

Kerrattavat asiat:

- vektorin käsite
- vektoreilla laskemisen perusteet
- kuvioiden ominaisuuksien tutkiminen vektoreiden avulla
- vektoreiden mallinnus 2- ja 3-ulotteisessa koordinaatistossa

Osattavia käsitteitä

$$|\bar{a}| = 3$$

- pistetulo
- vektorin pituus
- yksikkövektori
- yhden-, saman-, eri- ja vastakkaissuuntainen
- kantavektorit
- i , j ja k
- suora ja taso vektoreilla
- pallon esitysmuoto

$$\bar{a}^{\circ} = \frac{1}{3} \bar{a}$$

Esim.

Olkoon kolmion kärkipisteet
A(1,2,3) B(4,5,6) ja C(0,0,7)

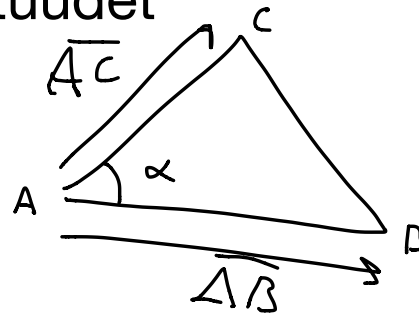
$$\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Määritä kolmion sivujen pituudet

Määritä kulma BAC

Määritä kolmion ala

Määritä tason yhtälö



$$\begin{aligned} |\vec{AB}| &= \sqrt{(4-1)^2 + (5-2)^2 + (6-3)^2} \\ &= \sqrt{3^2 + 3^2 + 3^2} = \sqrt{3 \cdot 3^2} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3^2} = 3 \cdot \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$|\vec{BC}| = \sqrt{4^2 + 5^2 + 1^2} = \sqrt{42}$$

$$|\vec{AC}| = \sqrt{1^2 + 2^2 + 4^2} = \sqrt{21}$$

$$\cos \alpha \cdot |\vec{AB}| \cdot |\vec{AC}| = \vec{AB} \cdot \vec{AC}$$

$$\cos \alpha = \frac{\vec{AB} \cdot \vec{AC}}{|\vec{AB}| \cdot |\vec{AC}|} = \frac{3 \cdot (-1) + 3 \cdot (-2) + 3 \cdot 4}{3\sqrt{3} \cdot \sqrt{21}} = \frac{3}{3\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{7}}$$

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{7}}{3 \cdot 7} = \frac{1}{3\sqrt{7}}$$

$$\alpha = 82,76...^\circ \approx 83^\circ$$

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{2} \cdot 3\sqrt{3} \cdot \sqrt{21} \sin \alpha \\ &= \frac{3 \cdot \sqrt{1302}}{14} \approx 7,7 \end{aligned}$$

$$\overline{OP} = \overline{OA} + \overline{AP} = \overline{OA} + r \overline{AB} + s \overline{AC}$$

$$= \bar{i} + 2\bar{j} + 3\bar{k} + r(3\bar{i} + 3\bar{j} + 3\bar{k}) + s(-\bar{i} - 2\bar{j} + 4\bar{k})$$

$$= (1+3r-s)\bar{i} + (2+3r-2s)\bar{j} + (3+3r+4s)\bar{k}$$

$$\begin{cases} x = 1+3r-s \\ y = 2+3r-2s \\ z = 3+3r+4s \end{cases}$$

$$s = 1+3r-x$$

$$y = 2+3r-2(1+3r-x)$$

$$y = 2+3r-2-6r+2x$$

$$4r = 2x - y$$

$$u = \frac{x}{2} - \frac{y}{4}$$

$$s = 1 + 3 \left(\frac{x}{2} - \frac{y}{4} \right) - x$$

$$s = 1 + \frac{3}{2}x - \frac{3}{4}y - x$$

$$s = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}y$$

$$z = 3 + 3 \left(\frac{x}{2} - \frac{y}{4} \right) + 4 \left(1 + \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}y \right)$$

$$z = 3 + \frac{3}{2}x - \frac{3}{4}y + 4 + 2x - 3y \quad | \cdot 4$$

$$4z = 12 + 6x - 3y + 16 + 8x - 12y$$

$$-14x + 15y + 4z - 28 = 0$$

Esim Olkoon tason yhtälö $x+y+z+1=0$
ja suoran yhtälö $y-3 = x/2 = z$

Missä pisteessä suora leikkaa tason?

$$\begin{cases} x + y + z + 1 = 0 \\ y - 3 = \frac{x}{z} \\ y - 3 = z \end{cases}$$

∴

$$\begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \\ z = -1 \end{cases} \quad (-2, 2, -1)$$