)}}{2 \cdot 5}$$

$$= \frac{\pm \sqrt{4900}}{10} = \frac{\pm 70}{10}$$

$$x = 7 \text{ tai } x = -7$$

$$x^2 - 2x = 35 \quad | - 35$$

$$x^2 - 2x - 35 = 0 \quad a = 1, b = -2 \text{ ja } c = -35$$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-35)}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{144}}{2} = \frac{2 \pm 12}{2}$$

$$x = \frac{2+12}{2} = 7 \text{ tai } x = \frac{2-12}{2} = -5$$

$$x = 7 \text{ tai } x = -5$$

Vastaus: yhteinen juuri 7, toiset juuret -7 ja -5

320. $2x^2 - 25x = 7x - 2x^2$ $| + 2x^2 - 7x$

$$4x^2 - 32x = 0$$

TAPA 1 (ratkaisukaava)

$$a = 4, b = -32 \text{ ja } c = 0$$

$$x = \frac{-(-32) \pm \sqrt{(-32)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 0}}{2 \cdot 4}$$

$$= \frac{32 \pm \sqrt{1024}}{8} = \frac{32 \pm 32}{8}$$

$$x = \frac{32+32}{8} = 8 \text{ tai } x = \frac{32-32}{8} = 0$$

TAPA 2

$$4x^2 - 32x = 0$$

$$x(4x - 32) = 0$$

$$x = 0 \text{ tai } 4x - 32 = 0 \quad | + 32$$

$$4x = 32 \quad | : 4$$

$$x = 8$$

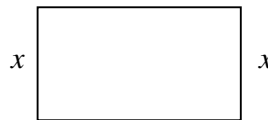
Vastaus: arvoilla $x = 8$ ja $x = 0$

Toisen asteen yhtälön sovelluksia

321.

a) Piiri on 18 cm.

$$\text{Leveys on } \frac{18-2x}{2} = 9-x.$$



b) $x(9-x)$

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad x(9-x) &= 20 \\ 9x - x^2 &= 20 && | -20 \\ 9x - x^2 - 20 &= 0 \\ -x^2 + 9x - 20 &= 0 && a = -1, b = 9 \text{ ja } c = -20 \end{aligned}$$

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{9^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-20)}}{2 \cdot (-1)}$$

$$= \frac{-9 \pm 1}{-2}$$

$$x = \frac{-9+1}{-2} \text{ tai } x = \frac{-9-1}{-2}$$

$$x = 4 \text{ tai } x = 5$$

$$\text{Kun } x = 4, 9 - x = 9 - 4 = 5.$$

$$\text{Kun } x = 5, 9 - x = 9 - 5 = 4.$$

Vastaus: Suorakulmion mitat ovat 4 cm ja 5 cm.

$$\mathbf{322.} \quad x(x+5) = 750$$

$$x^2 + 5x - 750 = 0$$

$$a = 1, b = 5 \text{ ja } c = -750$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-750)}}{2 \cdot 1}$$

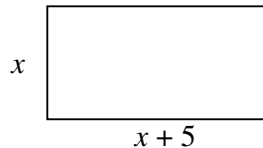
$$= \frac{-5 \pm \sqrt{3\,025}}{2} = \frac{-5 \pm 55}{2}$$

$$x = \frac{-5+55}{2} \text{ tai } x = \frac{-5-55}{2}$$

$$x = 25 \text{ tai } x = -30 \text{ ei käy}$$

$$\text{toinen sivu: } 25 + 5 = 30$$

Vastaus: pituus 25 cm ja leveys 30 cm



323.

$$(10 - 2x)(15 - 2x) = 75$$

$$150 - 20x - 30x + 4x^2 = 75 \quad | - 75$$

$$4x^2 - 50x + 75 = 0$$

$$a = 4, b = -50 \text{ ja } c = 75$$

$$x = \frac{-(-50) \pm \sqrt{(-50)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 75}}{2 \cdot 4}$$

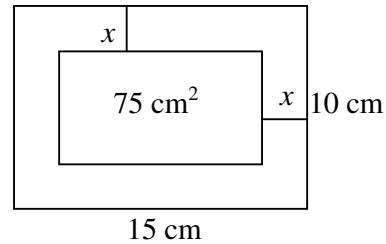
$$= \frac{50 \pm \sqrt{1300}}{8} \approx \frac{50 \pm 36,06}{8}$$

$$x = \frac{50 + 36,06}{8} = 10,76$$

ei käy, koska tulos on liian suuri

$$\text{tai } x = \frac{50 - 36,06}{8} = 1,74$$

Vastaus: 1,7 cm



324.

$$(2 + 2x)(7 + 2x) - 2 \cdot 7 = 10$$

$$14 + 4x + 14x + 4x^2 - 14 - 10 = 0$$
$$4x^2 + 18x - 10 = 0$$

$$a = 4, b = 18 \text{ ja } c = -10$$

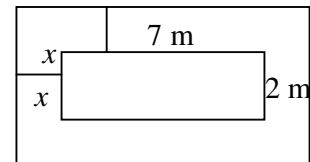
$$x = \frac{-18 \pm \sqrt{18^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-10)}}{2 \cdot 4}$$

$$= \frac{-18 \pm \sqrt{484}}{8} = \frac{-18 \pm 22}{8}$$

$$x = \frac{-18 + 22}{8} \text{ tai } x = \frac{-18 - 22}{8}$$

$$x = \frac{1}{2} \text{ tai } x = -5 \text{ ei käy}$$

Vastaus: 0,5 m



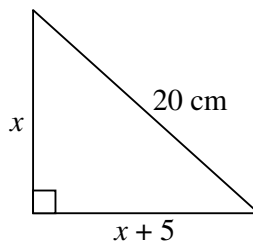
325. Ratkaistaan Pythagoraan lauseen avulla: $a^2 + b^2 = c^2$

$$x^2 + (x + 5)^2 = 20^2$$

$$x^2 + (x + 5)(x + 5) = 400$$

$$x^2 + x^2 + 5x + 5x + 25 = 400 \quad | - 400$$

$$2x^2 + 10x - 375 = 0$$



$$a = 2, b = 10 \text{ ja } c = -375$$

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{10^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-375)}}{2 \cdot 2}$$

$$= \frac{-10 \pm \sqrt{3100}}{4} \approx \frac{-10 \pm 55,68}{4}$$

$$x = \frac{-10 + 55,68}{4} = 11,42 \text{ tai } x = \frac{-10 - 55,68}{4} = -16,42 \text{ ei käy}$$

$$\text{toinen kateetti: } 11,42 + 5 = 16,42$$

Vastaus: 11,4 cm ja 16,4 cm

326. a) pienempi: x

yhtä suurempi: $x + 1$

b) $x(x + 1) = 110$

c) $x(x + 1) = 110 \quad | - 110$

$$x^2 + x - 110 = 0$$

$$a = 1 \qquad b = 1 \qquad c = -110$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-110)}}{2 \cdot 1}$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{441}}{2} = \frac{-1 \pm 21}{2}$$

$$x = \frac{-1 + 21}{2} \text{ tai } x = \frac{-1 - 21}{2}$$

$$x = 10 \text{ tai } x = -11$$

Yhtä suuremmat luvut ovat 11 ja -10

Vastaus: 10 ja 11 tai -11 ja -10

- 327.** Merkitään pienempää luvuista x :llä, jolloin suurempi on $x + 1$. Luvun neliö on sen toinen potenssi.

$$x^2 + (x + 1)^2 = 85$$

$$x^2 + (x + 1)(x + 1) = 85$$

$$x^2 + x^2 + x + x + 1 = 85 \quad | - 85$$

$$2x^2 + 2x - 84 = 0 \quad a = 2, b = 2 \text{ ja } c = -84$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-84)}}{2 \cdot 2}$$

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{676}}{4} = \frac{-2 \pm 26}{4}$$

$$x = \frac{-2 + 26}{4} \text{ tai } x = \frac{-2 - 26}{4}$$

$$x = 6 \text{ tai } x = -7$$

Yhtä suuremmat kokonaisluvut ovat 7 ja -6 .

Vastaus: 6 ja 7 tai -7 ja -6

328.

- a) Kun pienempi parillinen luku on $2x$, seuraava parillinen luku on $2x + 2$.

$$2x(2x + 2) = 624 \quad | - 624$$

$$4x^2 + 4x - 624 = 0 \quad a = 4, b = 4 \text{ ja } c = -624$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-624)}}{2 \cdot 4}$$

$$= \frac{-4 \pm \sqrt{10\,000}}{8} = \frac{-4 \pm 100}{8}$$

$$x = \frac{-4 + 100}{8} = 12 \text{ tai } x = \frac{-4 - 100}{8} = -13$$

Tapaus $x = 12$:

$$2x = 2 \cdot 12 = 24$$

$$2x + 2 = 24 + 2 = 26$$

Tapaus $x = -13$:

$$2x = 2 \cdot (-13) = -26$$

$$2x + 2 = -26 + 2 = -24$$

Vastaus: 24 ja 26 tai -26 ja -24

- b) Kun pienempi kolmella jaollinen luku on $3x$, sitä seuraava kolmella jaollinen luku on $3x + 3$.

$$3x(3x + 3) = 648 \quad | - 648$$

$$9x^2 + 9x - 648 = 0 \quad a = 9, b = 9 \text{ ja } c = -648$$

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{9^2 - 4 \cdot 9 \cdot (-648)}}{2 \cdot 9}$$

$$= \frac{-9 \pm \sqrt{23\,409}}{18} = \frac{-9 \pm 153}{18}$$

$$x = \frac{-9 + 153}{18} = 8 \text{ tai } x = \frac{-9 - 153}{18} = -9$$

Tapaus $x = 8$:

$$3x = 24$$

$$3x + 3 = 24 + 3 = 27$$

Tapaus $x = -9$:

$$3x = -27$$

$$3x + 3 = -27 + 3 = -24$$

Vastaus: 24 ja 27 tai -27 ja -24

- 329.** a) TAPA 1 (ratkaisukaava)

$$x^2 = 5 \quad | - 5$$

$$x^2 - 5 = 0 \quad a = 1, b = 0 \text{ ja } c = -5$$

$$x = \frac{0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5)}}{2 \cdot 1}$$

$$= \frac{\pm\sqrt{20}}{2}$$

$$x = \frac{\sqrt{20}}{2} \text{ tai } x = \frac{-\sqrt{20}}{2}$$

TAPA 2

$$x^2 = 5$$

$$x = \pm\sqrt{5}$$

$$x = \sqrt{5} \text{ tai } x = -\sqrt{5}$$

$$\text{Vastaus: } x = \frac{\sqrt{20}}{2} = \sqrt{5} \text{ tai } x = \frac{-\sqrt{20}}{2} = -\sqrt{5}$$

b) TAPA 1 (ratkaisukaava)

$$2y^2 + y = y^2 + y + 6 \quad | -y^2 - y - 6$$

$$y^2 - 6 = 0 \quad a = 1, b = 0 \text{ ja } c = -6$$

$$y = \frac{0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6)}}{2 \cdot 1}$$

$$= \frac{\pm\sqrt{24}}{2}$$

$$y = \frac{\sqrt{24}}{2} \text{ tai } y = \frac{-\sqrt{24}}{2}$$

TAPA 2

$$y^2 - 6 = 0$$

$$y^2 = 6$$

$$y = \pm\sqrt{6}$$

$$y = \sqrt{6} \text{ tai } y = -\sqrt{6}$$

$$\text{Vastaus: } y = \frac{\sqrt{24}}{2} = \sqrt{6} \text{ tai } y = \frac{-\sqrt{24}}{2} = -\sqrt{6}$$

330. a) $x^2 + 2x - 1 = 0$ $a = 1, b = 2$ ja $c = -1$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1)}}{2 \cdot 1}$$

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{8}}{2}$$

Vastaus: $x = \frac{-2 + \sqrt{8}}{2}$ tai $x = \frac{-2 - \sqrt{8}}{2}$

b) $2s^2 = -6s - 2$ $| + 6s + 2$

$$2s^2 + 6s + 2 = 0 \quad a = 2, b = 6 \text{ ja } c = 2$$

$$s = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2}}{2 \cdot 2}$$

$$= \frac{-6 \pm \sqrt{20}}{4}$$

Vastaus: $s = \frac{-6 + \sqrt{20}}{4}$ tai $s = \frac{-6 - \sqrt{20}}{4}$

331. a) $-4s^2 - 4s + 1 = 0$ $a = -4, b = -4$ ja $c = 1$

$$s = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot (-4) \cdot 1}}{2 \cdot (-4)}$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{32}}{-8}$$

Vastaus: $s = \frac{4 + \sqrt{32}}{-8}$ tai $s = \frac{4 - \sqrt{32}}{-8}$

b) $3x^2 - 2x = 303 - 2x$ $| - 303 + 2x$

$$3x^2 - 303 = 0$$

TAPA 1 (ratkaisukaava)

$$a = 3, b = 0 \text{ ja } c = -303$$

$$x = \frac{0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-303)}}{2 \cdot 3}$$

$$= \frac{\pm \sqrt{3636}}{6}$$

$$x = \frac{\sqrt{3636}}{6} \text{ tai } x = \frac{-\sqrt{3636}}{6}$$

TAPA 2

$$3x^2 - 303 = 0 \quad | + 303$$

$$3x^2 = 303 \quad | : 3$$

$$x^2 = 101$$

$$x = \pm\sqrt{101}$$

$$x = \sqrt{101} \text{ tai } x = -\sqrt{101}$$

$$\text{Vastaus: } x = \frac{\sqrt{3636}}{6} = \sqrt{101} \text{ tai } x = \frac{-\sqrt{3636}}{6} = -\sqrt{101}$$

332. Vuonna 1980 syntynyt henkilö on x vuotta vanha vuonna $1980 + x$.

$$x^2 = 1980 + x \quad | -1980 - x$$

$$x^2 - x - 1980 = 0$$

$$a = 1, b = -1 \text{ ja } c = -1980$$

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1980)}}{2 \cdot 1}$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{7921}}{2}$$

$$= \frac{1 \pm 89}{2}$$

$$x = \frac{1+89}{2} = 45 \text{ tai } x = \frac{1-89}{2} = -44 \text{ ei käy}$$

$$1980 + 45 = 2025$$

Vastaus: vuonna 2025, jolloin hän on 45-vuotias

333. $x(500 - 20x) = 1000 \quad | - 1000$

$$-20x^2 + 500x - 1000 = 0$$

$$a = -20, b = 500 \text{ ja } c = -1000$$

$$x = \frac{-500 \pm \sqrt{500^2 - 4 \cdot (-20) \cdot (-1000)}}{2 \cdot (-20)}$$

$$= \frac{-500 \pm \sqrt{170\,000}}{-40}$$

$$x \approx \frac{-500 + 412,31}{-40} = 2,19225 \text{ tai } x \approx \frac{-500 - 412,31}{-40} = 22,80775 \text{ ei käy}$$

Vastaus: Makkaran hinnaksi on pantava 2,20 €.

334.

Nopeus (km/h)	Nopeus ²	Jarrutusmatka
50	50 ²	28
x	x^2	80

$$\frac{50^2}{x^2} = \frac{28}{80}$$

$$28x^2 = 50^2 \cdot 80$$

$$28x^2 = 200\,000 \quad | : 28$$

$$x^2 = 7142,857\dots$$

Ratkaistaan neliöjuurella.

$$x = \sqrt{7142,857\dots} = 84,513\dots \approx 85 \quad \text{tai}$$

$$x = -\sqrt{7142,857\dots} = -84,513\dots \approx -85 \text{ ei käy}$$

Yhtälön voi ratkaista myös ratkaisukaavalla.

Vastaus: Auton voi arvioida liikkuneen vähintään nopeudella 85 km/h.

335. Merkitään x :llä korkokerrointa, joka esim. 3 %:n korolle olisi 1,03.

Talletusten arvot vuoden 2009 alussa:

$$2007: \quad x \cdot x \cdot 1\,000 = 1\,000x^2 \text{ (€)}$$

$$2008: \quad x \cdot 2\,000 = 2\,000x \text{ (€)}$$

$$1\,000x^2 + 2\,000x = 3\,202,50 \quad | - 3\,202,50$$

$$1\,000x^2 + 2\,000x - 3\,202,50 = 0 \quad a = 1\,000, b = 2\,000 \text{ ja } c = -3\,202,50$$

$$x = \frac{-2\,000 \pm \sqrt{2\,000^2 - 4 \cdot 1\,000 \cdot (-3\,202,50)}}{2 \cdot 1\,000}$$

$$x = \frac{-2000 \pm \sqrt{16810000}}{2000} = \frac{-2000 \pm 4100}{2000}$$

$$x = \frac{-2000 + 4100}{2000} = 1,05 \text{ tai } x = \frac{-2000 - 4100}{2000} = -3,05 \text{ ei käy}$$

Korkokerroin on 1,05. Korko on $105\% - 100\% = 5\%$.

Vastaus: 5 %:n korko

336. $2x \cdot 2x + 3x(x + 1) = 4$

$$4x^2 + 3x^2 + 3x = 4 \quad | -4$$

$$7x^2 + 3x - 4 = 0 \quad a = 7, b = 3 \text{ ja } c = -4$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 7 \cdot (-4)}}{2 \cdot 7}$$

$$= \frac{-3 \pm \sqrt{121}}{14}$$

$$x = \frac{-3 + 11}{14} = \frac{8}{14} = \frac{4}{7} \text{ tai } x = \frac{-3 - 11}{14} = -1 \text{ ei käy}$$

Vastaus: $x = \frac{4}{7}$

337. Merkitään ensimmäistä lukua x :llä. Sitä seuraava luku on $x + 1$.

$$x(x + 1) = 132 \quad | -132$$

$$x^2 + x - 132 = 0 \quad a = 1, b = 1 \text{ ja } c = -132$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-132)}}{2 \cdot 1}$$

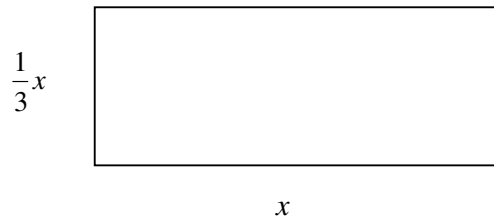
$$= \frac{-1 \pm \sqrt{529}}{2}$$

$$x = \frac{-1 + 23}{2} = 11 \text{ tai } x = \frac{-1 - 23}{2} = -12$$

Yhtä suuremmat kokonaisluvut ovat 12 ja -11 .

Vastaus: 11 ja 12 tai -12 ja -11

- 338.** Merkitään pellon pituutta x :llä. Leveys on tällöin $\frac{1}{3}x$.



$$\frac{1}{3}x \cdot x = 7\,500 \quad | \cdot 3$$

$$x^2 = 22\,500 \quad \text{Ratkaistaan neliöjuurella.}$$

$$x = \pm\sqrt{22\,500}$$

$$x = \pm 150 \quad \text{Negatiivinen vastaus ei käy}$$

$$\text{leveys: } \frac{1}{3} \cdot 150 = 50 \text{ (m)}$$

Yhtälön voi ratkaista myös ratkaisukaavalla.

Vastaus: Pellon leveys on 50 m.

- 339.**

Paino (N)	Jään paksuus (cm)	Paksuus ²
9 300	15	15 ²
550	x	x^2

$$\frac{9\,300}{550} = \frac{15^2}{x^2}$$

$$9\,300x^2 = 550 \cdot 15^2$$

$$9\,300x^2 = 123\,750 \quad | : 9\,300$$

$$x^2 = 13,306... \quad \text{Ratkaistaan neliöjuurella.}$$

$$x = \sqrt{13,306...} = 3,647... \approx 3,6 \text{ tai}$$

$$x = -\sqrt{13,306...} = -3,647... \approx -3,6$$

Negatiivinen vastaus ei käy.

Vastaus: Jään on oltava vähintään 3,6 cm paksu.

340.

Paino (N)	Etäisyys (km)	Etäisyys ²
835	6 370	6 370 ²
832	x	x^2

Etäisyydet mitataan Maan keskipisteestä.

$$\frac{835}{832} = \frac{x^2}{6370^2}$$

$$832x^2 = 835 \cdot 6370^2 \quad | : 832$$

$$x^2 \approx 40\,723\,210,94 \quad \text{Ratkaistaan neliöjuurella.}$$

$$x = \sqrt{40\,723\,210,94} = 6381,474\dots \approx 6381,47 \text{ tai}$$

$$x = -\sqrt{40\,723\,210,94} = -6381,474\dots \approx -6381,47$$

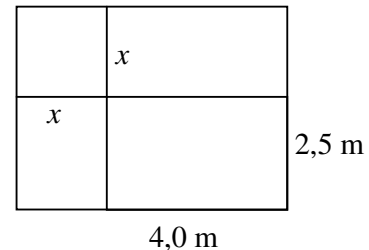
Negatiivinen vastaus ei käy.

Korkeus Maan pinnasta: $6\,381,47 - 6\,370 = 11,47 \approx 11$ (km)

Vastaus: Mittaus tehtiin 11 km:n korkeudella.

341. Vajan alkuperäinen pinta-ala on

$2,5 \text{ m} \cdot 4,0 \text{ m} = 10 \text{ m}^2$. Uusi pinta-ala on 20 m^2 .
Merkitään sivun pituuden lisäystä x :llä.



$$(2,5 + x)(4 + x) = 20$$

$$10 + 2,5x + 4x + x^2 = 20 \quad | - 20$$

$$x^2 + 6,5x - 10 = 0$$

$$a = 1, b = 6,5 \text{ ja } c = -10$$

$$x = \frac{-6,5 \pm \sqrt{6,5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-10)}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{-6,5 \pm \sqrt{82,25}}{2} \approx \frac{-6,5 \pm 9,069}{2}$$

$$x = \frac{-6,5 + 9,069}{2} = 1,2845 \text{ tai}$$

$$x = \frac{-6,5 - 9,069}{2} = -7,7845$$

Negatiivinen vastaus ei käy.

$$2,5 + 1,2845 = 3,7845 \approx 3,8$$

$$4 + 1,2845 = 5,2845 \approx 5,3$$

Vastaus: Pituus 5,3 m ja leveys 3,8 m.

342. Merkitään lämmittelyalueen leveyttä x :llä.

Pelikentän pinta-ala on $16 \text{ m} \cdot 40 \text{ m} = 640 \text{ m}^2$.

Pelikentän ja lämmittelyalueen yhteenlaskettu

pinta-ala on $2 \cdot 640 \text{ m}^2 = 1280 \text{ m}^2$.

$$(40 + 2x)(16 + 2x) = 1280$$

$$640 + 80x + 32x + 4x^2 = 1280$$

$$4x^2 + 112x - 640 = 0$$

$$a = 4, b = 112 \text{ ja } c = -640$$

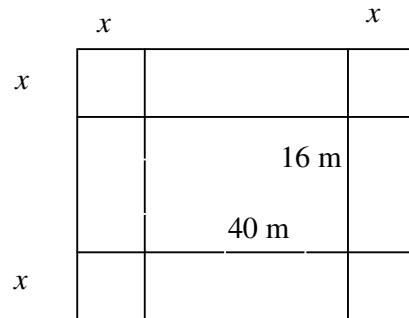
$$x = \frac{-112 \pm \sqrt{112^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-640)}}{4 \cdot 2}$$

$$= \frac{-112 \pm \sqrt{22784}}{8} \approx \frac{-112 \pm 150,94}{8}$$

$$x = \frac{-112 + 150,94}{8} = 4,8675 \text{ tai } x = \frac{-112 - 150,94}{8} = -32,8675$$

Negatiivinen vastaus ei käy

Vastaus: Lämmittelyalueen leveys on 4,9 m.



343. a) $2y^2 - 12y + 15 = 0$ $a = 2, b = -12 \text{ ja } c = 15$

$$y = \frac{-(-12) \pm \sqrt{(-12)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 15}}{2 \cdot 2} = \frac{12 \pm \sqrt{24}}{4}$$

$$y = \frac{12 + \sqrt{24}}{4} \text{ tai } y = \frac{12 - \sqrt{24}}{4}$$

b) $2x^2 - 70 = 0$

TAPA 1 (ratkaisukaava)

$a = 2, b = 0$ ja $c = -70$

$$x = \frac{-0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-70)}}{2 \cdot 2} = \frac{\pm \sqrt{560}}{4}$$

$$x = \frac{\sqrt{560}}{4} \text{ tai } x = \frac{-\sqrt{560}}{4}$$

TAPA 2

$$2x - 70 = 0 \quad | + 70$$

$$2x^2 = 70 \quad | : 2$$

$$x^2 = 35$$

$$x = \pm \sqrt{35}$$

$$x = \sqrt{35} \text{ tai } x = -\sqrt{35}$$

Vastaus: a) $y = \frac{12 + \sqrt{24}}{4}$ tai $y = \frac{12 - \sqrt{24}}{4}$ b) $x = \frac{\sqrt{560}}{4} = \sqrt{35}$ tai $x = \frac{-\sqrt{560}}{4} = -\sqrt{35}$

344. a) $5x^2 - 21x = -3$ $| + 3$

$$5x^2 - 21x + 3 = 0 \quad a = 5, b = -21 \text{ ja } c = 3$$

$$x = \frac{-(-21) \pm \sqrt{(-21)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 3}}{2 \cdot 5}$$

$$= \frac{21 \pm \sqrt{381}}{10}$$

$$x = \frac{21 + \sqrt{381}}{10} \text{ tai } x = \frac{21 - \sqrt{381}}{10}$$

b) $x^2 - 2x = 2(5 - x)$

$$x^2 - 2x = 10 - 2x \quad | - 10 + 2x$$

$$x^2 - 10 = 0$$

TAPA 1 (ratkaisukaava)

$a = 1, b = 0$ ja $c = -10$

$$x = \frac{-0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-10)}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{\pm \sqrt{40}}{2}$$

$$x = \frac{\sqrt{40}}{2} \text{ tai } x = \frac{-\sqrt{40}}{2}$$

TAPA 2

$$x^2 - 10 = 0 \quad | + 10$$

$$x^2 = 10$$

$$x = \pm \sqrt{10}$$

$$x = \sqrt{10} \text{ tai } x = -\sqrt{10}$$

Vastaus: a) $x = \frac{21 + \sqrt{381}}{10}$ tai $x = \frac{21 - \sqrt{381}}{10}$, b) $x = \frac{\sqrt{40}}{2} = \sqrt{10}$ tai $x = \frac{-\sqrt{40}}{2} = -\sqrt{10}$

345. a) $-3y^2 - 5y = -1 \quad | + 1$

$$-3y^2 - 5y + 1 = 0 \quad a = -3, b = -5 \text{ ja } c = 1$$

$$y = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 1}}{2 \cdot (-3)}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{37}}{-6}$$

$$y = \frac{5 + \sqrt{37}}{-6} \text{ tai } y = \frac{5 - \sqrt{37}}{-6}$$

b) $x^2 - 2\sqrt{5}x + 5 = 0 \quad a = 1, b = -2\sqrt{5} \text{ ja } c = 5$

$$x = \frac{-(-2\sqrt{5}) \pm \sqrt{(-2\sqrt{5})^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5}}{2 \cdot 1}$$

$$= \frac{2\sqrt{5} \pm \sqrt{20 - 20}}{2}$$

$$= \frac{2\sqrt{5}}{2} = \sqrt{5}$$

Vastaus: a) $y = \frac{5 + \sqrt{37}}{-6}$ tai $y = \frac{5 - \sqrt{37}}{-6}$, b) $x = \sqrt{5}$

346. $y = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$

Sijoitetaan lausekkeeseen $v_0 = 6$ ja $g = 9,81$.

$$y = 6t - \frac{1}{2} \cdot 9,81 \cdot t^2$$

Pallon korkeus on pompun alussa ja lopussa 0 m.

$$6t - \frac{1}{2} \cdot 9,81 \cdot t^2 = 0$$

$$6t - 4,905t^2 = 0$$

$$-4,905t^2 + 6t = 0$$

Voidaan ratkaista joko ratkaisukaavalla tai tulon nollassäännöllä.

TAPA 1 (ratkaisukaava)

$$a = -4,905, b = 6 \text{ ja } c = 0$$

$$t = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot (-4,905) \cdot 0}}{2 \cdot (-4,905)} = \frac{-6 \pm 6}{-9,81}$$

$$t = \frac{-6 + 6}{-9,81} = 0 \text{ tai } t = \frac{-6 - 6}{-9,81} = 1,223... \approx 1,2$$

TAPA 2

$$6t - 4,905t^2 = 0$$

$$t(6 - 4,905t) = 0$$

$$t = 0 \text{ tai } 6 - 4,905t = 0 \quad | -6$$

$$-4,905t = -6 \quad | : (-4,905)$$

$$t = 1,223... \approx 1,2$$

Vastaus: Pallo on ilmassa 1,2 sekuntia

347.

Etäisyys (m)	Etäisyys ²	Valaistusvoimakkuus (lx)
3,5	3,5 ²	300
x	x ²	100

$$\frac{3,5^2}{x^2} = \frac{100}{300}$$

$$100x^2 = 3,5^2 \cdot 300$$

$$100x^2 = 3\,675 \quad | : 100$$

$$x^2 = 36,75 \quad \text{Ratkaistaan neliöjuurella.}$$

$$x = \sqrt{36,75} = 6,062\dots \approx 6,1 \text{ tai } x = -\sqrt{36,75} = -6,062\dots \approx -6,1$$

Negatiivinen vastaus ei käy.

Yhtälön voi ratkaista myös ratkaisukaavalla.

Vastaus: Etäisyys on 6,1 metriä

348. Merkitään x :llä korkokerrointa, joka esim. 3 %:n korolle olisi 1,03.

Talletusten arvot, kun Pyry täyttää 18 vuotta

$$16\text{-vuotiaana saatu:} \quad x \cdot x \cdot 1\,600 = 1\,600x^2 \text{ (€)}$$

$$17\text{-vuotiaana saatu:} \quad x \cdot 1\,700 = 1\,700x \text{ (€)}$$

$$18\text{-vuotiaana saatu:} \quad 1\,800 \text{ (€)}$$

$$1\,600x^2 + 1\,700x + 1\,800 = 5\,325 \quad | - 5\,325$$

$$1\,600x^2 + 1\,700x - 3\,525 = 0 \quad a = 1\,600, b = 1\,700 \text{ ja } c = -3\,525$$

$$x = \frac{-1\,700 \pm \sqrt{1\,700^2 - 4 \cdot 1\,600 \cdot (-3\,525)}}{2 \cdot 1\,600}$$

$$= \frac{-1\,700 \pm \sqrt{25\,450\,000}}{3\,200} \approx \frac{-1\,700 \pm 5\,044,80}{3\,200}$$

$$x = \frac{-1\,700 \pm 5\,044,80}{3\,200} = 1,04525 \text{ tai } x = \frac{-1\,700 - 5\,044,80}{3\,200} = -2,10775$$

Negatiivinen vastaus ei käy.

Korkokerroin on 1,045. Korko on $104,5\% - 100\% = 4,5\%$

Vastaus: 4,5 %:n korko

Kertaustehtäviä

349. a) $f(25) = 25^2 - 225 = 400$ ei ole nollakohta

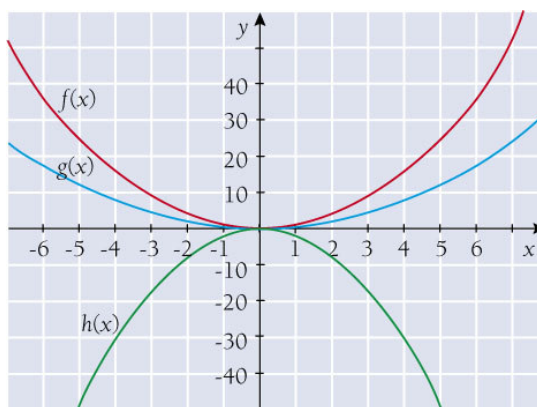
b) $f(-15) = (-15)^2 - 225 = 0$ on nollakohta

350.

x	$f(x) = x^2$
-2	$(-2)^2 = 4$
-1	$(-1)^2 = 1$
0	$0^2 = 0$
1	$1^2 = 1$
2	$2^2 = 4$

x	$g(x) = \frac{1}{2}x^2$
-2	$\frac{1}{2} \cdot (-2)^2 = 2$
-1	$\frac{1}{2} \cdot (-1)^2 = \frac{1}{2}$
0	$\frac{1}{2} \cdot 0^2 = 0$
1	$\frac{1}{2} \cdot 1^2 = \frac{1}{2}$
2	$\frac{1}{2} \cdot 2^2 = 2$

x	$h(x) = -2x^2$
-2	$-2 \cdot (-2)^2 = -8$
-1	$-2 \cdot (-1)^2 = -2$
0	$-2 \cdot 0^2 = 0$
1	$-2 \cdot 1^2 = -2$
2	$-2 \cdot 2^2 = -8$



351. a) $f(0) = 0^2 - 4 = -4$

$$f(2) = 2^2 - 4 = 0$$

$$f(3) = 3^2 - 4 = 5$$

b) Nollakohdat ovat $x = -2$ ja $x = 2$

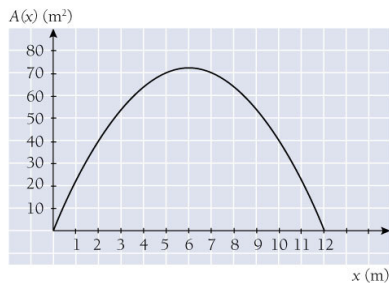
352. a) 0 m... 12 m, $24 - 2x$

b) $x(24 - 2x)$
 $= -2x^2 + 24x$

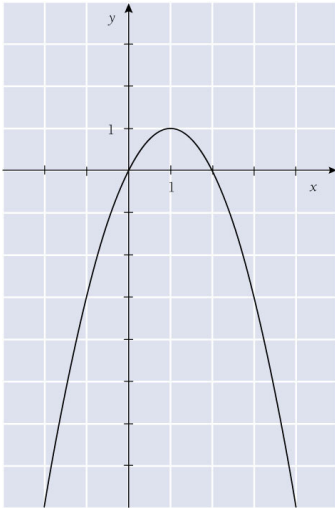


c)

x	$f(x) = -2x^2 + 24x$
0	$-2 \cdot 0^2 + 24 \cdot 0 = 0$
1	$-2 \cdot 1^2 + 24 \cdot 1 = 22$
2	$-2 \cdot 2^2 + 24 \cdot 2 = 40$
3	$-2 \cdot 3^2 + 24 \cdot 3 = 54$
4	$-2 \cdot 4^2 + 24 \cdot 4 = 64$
5	$-2 \cdot 5^2 + 24 \cdot 5 = 70$
6	$-2 \cdot 6^2 + 24 \cdot 6 = 72$
7	$-2 \cdot 7^2 + 24 \cdot 7 = 70$
8	$-2 \cdot 8^2 + 24 \cdot 8 = 64$
9	$-2 \cdot 9^2 + 24 \cdot 9 = 54$
10	$-2 \cdot 10^2 + 24 \cdot 10 = 40$
11	$-2 \cdot 11^2 + 24 \cdot 11 = 22$
12	$-2 \cdot 12^2 + 24 \cdot 12 = 0$



353. $f(-2) = -8, f(-1) = -3, f(0) = 0, f(1) = 1, f(2) = 0, f(3) = -3$ ja $f(4) = -8$



Nollakohdat ovat $x = 0$ ja $x = 2$.

354. a) $10x^2 + 19x - 2 = 0$ $a = 10, b = 19$ ja $c = -2$

$$x = \frac{-19 \pm \sqrt{19^2 - 4 \cdot 10 \cdot (-2)}}{2 \cdot 10}$$

$$= \frac{-19 \pm \sqrt{144}}{20} = \frac{-19 \pm 12}{20}$$

$$x = \frac{-19 + 12}{20} = \frac{-7}{20} \text{ tai } x = \frac{-19 - 12}{20} = -2$$

b) $x^2 - 8x - 6x + 48 = -30x - 12$ $| + 30x + 12$

$$x^2 + 16x + 60 = 0$$
 $a = 1, b = 16$ ja $c = 60$

$$x = \frac{-16 \pm \sqrt{16^2 - 4 \cdot 1 \cdot 60}}{2 \cdot 1}$$

$$= \frac{-16 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{-16 \pm 4}{2}$$

$$x = \frac{-16 + 4}{2} = -6 \text{ tai } x = \frac{-16 - 4}{2} = -10$$

c) $2z^2 - z = z^2 + 10z + 60$ $| - z^2 - 10z - 60$

$$z^2 - 11z - 60 = 0$$
 $a = 1, b = -11$ ja $c = -60$

$$z = \frac{-(-11) \pm \sqrt{(-11)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-60)}}{2 \cdot 1}$$

$$= \frac{11 \pm \sqrt{361}}{2} = \frac{11 \pm 19}{2}$$

$$z = \frac{11+19}{2} = 15 \text{ tai } z = \frac{11-19}{2} = -4$$

Vastaus: a) $x = \frac{1}{10}$ tai $x = -2$, b) $x = -6$ tai $x = -10$, c) $z = 15$ tai $z = -4$

355. a) $\frac{1}{2}x^2 + x + 3 = 0$ $a = \frac{1}{2}, b = 1$ ja $c = 3$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3}}{2 \cdot \frac{1}{2}}$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{-5}}{1} \quad \text{ei ratkaisua}$$

b) $x^2 = -32(x + 8)$

$$x^2 = -32x - 256 \quad | + 32x + 256$$

$$x^2 + 32x + 256 = 0 \quad a = 1, b = 32 \text{ ja } c = 256$$

$$x = \frac{-32 \pm \sqrt{32^2 - 4 \cdot 1 \cdot 256}}{2 \cdot 1}$$

$$= \frac{-32 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{-32}{2} = -16$$

Vastaus: a) Yhtälöllä ei ole ratkaisua. b) $x = -16$

356. a) TAPA 1 (ratkaisukaavalla)

$$2x^2 - 8 = 0 \quad a = 2, b = 0 \text{ ja } c = -8$$

$$x = \frac{0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-8)}}{2 \cdot 2}$$

$$= \frac{\pm \sqrt{64}}{4} = \frac{\pm 8}{4}$$

$$x = \frac{8}{4} = 2 \text{ tai } x = -\frac{8}{4} = -2$$

TAPA 2

$$2x^2 - 8 = 0 \quad | + 8$$

$$2x^2 = 8 \quad | : 2$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm\sqrt{4}$$

$$x = \pm 2$$

b) TAPA 1 (ratkaisukaavalla)

$$9x^2 = 1 \quad | - 1$$

$$9x^2 - 1 = 0 \quad a = 9, b = 0 \text{ ja } c = -1$$

$$x = \frac{0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \cdot 9 \cdot (-1)}}{2 \cdot 9}$$

$$= \frac{\pm\sqrt{36}}{18} = \frac{\pm 6}{18}$$

$$x = \frac{6}{18} = \frac{1}{3} \text{ tai } x = \frac{-6}{18} = -\frac{1}{3}$$

TAPA 2

$$9x^2 = 1 \quad | : 9$$

$$x^2 = \frac{1}{9}$$

$$x = \pm\sqrt{\frac{1}{9}}$$

$$x = \pm\frac{1}{3}$$

Vastaus: a) $x = 2$ tai $x = -2$, b) $x = \frac{1}{3}$ tai $x = -\frac{1}{3}$

357. a) TAPA 1 (ratkaisukaava)

$$8x^2 + 2 = 0 \quad a = 8, b = 0 \text{ ja } c = 2$$

$$x = \frac{0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \cdot 8 \cdot 2}}{2 \cdot 8}$$

$$= \frac{\pm\sqrt{-64}}{16} \quad \text{ei ratkaisua}$$

TAPA 2

$$8x^2 + 2 = 0 \quad | -2$$

$$8x^2 = -2 \quad | :8$$

$$x^2 = -\frac{1}{4} \quad \text{aina epätosi, ei ratkaisua}$$

b) $2y(y - 1) = 2(9 - y)$

$$2y^2 - 2y = 18 - 2y \quad | -18 + 2y$$

$$2y^2 - 18 = 0$$

TAPA 1 (ratkaisukaava)

$$a = 2, b = 0 \text{ ja } c = -18$$

$$y = \frac{0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-18)}}{2 \cdot 2}$$

$$= \frac{\pm\sqrt{36}}{2} = \frac{\pm 6}{2}$$

$$y = \frac{6}{2} = 3 \text{ tai } y = \frac{-6}{2} = -3$$

TAPA 2

$$2y^2 - 18 = 0 \quad | +18$$

$$2y^2 = 18 \quad | :2$$

$$y^2 = 9$$

$$y = \pm\sqrt{9}$$

$$y = \pm 3$$

Vastaus: a) Yhtälöllä ei ole ratkaisua. b) $y = 3$ tai $y = -3$

358. a) TAPA 1 (ratkaisukaava)

$$x^2 + 5x = 0$$

$$a = 1, b = 5 \text{ ja } c = 0$$

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0}}{2 \cdot 1} \\
 &= \frac{-5 \pm \sqrt{25}}{2} \\
 &= \frac{-5 \pm 5}{2} \\
 x &= \frac{-5 + 5}{2} = 0 \text{ tai } x = \frac{-5 - 5}{2} = -5
 \end{aligned}$$

TAPA 2

$$x^2 + 5x = 0$$

$$x(x + 5) = 0$$

$$x = 0 \text{ tai } x + 5 = 0 \quad | -5$$

$$x = -5$$

b) TAPA 1 (ratkaisukaava)

$$3x^2 - 4x = 0 \qquad a = 3, b = -4 \text{ ja } c = 0$$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 0}}{2 \cdot 3}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16}}{6} = \frac{4 \pm 4}{6}$$

$$x = \frac{4 + 4}{6} = 1\frac{1}{3} \text{ tai } x = \frac{4 - 4}{6} = 0$$

TAPA 2

$$3x^2 - 4x = 0$$

$$x(3x - 4) = 0$$

$$x = 0 \text{ tai } 3x - 4 = 0 \quad | +4$$

$$3x = 4 \quad | :3$$

$$x = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$$

c) $z(2z - 8) + 4 = 2(z + 2)$

$$2z^2 - 8z + 4 = 2z + 4 \qquad | -2z - 4$$

$$2z^2 - 10z = 0$$

TAPA 1 (ratkaisukaava)

$$a = 2, b = -10 \text{ ja } c = 0$$

$$\begin{aligned} z &= \frac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 0}}{2 \cdot 2} \\ &= \frac{10 \pm \sqrt{100}}{4} = \frac{10 \pm 10}{4} \\ z &= \frac{10+10}{4} = 5 \text{ tai } z = \frac{10-10}{4} = 0 \end{aligned}$$

TAPA 2

$$2z^2 - 10z = 0$$

$$z(2z - 10) = 0$$

$$z = 0 \text{ tai } 2z - 10 = 0 \quad | + 10$$

$$2z = 10 \quad | : 2$$

$$z = 5$$

Vastaus: a) $x = 0$ tai $x = -5$, b) $x = 1\frac{1}{3}$ tai $x = 0$, c) $z = 5$ tai $z = 0$

359. Paraabeli sivuaa x -akselia, kun yhtälöllä $3x^2 - 6x + a = 0$ on vain yksi ratkaisu.

Sijoitetaan ratkaisukaavaan yhtälön kertoimet.

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 3 \cdot a}}{2 \cdot 3} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 12a}}{6}$$

Ratkaisuja on vain yksi, kun neliöjuurimerkin sisällä olevan lausekkeen arvo on nolla.

$$36 - 12a = 0 \quad | - 36$$

$$-12a = -36 \quad | : (-12)$$

$$a = 3$$

360. Merkitään luonnollista lukua x :llä. Seuraava luonnollinen luku on $x + 1$. Näiden neliöt ovat x^2 ja $(x + 1)^2$.

$$x^2 + (x + 1)^2 = 421$$

$$x^2 + (x + 1)(x + 1) = 421$$

$$x^2 + x^2 + x + x + 1 = 421 \quad | - 421$$

$$2x^2 + 2x - 420 = 0 \quad a = 2, b = 2 \text{ ja } c = -420$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-420)}}{2 \cdot 2} = \frac{-2 \pm \sqrt{3364}}{4} = \frac{-2 \pm 58}{4}$$

$$x = \frac{-2 + 58}{4} = 14 \text{ tai } x = \frac{-2 - 58}{4} = -15$$

-15 ei ole luonnollinen luku, se ei käy.

Vastaus: Luku on 14 ja sitä seuraava luku 15.

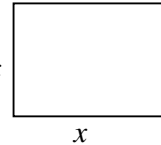
361. Merkitään lattian pituutta x :llä. Leveys on $0,75x$.

$$0,75x \cdot x = 8$$

$$0,75x^2 = 8 \quad | : 0,75$$

$$x^2 = 10\frac{2}{3} \quad \text{Ratkaistaan neliöjuurella.}$$

$0,75x$



$$x = \sqrt{10\frac{2}{3}} = 3,2659... \approx 3,3 \text{ tai } x = -\sqrt{10\frac{2}{3}} = -3,2659... \approx -3,3$$

Negatiivinen vastaus ei käy.

$$x \approx 3,3 \text{ (m)}$$

$$0,75x = 0,75 \cdot 3,266 = 2,4495 \approx 2,4 \text{ (m)}$$

Vastaus: Lattian mitat ovat pituus 3,3 m ja leveys 2,4 m.

362. $s = 0,25v + 0,02v^2$

a) $s = 0,25 \cdot 70 + 0,02 \cdot 70^2 = 115,5 \approx 116 \text{ (m)}$

b) $0,25v + 0,02v^2 = 60 \quad | - 60$

$$0,02v^2 + 0,25v - 60 = 0$$

$$v = \frac{-0,25 \pm \sqrt{0,25^2 - 4 \cdot 0,02 \cdot (-60)}}{2 \cdot 0,02}$$

$$= \frac{-0,25 \pm \sqrt{4,8625}}{0,04} \approx \frac{-0,25 \pm 2,2051}{0,04}$$

$$v = \frac{-0,25 + 2,2051}{0,04} = 48,8775 \approx 50 \text{ tai } v = \frac{-0,25 - 2,2051}{0,04} = -61,3775 \approx -60 \text{ ei käy}$$

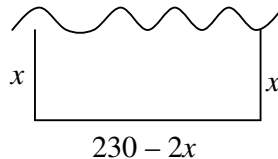
Vastaus: a) 116 m b) 50 km/h

363. Merkitään jokea vastaan

kohtisuorien sivujen pituutta

x :llä. Joen suuntaisen sivun

pituus on tällöin $230 - 2x$.



$$x(230 - 2x) = 3\,000$$

$$230x - 2x^2 = 3\,000 \quad | - 3\,000$$

$$-2x^2 + 230x - 3\,000 = 0 \quad a = -2, b = 230 \text{ ja } c = -3\,000$$

$$x = \frac{-230 \pm \sqrt{230^2 - 4 \cdot (-2) \cdot (-3\,000)}}{2 \cdot (-2)}$$

$$= \frac{-230 \pm \sqrt{28\,900}}{-4} = \frac{-230 \pm 170}{-4}$$

$$x = \frac{-230 + 170}{-4} = 15 \text{ tai } x = \frac{-230 - 170}{-4} = 100$$

Toinen sivu:

$$x = 15 \quad 230 - 2x = 230 - 2 \cdot 15 = 200$$

$$x = 100 \quad 230 - 2 \cdot 100 = 30$$

Vastaus: Alueen mitat ovat 15 m ja 200 m tai 100 m ja 30 m jokea vastaan kohtisuoran sivun pituus ensin mainittuna.

364. a) $x^2 - 14 = 0$

TAPA 1 (ratkaisukaava)

$$a = 1, b = 0 \text{ ja } c = -14$$

$$x = \frac{-0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-14)}}{2 \cdot 1} = \frac{\pm \sqrt{56}}{2}$$

$$x = \frac{\sqrt{56}}{2} \text{ tai } x = \frac{-\sqrt{56}}{2}$$

TAPA 2

$$x^2 = 14$$

$$x = \sqrt{14} \text{ tai } x = -\sqrt{14}$$

b) $x^2 + x - 4 = 0$ $a = 1, b = 1$ ja $c = -4$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4)}}{2 \cdot 1}$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

Vastaus: a) $x = \frac{\sqrt{56}}{2} = \sqrt{14}$ tai $x = \frac{-\sqrt{56}}{2} = -\sqrt{14}$, b) $x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$ tai $x = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2}$

365. $\frac{T_1^2}{R_1^3} = \frac{T_2^2}{R_2^3}$

$$R_1 = 149\,600\,000 \text{ (km)}$$

$$T_1 = 1 \text{ (a)}$$

a) $R_2 = 5\,914\,000\,000 \text{ (km)}$

$$T_2 = x \text{ (a)}$$

$$\frac{1^2}{149\,600\,000^3} = \frac{x^2}{5\,914\,000\,000^3} \quad | \cdot 5\,914\,000\,000^3$$

$$x^2 = \frac{5\,914\,000\,000^3}{149\,600\,000^3}$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{5\,914\,000\,000^3}{149\,600\,000^3}}$$

$$x = \pm 248,55\dots \approx \pm 249 \quad \text{Negatiivinen vastaus ei käy.}$$

$$T_2 \approx 249 \text{ (a)}$$

b) $R_2 = 414\,000\,000$ (km)

$$T_2 = x$$

$$\frac{1^2}{149\,600\,000^3} = \frac{x^2}{414\,000\,000^3} \quad | \cdot 414\,000\,000^3$$

$$x^2 = \frac{414\,000\,000^3}{149\,600\,000^3}$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{414\,000\,000^3}{149\,600\,000^3}}$$

$$x = \pm 4,6036... \approx \pm 4,6 \quad \text{Negatiivinen vastaus ei käy.}$$

$$T_2 \approx 4,6 \text{ (a)}$$

Vastaus: a) 249 vuotta, b) 4,6 vuotta

Harjoituskokeet

Koe 1

1. a) $4x - (2x + 1) = 4x - 2x - 1 = 2x - 1$
b) $(x - 3)(x + 4) = x^2 + 4x - 3x - 12 = x^2 + x - 12$
c) $f(-5) = (-5)^2 - 4 \cdot (-5) = 25 + 20 = 45$

Vastaus: a) $2x - 1$ b) $x^2 + x - 12$ c) $f(-5) = 45$

2. a) $3(x + 1) = 5x + 11$
 $3x + 3 = 5x + 11$ | $-3 - 5x$
 $-2x = 8$ | (-2)
 $x = -4$

b) $7x - 2 = 4$ | $+2$
 $7x = 6$ | $:7$
 $x = \frac{6}{7}$

c) $2(4x + 3) = 8x + 7$
 $8x + 6 = 8x + 7$ | $-6 - 8x$
 $0 = 1$ epätosi
ei ratkaisua

Vastaus: a) $x = -4$ b) $x = \frac{6}{7}$ c) Yhtälöllä ei ole ratkaisua.

3. a) TAPA 1

$$0,050 \cdot 1\,640 = 82$$
$$1\,640 + 82 = 1\,722$$

$$0,035 \cdot 1\,722 = 60,27$$
$$1\,722 + 60,27 = 1\,782,27 \text{ (€)}$$

TAPA 2

$$1,035 \cdot 1,050 \cdot 1\,640 = 1\,782,27 \text{ (€)}$$

b) Alennus oli $79 - 50 = 29$ (€).

$$\frac{29}{79} = 0.3670... \approx 37\%$$

Vastaus: a) Korotusten jälkeinen palkka on 1 782,27 €. b) Hintaa oli alennettu 37 %.

4. a) $x^2 + 5x - 6 = 0$ $a = 1, b = 5$ ja $c = -6$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6)}}{2 \cdot 1} = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{-5 \pm 7}{2}$$

$$x = \frac{-5 + 7}{2} = 1 \text{ tai } x = \frac{-5 - 7}{2} = -6$$

b) $7x^2 - x = 4x^2 + 2$ $| -4x^2 - 2$
 $3x^2 - x - 2 = 0$ $a = 3, b = -1$ ja $c = -2$

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-2)}}{2 \cdot 3} = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{6} = \frac{1 \pm 5}{6}$$

$$x = \frac{1 + 5}{6} = 1 \text{ tai } x = \frac{1 - 5}{6} = -\frac{4}{6} = -\frac{2}{3}$$

Vastaus: a) $x = 1$ tai $x = -6$ b) $x = 1$ tai $x = -\frac{2}{3}$

5. a) $f(x) = 4,7 + 1,2x$

b) $f(14) = 4,7 + 1,2 \cdot 14 = 21,50$ (€)

c) Merkitään matkan pituutta x :llä.

$$\begin{aligned} 4,7 + 1,2x &= 50 & | -4,7 \\ 1,2x &= 45,3 & | : 1,2 \\ x &= 37,75 \text{ (km)} \end{aligned}$$

Vastaus: a) $f(x) = 4,7 + 1,2x$ b) Matka maksaa 21,50 €. c) Matkan pituus on 37,75 km.

6. a)

Pakkaajien määrä	Työn kesto (h)
8	6
x	4

Pakkaajien määrä ja työn kesto ovat kääntäen verrannollisia.

$$\frac{8}{x} = \frac{4}{6}$$

$$4x = 8 \cdot 6$$

$$4x = 48 \quad | : 4$$

$$x = 12$$

Pakkaajia tarvitaan lisää $12 - 8 = 4$.

b)

Pysähtymismatka (m)	Nopeus (km/h)	Nopeus ²
15	50	50 ²
x	80	80 ²

$$\frac{15}{x} = \frac{50^2}{80^2}$$

$$50^2 \cdot x = 15 \cdot 80^2$$

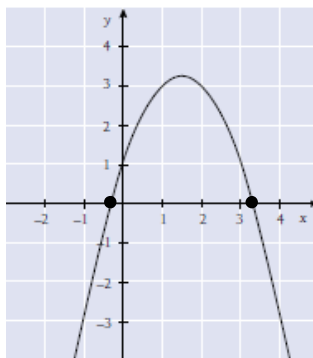
$$2\,500 x = 96\,000 \quad | : 2\,500$$

$$x = 38,4 \approx 38 \text{ (m)}$$

Vastaus: a) Pakkaajia tarvitaan 4 lisää. b) Pysähtymismatka on 38 m.

7.

x	$f(x) = -x^2 + 3x + 1$
-1	$f(-1) = -(-1)^2 + 3 \cdot (-1) + 1 = 3$
0	$f(0) = -0^2 + 3 \cdot 0 + 1 = 1$
1	$f(1) = -1^2 + 3 \cdot 1 + 1 = 3$
2	$f(2) = -2^2 + 3 \cdot 2 + 1 = 3$
3	$f(3) = -3^2 + 3 \cdot 3 + 1 = 1$
4	$f(4) = -4^2 + 3 \cdot 4 + 1 = -3$



Vastaus: Nollakohdat ovat $x \approx -0,3$ ja $x \approx 3,3$.

8. Merkitään lisättävän suolan määrää x :llä.

Suolaliuoksessa on ennestään suolaa $0,10 \cdot 120 = 12$ (g).

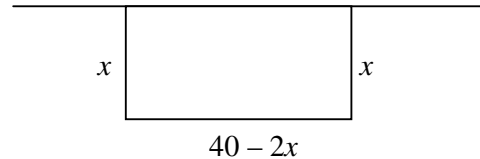
Lisäyksen jälkeen suolan määrä grammoina on $12 + x$ ja koko liuoksen määrä $120 + x$.

Suolan määrän tulee olla 28 % koko liuoksen määrästä.

$$\begin{aligned}12 + x &= 0,28(120 + x) \\12 + x &= 33,6 + 0,28x && | - 12 - 0,28x \\0,72x &= 21,6 && | : 0,72 \\x &= 30\end{aligned}$$

Vastaus: Suolaa tulee lisätä 30 g.

9. Merkitään x :llä navetan seinää vastaan kohtisuorassa olevien sivujen pituutta. Navetan suuntaisen sivun pituus on tällöin $40 - 2x$.



$$\begin{aligned}x(40 - 2x) &= 150 \\40x - 2x^2 &= 150 && | - 150 \\-2x^2 + 40x - 150 &= 0 && a = -2, b = 40 \text{ ja } c = -150 \\x &= \frac{-40 \pm \sqrt{40^2 - 4 \cdot (-2) \cdot (-150)}}{2 \cdot (-2)} = \frac{-40 \pm \sqrt{400}}{-4} = \frac{-40 \pm 20}{-4} \\x &= \frac{-40 + 20}{-4} = 5 \text{ tai } x = \frac{-40 - 20}{-4} = 15\end{aligned}$$

Lasketaan toisen sivun pituus.

$$\begin{aligned}x = 5: & \quad 40 - 2x = 40 - 2 \cdot 5 = 30. \\x = 15: & \quad 40 - 2x = 40 - 2 \cdot 15 = 10.\end{aligned}$$

Vastaus: Mitat ovat 30 m ja 5 m tai 10 m ja 15 m navetan suuntainen sivu ensin mainittuna.

Koe 2

1. a) $4x - 1 = x + 20$ $| + 1 - x$
 $3x = 21$ $| : 3$
 $x = 7$

b) $\frac{2}{5}x + \frac{5}{2}x = \frac{2x}{10} + \frac{5x}{10} = \frac{7x}{10}$

c) $g(-2) = 1 + 3 \cdot (-2)^2 = 13$

Vastaus: a) $x = 7$ b) $\frac{7x}{10}$ c) $g(-2) = 13$

2. a) Torjuttuja laukauksia oli $23 - 2 = 21$.

$$\frac{21}{23} = 0,9130... \approx 91\%$$

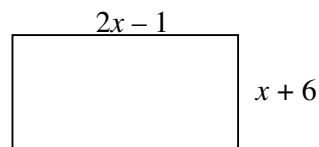
b) Merkitään alkuperäistä hintaa x :llä.

$$100\% - 15\% = 85\%$$

$$\begin{aligned} 0,85x &= 50,15 & | : 0,85 \\ x &= 59 \text{ (€)} \end{aligned}$$

Vastaus: a) Maalivahti torjui 91 % laukauksista. b) Alkuperäinen hinta oli 59 €.

3.



a) $p = 2(2x - 1) + 2(x + 6) = 4x - 2 + 2x + 12 = 6x + 10$

b) $A = (2x - 1)(x + 6) = 2x^2 + 12x - x - 6 = 2x^2 + 11x - 6$

Vastaus: Piirin lauseke on $6x + 10$ ja pinta-alan lauseke $2x^2 + 11x - 6$.

4. a) $f(250) = 45 - 0,07 \cdot 250 = 27,5$ (l)

b) Täytyy olettaa, että auton bensatankki on aluksi täynnä.

$$f(0) = 45 - 0,07 \cdot 0 = 45 \text{ (l)}$$

Tuloksen voi myös päätellä suoraan funktion $f(x)$ lausekkeesta.

c) Merkitään matkaa x :llä.

$$\begin{aligned} 45 - 0,07x &= 0 & | - 45 \\ -0,07x &= -45 & | : (-0,07) \\ x &= 642,85... \approx 640 \text{ (km)} \end{aligned}$$

Vastaus: a) Polttoainetta on 27,5 litraa. b) Bensatankin tilavuus on 45 litraa. c) Täydellä tankillisella voi ajaa 640 km.

5. a) $x^2 - 8x + 16 = 0$ $a = 1, b = -8$ ja $c = 16$

$$x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16}}{2 \cdot 1} = \frac{8 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{8 \pm 0}{2} = 4$$

$$\begin{aligned}
 \text{b)} \quad & -2x^2 + x = -6 && | +6 \\
 & -2x^2 + x + 6 = 0 && a = -2, b = 1 \text{ ja } c = 6 \\
 & x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 6}}{2 \cdot (-2)} = \frac{-1 \pm \sqrt{49}}{-4} = \frac{-1 \pm 7}{-4} \\
 & x = \frac{-1+7}{-4} = -1,5 \text{ tai } x = \frac{-1-7}{-4} = 2
 \end{aligned}$$

Vastaus: a) $x = 4$ b) $x = -1,5$ tai $x = 2$

6.

x	$y = 3x - 5$
0	$y = 3 \cdot 0 - 5 = -5$
1	$y = 3 \cdot 1 - 5 = -2$
2	$y = 3 \cdot 2 - 5 = 1$

x	$y = -4x + 8$
0	$y = -4 \cdot 0 + 8 = 8$
1	$y = -4 \cdot 1 + 8 = 4$
2	$y = -4 \cdot 2 + 8 = 0$



Vastaus: $x \approx 1,9$

7. Merkitään Joelin kuukausipalkkaa x :llä. Annan kuukausipalkka on tällöin $1,10x$ ja Miikan $0,95x$.

$$\begin{aligned}
 x + 1,10x + 0,95x &= 4\,880 \\
 3,05x &= 4\,880 && | : 3,05 \\
 x &= 1\,600
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 1,10 \cdot 1\,600 &= 1\,760 \\
 0,95 \cdot 1\,600 &= 1\,520
 \end{aligned}$$

Vastaus: Joelin kuukausipalkka on 1 600 €, Annan 1 760 € ja Miikan 1 520 €.

8. Keskinopeus saadaan jakamalla kulunut matka siihen käytetyllä ajalla.

Lasketaan matkan alku- ja loppuosaan kuluneet ajat t_1 ja t_2 . Puolikas matkasta on $84 \text{ km} : 2 = 42 \text{ km}$.

$$\begin{aligned} 85 &= \frac{42}{t_1} && | \cdot t_1 \\ 85t_1 &= 42 && | :85 \\ t_1 &= 0,494117\dots \approx 0,4941 \text{ (h)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 65 &= \frac{42}{t_2} && | \cdot t_2 \\ 65t_2 &= 42 && | :65 \\ t_2 &= 0,646153\dots \approx 0,6462 \text{ (h)} \end{aligned}$$

Koko matkaan kulunut aika:

$$t_1 + t_2 = 0,4941 + 0,6462 = 1,143 \text{ (h)}$$

Keskinopeus koko matkalla:

$$\frac{84}{1,143} = 73,66\dots \approx 74 \text{ (km/h)}$$

Vastaus: Keskinopeus koko mökkimatalla oli 74 km/h.

- 9.

Valaistusvoimakkuus (lx)	Etäisyys (cm)	Etäisyys ²
600	50	50 ²
250	x	x ²

$$\begin{aligned} \frac{600}{250} &= \frac{x^2}{50^2} \\ 250x^2 &= 600 \cdot 50^2 \\ 250x^2 &= 1\,500\,000 && | : 250 \\ x^2 &= 6\,000 && \text{Ratkaistaan neliöjuuren avulla} \\ x &= \pm\sqrt{6000} && \text{Negatiivinen vastaus ei käy.} \\ x &= 77,45 \dots \approx 77 \text{ (cm)} \end{aligned}$$

Yhtälön voi ratkaista myös ratkaisukaavalla.

Vastaus: Valaistusvoimakkuus riittää lukemiseen vielä 77 cm:n päässä lampusta.